

**Вариант 1.**

**Задача С1.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{1000x}{x^2 + 1}$$

Ответ: 0

**Задача С1.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к 2 функции

$$\frac{1}{x} \sin(x)$$

Ответ:  $\frac{1}{2} \sin(2)$

**Задача С1.3.** Найдите интеграл

$$\int x^2, dx$$

Ответ:  $\frac{x^3}{3}$

**Задача С1.4.** Найдите интеграл

$$\int_1^2 x^2 dx$$

. Ответ:  $\frac{7}{3}$

**Задача С1.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{2x-1}$$

Ответ: [5]

**Задача С1.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

Ответ: 1

**Задача С1.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Задача С1.8.** Решите уравнение

$$x \frac{d}{dx} y(x) - 2y(x) = 2x^4$$

Ответ:

$$y(x) = x^2 (C_1 + x^2)$$

**Задача С1.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' + y' - 6y = 0; y(0) = 1; y'(0) = 0$$

Ответ:

$$\frac{3}{5}e^{2t} + \frac{2}{5}e^{-3t}$$

---

**Вариант 2.**

**Задача С2.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к 0 функции

$$\frac{1}{x} \sin(x)$$

Ответ: 1

**Задача С2.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{\sqrt{x + \sqrt{\sqrt{x} + x}}}{\sqrt{x + 1}}$$

Ответ: 1

**Задача С2.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{1}{-\cos(x) + 1} dx$$

Ответ:  $-\frac{1}{\tan\left(\frac{x}{2}\right)}$

**Задача С2.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^\pi e^x \cos(x) dx$$

. Ответ:  $-\frac{e^\pi}{2} - 0.5$

**Задача С2.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt[3]{2x+3} = 1$$

Ответ:  $[-1]$

**Задача С2.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$$

Ответ:  $-2$

**Задача С2.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

**Задача С2.8.** Решите уравнение

$$x^2 + xy(x) + x \frac{d}{dx} y(x) - y(x) = 0$$

Ответ:

$$y(x) = x (C_1 e^{-x} - 1)$$

**Задача С2.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' + y = 0; y(0) = 2; y'(0) = 3$$

Ответ:

$$3 \sin(t) + 2 \cos(t)$$

---

**Вариант 3.**

**Задача С3.1.** Вычислите предел при  $n$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$-\sqrt{n} + \sqrt{n+1}$$

Ответ:  $0$

**Задача С3.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к 0 функции

$$\frac{1}{x} \sin(3x)$$

Ответ: 3

**Задача С3.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{x}{\sqrt{-x^2 + 1}} dx$$

Ответ:  $-\sqrt{-x^2 + 1}$

**Задача С3.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^e x^2 \log^2(x) dx$$

. Ответ:  $-\frac{2}{27} + \frac{5e^3}{27}$

**Задача С3.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt[3]{-x + 1} = 2$$

Ответ:  $[-7]$

**Задача С3.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$$

Ответ: 3

**Задача С3.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 10 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} -7 \\ 24 \end{bmatrix}$$

**Задача С3.8.** Решите уравнение

$$2x \frac{d}{dx} y(x) + y^2(x) = 1$$

Ответ:

$$y(x) = \frac{C_1 + x}{-C_1 + x}$$

**Задача С3.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' + 2y' + y = 0; y(0) = 1; y(1) = 3$$

Ответ:

$$(t(-1 + 3e) + 1)e^{-t}$$

---

**Вариант 4.**

**Задача С4.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{1}{2^x + 3^x} (2^{x+1} + 3^{x+1})$$

Ответ: 3

**Задача С4.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к 0 функции

$$\frac{\sin(5x)}{\sin(2x)}$$

Ответ:  $\frac{5}{2}$

**Задача С4.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{1}{(5x-2)^{\frac{5}{2}}} dx$$

Ответ:  $-\frac{2}{15(5x-2)^{\frac{3}{2}}}$

**Задача С4.4.** Найдите интеграл

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{x^2 + x + 1} dx$$

. Ответ:  $-\frac{\sqrt{3}\pi}{6} + \frac{1}{2} \log(3)$

**Задача С4.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt[3]{3x^2 - 3} = 2\sqrt[3]{x}$$

Ответ:  $[-\frac{1}{3}, 3]$

**Задача С4.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 + 4x^2 + x + 4 = 0$$

Ответ:  $-4$

**Задача С4.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 21 & -14 & -10 \\ -10 & 7 & 5 \\ -4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

**Задача С4.8.** Решите уравнение

$$x^2 \frac{d}{dx} y(x) + xy(x) = -1$$

Ответ:

$$y(x) = \frac{1}{x} (C_1 - \log(x))$$

**Задача С4.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$2y'' + 5y' + 3y = 0; y(0) = 3; y'(0) = -4$$

Ответ:

$$e^{-t} + 2e^{-\frac{3t}{2}}$$

---

**Вариант 5.**

**Задача С5.1.** Вычислите предел при  $n$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$2^{-n}n$$

Ответ:  $0$

**Задача С5.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $0$  функции

$$\frac{\sin(\pi x)}{\sin(3\pi x)}$$

Ответ:  $\frac{1}{3}$

**Задача С5.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{1}{-3x^2 + 2}, dx$$

Ответ:  $-\frac{\sqrt{6}}{12} \log\left(x - \frac{\sqrt{6}}{3}\right) + \frac{\sqrt{6}}{12} \log\left(x + \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

