Zwischentransformator

Knallfroschverhinderungsschaltung

Ein *educated guess* von Christoph Maier (Dokter El Insch Eteha)

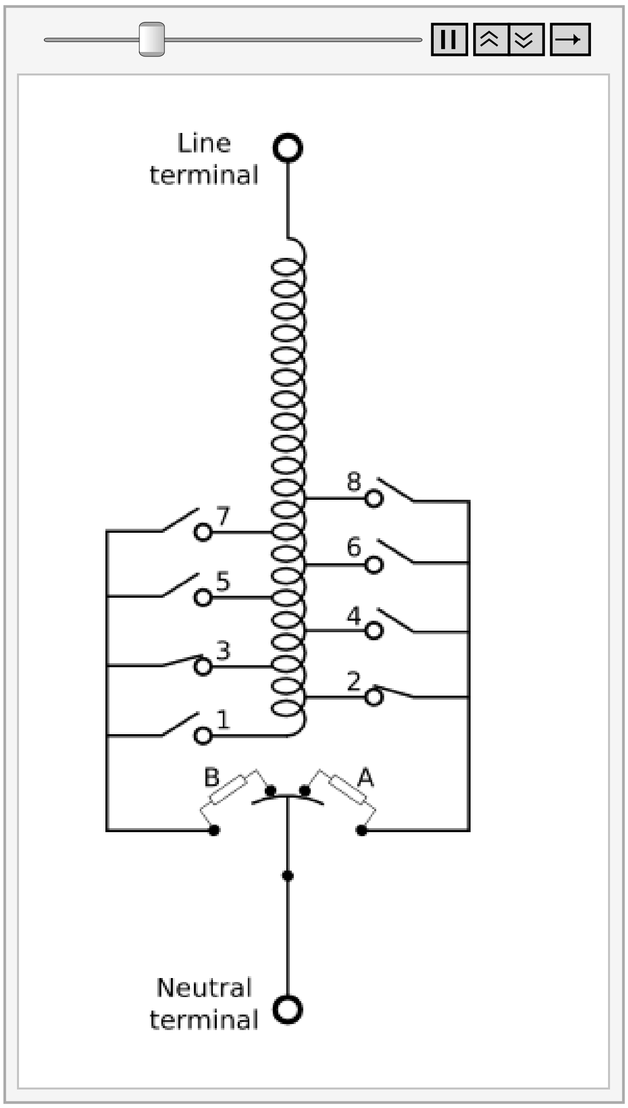
In den alten Zeiten, als Elektrolokomotiven noch nicht vollcomputerisiert und somit unwartbar waren, wurde die Motorleistung noch mit Schaltstufen an der Sekundärwicklung eines Haupttransformators geregelt.

In der Wikipedia wird ein Prinzipschaltbild eines solchen Schaltwerkes gezeigt:

In[1]:=

```
ListAnimate[schaltwerk = Import["/home/cmaier/grafix/Tap_changing_switch.gif"]]
```

Out[1]=



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tap_changing_switch.gif]

Laut Barbara Pirch hat der Haupttransformator sekundär Anzapfungen von 58 V bis 551 V in Stufen von 29 V:

In[2]:=
```
Vvoll = Range[58, 551, 29]
```

Out[2]=
```
{58, 87, 116, 145, 174, 203, 232, 261, 290, 319, 348, 377, 406, 435, 464, 493, 522, 551}
```

In[3]:=

$$\frac{\text{Vvoll}}{29}$$

Out[3]=
```
{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}
```

Ich nehme jetzt an, dass der Zwischentransformator eine Spule mit Mittelanzapfung ist. Die beiden äußeren Anschlüsse werden mit entweder ein und derselben Anzapfung oder zwei aufeinanderfolgenden Anzapfungen des Haupttransformators verbunden.
In der obigen Abbildung sind die Spulen als (generisch deutsche) Widerstände A und B eingezeichnet.

$$\begin{pmatrix} V_1 - V_M \\ V_2 - V_M \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} 1 & k \\ k & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

L ist die Induktivität pro Wicklung des Zwischentransformators, k der Kopplungsfaktor zwischen den Wicklungshälften.

Das drücke ich jetzt als lineare Gleichung aus mit $s \leftarrow \frac{d}{dt}$ (Laplacetransformation)

Weitere Gleichungen:
Der Motorstrom $I_M = I_1 + I_2$ ist die Summe der Ströme in den beiden Wicklungen und hängt von der am Motor anliegenden Spannung V_M und der Motorimpedanz $Z_M = \frac{V_M}{I_M}$ ab.

In[4]:=
```
zwischentrafo = {{V1, V2} - VM == s L {{1, k}, {k, 1}}.{I1, I2}, I1 + I2 == IM, VM == ZM IM}
```

Out[4]=
```
{{V1 - VM, V2 - VM} == {(I1 + I2 k) L s, (I2 + I1 k) L s}, I1 + I2 == IM, VM == IM ZM}
```

Dieses Gleichungssystem läßt sich lösen für
Motorspannung V_M
Motorstrom I_M
und die Ströme in den Zwischentransformatorwicklungen I_1 und I_2.

