

Lab 6

Analisis Root-Locus

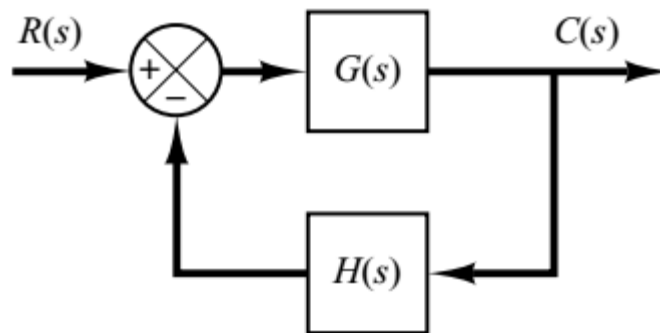
6.1 Tujuan Eksperimen

1. Memahami pengaruh penguatan pada umpan balik sistem
2. Memahami grafik *root locus* sebagai representasi variasi penguatan dalam sistem kalang tertutup
3. Mampu melakukan perancangan sistem dengan metode *root locus* dengan pemilihan penguatan yang tepat sesuai dengan kriteria yang ingin dipenuhi

6.2 Dasar Teori

6.2.1 Karakteristik sistem dengan umpan balik

Secara umum, suatu sistem dengan fungsi alih kalang terbuka $G(s)$ dan memiliki umpan balik $H(s)$ dapat digambarkan dengan diagram blok kalang tertutup seperti pada Gambar 6.1. Sistem tersebut dapat disederhanakan menjadi sistem kalang terbuka.



Gambar 6.1 Sistem dengan umpan balik negatif

Sistem kalang terbuka dari sistem dengan umpan balik negatif seperti pada gambar di atas dapat dinyatakan dalam persamaan berikut

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Fungsi alih suatu sistem yang dinyatakan dalam ranah laplace memiliki persamaan karakteristik yang diperoleh dengan menganggap penyebut dari persamaan tersebut sama dengan nol. Dalam persamaan di atas, persamaan karakteristik sistem dapat dinyatakan dengan persamaan

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

Dalam analisis sistem, lokasi dari kutub suatu sistem menentukan kestabilan dari sistem tersebut. Secara umum, sistem akan stabil kritis jika kutub berada pada sumbu imajiner dan akan stabil asimtotik jika kutub-kutub sistem berada pada sisi kiri bidang kompleks.

Sistem kendali yang pada umumnya memanfaatkan umpan balik dari sistem untuk kemudian dimanfaatkan untuk memanipulasi masukan ke sistem agar mencapai ke kondisi yang diinginkan, pada dasarnya akan membentuk kutub baru dari sistem kalang tertutup dari yang sebelumnya kutub-kutub yang ada hanya bersesuaian dengan kutub-kutub dari sistem kalang terbuka asalnya.

6.2.2 Metode *root locus* pada sistem umpan balik tunggal

Pada sistem yang memiliki penguatan (*gain*) K yang dapat divariasikan, lokasi kutub-kutub hasil dari variasi penguatan tersebut adalah tertentu. Pasangan dari nilai penguatan tertentu dan lokasi kutub-kutub sistem tersebut dapat digambarkan dengan representasi grafis yang disebut sebagai grafik *root locus*. Pada sistem dengan penguatan K , yaitu $KG(s)$ dan umpan balik negatif tunggal, fungsi alih sistem dapat dinyatakan dengan persamaan berikut

$$F(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}$$

Sebagai contoh, perhatikan fungsi alih sistem berikut

$$G(s) = \frac{K}{s + 5}$$

Kutub dari sistem tersebut adalah $s = -5$. Fungsi alih kalang tertutup dari sistem tersebut adalah