**Задача С5.4.** Найдите интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

. Ответ:  $\pi$

**Задача С5.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$x + 1 = \sqrt{-x + 1}$$

Ответ:  $[0]$

**Задача С5.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 - 5x^2 + x - 5 = 0$$

Ответ: 5

**Задача С5.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$X \cdot \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 8 & -1 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Задача С5.8.** Решите уравнение

$$y(x) - \frac{d}{dx}y(x) = x \frac{d}{dx}y(x) + y^2(x)$$

Ответ:

$$y(x) = \frac{C_1(x+1)}{C_1x + C_1 - 1}$$

**Задача С5.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' + 3y = 0; y(0) = 1; y'(0) = 3$$

Ответ:

$$\sqrt{3} \sin(\sqrt{3}t) + \cos(\sqrt{3}t)$$

**Вариант 6.**

**Задача С6.1.** Вычислите предел при  $n$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{2^n}{n!}$$

Ответ: 0

**Задача С6.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$x \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$$

Ответ:  $\pi$

**Задача С6.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{1}{\sqrt{-3x^2 + 2}}, dx$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{3} \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}x}{2}\right)$

**Задача С6.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx$$

. Ответ:  $\pi$

**Задача С6.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$x = \sqrt{x + 11} + 1$$

Ответ: [5]

**Задача С6.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 + 6x^2 + x + 6 = 0$$

Ответ: -6

**Задача С6.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 21 & -14 & -10 \\ -10 & 7 & 5 \\ -4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$



**Задача С6.8.** Решите уравнение

$$y(x) = x \left( -x \cos(x) + \frac{d}{dx} y(x) \right)$$

Ответ:

$$y(x) = x (C_1 + \sin(x))$$

**Задача С6.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' + y = 1; y(0) = 0; y(\pi) = 0$$

Ответ:

$$C_1 \sin(t) + C_2 \cos(t) + 1$$

---

**Вариант 7.**

**Задача С7.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{1}{x^3} (x+1)(x+2)(x+3)$$

Ответ: 1

**Задача С7.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к 0 функции

$$\frac{1}{x^2} (-\cos(x) + 1)$$

Ответ:  $\frac{1}{2}$

**Задача С7.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{1}{\cos(x) + 1} dx$$

Ответ:  $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$

**Задача С7.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^{\log(2)} x e^{-x} dx$$

. Ответ:  $-\frac{1}{2} \log(2) + \frac{1}{2}$

**Задача С7.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt{x+3} = \sqrt{-x+5}$$

Ответ: [1]

**Задача С7.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 - 7x^2 + x - 7 = 0$$

Ответ: 7

**Задача С7.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} -5 & -5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

**Задача С7.8.** Решите уравнение

$$\left( x \frac{d}{dx} y(x) - 1 \right) \log(x) = 2y(x)$$

Ответ:

$$y(x) = (C_1 \log(x) - 1) \log(x)$$

**Задача С7.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' + y = 2t - \pi; y(0) = 0; y'(\pi) = 0$$

Ответ:

$$2t + 2 \sin(t) + \pi \cos(t) - \pi$$

---

## Вариант 8.

**Задача С8.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{2x^2 - x + 3}{x^3 - 8x + 5}$$

Ответ: 0

**Задача С8.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Ответ: 1

**Задача С8.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{1}{\sin^2 \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)}, dx$$

Ответ:  $\frac{1}{4} \tan \left( x + \frac{\pi}{8} \right) - \frac{1}{4 \tan \left( x + \frac{\pi}{8} \right)}$

**Задача С8.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^{2\pi} x^2 \cos (x) dx$$

. Ответ:  $4\pi$

**Задача С8.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt{x^2 - x - 3} = 3$$

Ответ:  $[-3, \quad 4]$

**Задача С8.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 + 8x^2 + x + 8 = 0$$

Ответ:  $-8$

**Задача С8.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 7 & -7 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

**Задача С8.8.** Решите уравнение

$$x \frac{d}{dx} y(x) + (x + 1) y(x) = 3x^2 e^{-x}$$

Ответ:

$$y(x) = \frac{e^{-x}}{x} (C_1 + x^3)$$

**Задача С8.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' - y' - 2y = 0; y'(0) = 2; y(\infty) = 0$$

Ответ:

$$-2e^{-t}$$

---

**Вариант 9.**

**Задача С9.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{1}{2^x + 3^x} (2^{x+1} + 3^{x+1})$$

Ответ: 3

**Задача С9.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$-\sqrt{x} + \sqrt{x+1}$$

Ответ: 0

**Задача С9.3.** Найдите интеграл

$$\int e^{-x} + e^{-2x}, dx$$

Ответ:  $-e^{-x} - \frac{1}{2}e^{-2x}$

**Задача С9.4.** Найдите интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + x + 1)^2} dx$$

. Ответ:  $\frac{4\pi}{9}\sqrt{3}$

**Задача С9.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt{x} - x = -12$$

Ответ: [16]