Dabei substituiere ich $V_a \equiv \frac{V_1 + V_2}{2}$ und $\Delta V \equiv V_2 - V_1$.

In[5]:=
```
Last[Solve[zwischentrafo, {VM, IM, I1, I2}]]
Simplify[%]
spannungssubstitution = Last[Solve[{2 Va == V1 + V2, ΔV == V2 - V1}, {V1, V2}]]
loesung = Simplify[%% /. %]
```

Out[5]= $\left\{VM \to \frac{(V1 + V2)\ ZM}{L\ s + k\ L\ s + 2\ ZM},\ IM \to -\frac{-V1 - V2}{L\ s + k\ L\ s + 2\ ZM},\ I1 \to -\frac{L\ s\ V1 - k\ L\ s\ V2 + V1\ ZM - V2\ ZM}{(-1 + k)\ L\ s\ (L\ s + k\ L\ s + 2\ ZM)},\ I2 \to -\frac{-k\ L\ s\ V1 + L\ s\ V2 - V1\ ZM + V2\ ZM}{(-1 + k)\ L\ s\ (L\ s + k\ L\ s + 2\ ZM)}\right\}$

Out[6]= $\left\{VM \to \frac{(V1 + V2)\ ZM}{(1 + k)\ L\ s + 2\ ZM},\ IM \to \frac{V1 + V2}{(1 + k)\ L\ s + 2\ ZM},\ I1 \to \frac{L\ s\ (-V1 + k\ V2) + (-V1 + V2)\ ZM}{(-1 + k)\ L\ s\ ((1 + k)\ L\ s + 2\ ZM)},\ I2 \to \frac{k\ L\ s\ V1 - L\ s\ V2 + (V1 - V2)\ ZM}{(-1 + k)\ L\ s\ ((1 + k)\ L\ s + 2\ ZM)}\right\}$

Out[7]= $\left\{V1 \to \frac{1}{2}\ (2\ Va - \Delta V),\ V2 \to Va + \frac{\Delta V}{2}\right\}$

Out[8]= $\left\{VM \to \frac{2\ Va\ ZM}{(1 + k)\ L\ s + 2\ ZM},\ IM \to \frac{2\ Va}{(1 + k)\ L\ s + 2\ ZM},\right.$
$I1 \to (2\ ZM\ \Delta V + L\ s\ (2\ (-1 + k)\ Va + (1 + k)\ \Delta V)) / (2\ (-1 + k)\ L\ s\ ((1 + k)\ L\ s + 2\ ZM)),$
$\left. I2 \to (-2\ ZM\ \Delta V + L\ s\ (2\ (-1 + k)\ Va - (1 + k)\ \Delta V)) / (2\ (-1 + k)\ L\ s\ ((1 + k)\ L\ s + 2\ ZM))\right\}$

Der Strom in den Wicklungen des Zwischentranformators setzt sich zusammen aus dem halben Motorstrom von den Anzapfungen des Sekundärtransformators zum Motor $\frac{I_M}{2}$ und einem Querstrom zwischen den Anzapfungen.

Mit der Streuinduktivität pro Wicklung $L_S \equiv L(1-k)$ erhalte ich einen Blindstrom (die Induktivität des Haupttransformators habe ich dabei vernachlässigt):

In[9]:=
```
Collect[{I1, I2} - IM/2 /. loesung, {Va, ΔV}, Simplify]
Last[Solve[Ls == L (1 - k), k]]
querstrom = Simplify[%% /. %]
```

Out[9]= $\left\{-\frac{\Delta V}{2\ L\ s - 2\ k\ L\ s},\ \frac{\Delta V}{2\ L\ s - 2\ k\ L\ s}\right\}$

Out[10]= $\left\{k \to \frac{L - Ls}{L}\right\}$

Out[11]= $\left\{-\frac{\Delta V}{2\ Ls\ s},\ \frac{\Delta V}{2\ Ls\ s}\right\}$

Für perfekt induktiv gekoppelte Spulen des Zwischentranformators wäre

In[12]:=
```
Print["V_Motor =", Simplify[VM /. loesung /. k → 1 /. Va → (V_1 + V_2)/2]]
```

$V_{Motor} = \frac{ZM\ (V_1 + V_2)}{2\ (L\ s + ZM)}$

In[13]:=
```
Print["I_Motor =", Simplify[IM /. loesung /. k → 1 /. Va → (V_1 + V_2)/2]]
```

$I_{Motor} = \frac{V_1 + V_2}{2\ L\ s + 2\ ZM}$

Für den Quer(blind)strom im Zwischentranformator gilt

In[14]:=
```
Print["I_quer =", Simplify[Last[querstrom /. Ls → L_streu /. ΔV → V_2 - V_1]]]
```

$$I_{quer} = \frac{-V_1 + V_2}{2\, s\, L_{streu}}$$