**Задача С9.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 - 9x^2 + x - 9 = 0$$

Ответ: 9

**Задача С9.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$X \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

**Задача С9.8.** Решите уравнение

$$x^2 \frac{d}{dx} y(x) - 2xy(x) = 3y(x)$$

Ответ:

$$y(x) = C_1 x^2 e^{-\frac{3}{x}}$$

**Задача С9.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$4y'' - 4y' + y = 0; y(0) = 1; y'(0) = -1.5$$

Ответ:

$$(-1.90979598956895t + 1.0) e^{\frac{t}{2}}$$

---

**Вариант 10.**

**Задача С10.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{1}{x^3} (x+1)(x+2)(x+3)$$

Ответ: 1

**Задача С10.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{x}{\sqrt[3]{x^3 + 10}}$$

Ответ: 1

**Задача С10.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{\sqrt[5]{x^2 - 2x + 1}}{-x + 1} dx$$

Ответ:  $-\frac{5}{2} \sqrt[5]{x^2 - 2x + 1}$

**Задача С10.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{(\cos(x) + 2)(\cos(x) + 3)} dx$$

. Ответ: 0

**Задача С10.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt{x} + x = 2x - 2$$

Ответ: [4]

**Задача С10.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 + 10x^2 + x + 10 = 0$$

Ответ: -10

**Задача С10.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

**Задача С10.8.** Решите уравнение

$$\sin(2x) \frac{d}{dx} y(x) = 2y(x) + 2 \cos(x)$$

Ответ:

$$y(x) = C_1 \tan(x) - \frac{2 \sin(x)}{\sin(2x)}$$

**Задача С10.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$2y'' + 5y' - 3y = 0; y(0) = 1; y'(0) = 4$$

Ответ:

$$2e^{\frac{t}{2}} - e^{-3t}$$

---

**Вариант 11.**

**Задача С11.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{(2x - 3)(3x + 5)(4x - 6)}{3x^3 + x - 1}$$

Ответ: 8

**Задача С11.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{1}{\sqrt{x^4 + 1}} (2x^2 - 3x - 4)$$

Ответ: 2

**Задача С11.3.** Найдите интеграл

$$\int x^2 \sqrt[3]{x^3 + 1} dx$$

Ответ:  $\frac{x^3}{4} \sqrt[3]{x^3 + 1} + \frac{1}{4} \sqrt[3]{x^3 + 1}$

**Задача С11.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{x^3 + 1} dx$$

. Ответ:  $\frac{2\pi}{9} \sqrt{3}$

**Задача С11.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt{x - 1} = x - 3$$

Ответ: [5]

**Задача С11.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 - 11x^2 + x - 11 = 0$$

Ответ: 11

**Задача С11.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} X \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$$

**Задача С11.8.** Решите уравнение

$$2y(x) + \frac{d}{dx}y(x) = y^2(x)e^x$$

Ответ:

$$y(x) = \frac{e^{-2x}}{C_1 + e^{-x}}$$

**Задача C11.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' + 16y = 0; y(\pi/4) = -3; y'(\pi/4) = 4$$

Ответ:

$$-\sin(4t) + 3\cos(4t)$$

---

**Вариант 12.**

**Задача C12.1.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{(x+1)^2}{x^2+1}$$

Ответ: 1

**Задача C12.2.** Вычислите предел при  $x$  стремящемся к  $\infty$  функции

$$\frac{2x+3}{\sqrt[3]{x}+x}$$

Ответ: 2

**Задача C12.3.** Найдите интеграл

$$\int \frac{x}{x^4+4} dx$$

Ответ:  $\frac{1}{4} \operatorname{atan}\left(\frac{x^2}{2}\right)$

**Задача C12.4.** Найдите интеграл

$$\int_0^\infty \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$$

. Ответ:  $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$

**Задача C12.5.** Найдите действительные корни уравнения

$$\sqrt{-x^2+x+6} = -x+1$$

Ответ:  $[-1]$

**Задача C12.6.** Найдите действительные корни уравнения

$$x^3 + 12x^2 + x + 12 = 0$$



Ответ:  $-12$

**Задача C12.7.** Найдите матрицу  $X$  из уравнения

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ответ:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

**Задача C12.8.** Решите уравнение

$$y(x) - 2\frac{d}{dx}y(x) + \frac{d^2}{dx^2}y(x) = \sin(x)$$

Ответ:

$$y(x) = (C_1 + C_2x)e^x + \frac{1}{2}\cos(x)$$

**Задача C12.9.** Найдите решение уравнение, удовлетворяющее краевым условиям

$$y'' - 2y' + 5y = 0; y(\pi) = 0; y'(\pi) = 2$$

Ответ:

$$\frac{e^t}{e^\pi} \sin(2t)$$