$$\frac{G(s)}{1 + KG(s)} = \frac{K}{s + K + 5}$$

Persamaan karakteristik dari sistem tersebut adalah

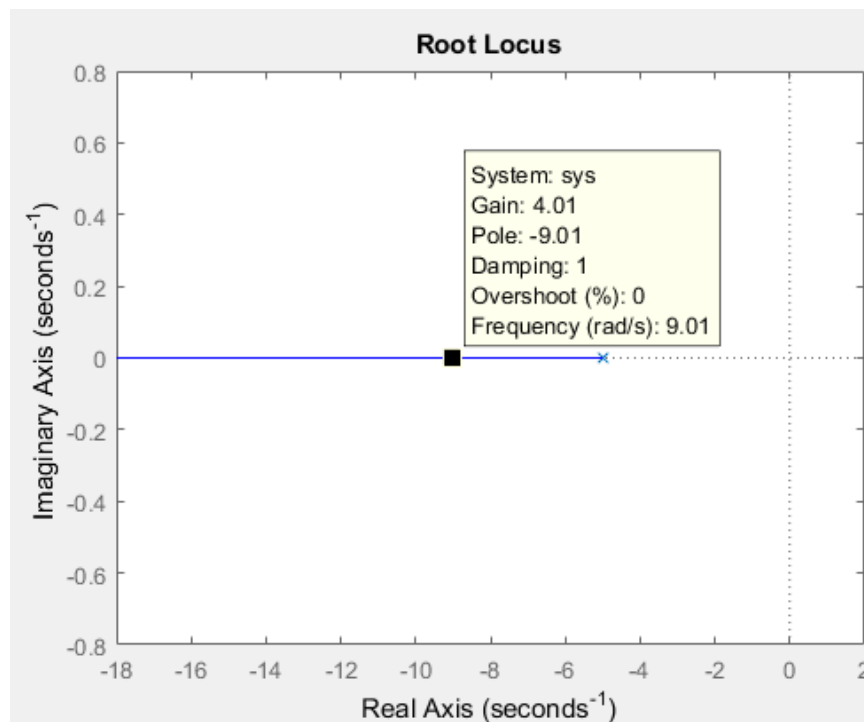
$$s + K + 5 = 0$$

Jika diinginkan kutub dari sistem tersebut adalah pada titik -6 , maka penguatan yang diperlukan adalah $K = 1$. Begitu juga untuk kutub -8 akan bersesuaian dengan penguatan $K = 3$.

Pada Matlab, lokasi *root locus* secara grafik dapat digambarkan melalui fungsi `rlocus()` seperti ditunjukkan pada Gambar 6.2.

```
sys = tf([1],[1 5])      % sistem kalang terbuka G(s)
rlocus(sys)              % grafik root locus untuk penguatan
r = rlocus(sys,[0 2 4])  % kutub-kutub untuk K=0, 2, dan 4
```

Melalui grafik *root locus* pada Matlab, pada grafik yang tergambar terdapat informasi mengenai penguatan (*gain*), faktor peredaman (*damping*), *overshoot*, dan frekuensi sudut (*frequency*) pada kutub (*pole*) yang bersesuaian.



Gambar 6.2 Grafik *root locus* untuk sistem kalang tertutup $\frac{K}{s+K+5}$

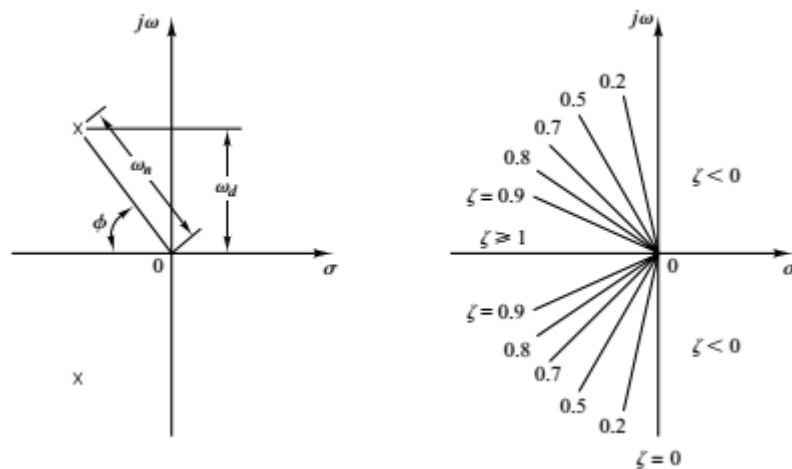
6.2.3 Faktor peredaman ζ dan frekuensi sudut ω pada metode *root locus*

Pada sistem dengan orde yang lebih dari satu, kestabilan sistem akan tergantung pada faktor peredaman ζ dan osilasi dari sistem tersebut akan tergantung pada frekuensi sudut ω . Metode *root locus* merupakan metode grafis yang pada dasarnya untuk suatu lokasi kutub pada *root locus* bersesuaian dengan faktor peredaman dan frekuensi sudut dari sistem yang baru. Dalam hal ini, pemilihan kutub akan menghasilkan nilai penguatan K pada sistem kalang tertutup. Dengan kaitan matematis, pemilihan faktor peredaman atau frekuensi sudut juga dapat dilakukan melalui grafik tersebut.

Pada bidang kompleks, faktor peredaman ζ dapat digambarkan sebagai garis lurus dari titik O dengan sudut sebesar ϕ dari sumbu nyata negatif, dimana $\phi = \arccos \zeta$. Representasi ini dapat dipahami bahwa faktor peredaman hanya akan bernilai lebih besar sama dengan 0 untuk mendapatkan kestabilan sistem, kutub sistem harus berada pada sisi kiri bidang kompleks yang berarti jika kutub tersebut ditarik garis lurus ke titik O akan menghasilkan sudut ϕ yang kurang dari sama dengan 90° dari sumbu nyata negatif, dan bersesuaian dengan $\cos \phi \geq 0$.

Frekuensi sudut ω dari sistem dapat dipahami sebagai nilai pada sumbu imajiner $j\omega$, sehingga besar ω dari sistem dapat digambarkan sebagai lingkaran dengan jari-jari tertentu dengan

pusat titik O . Gambaran dari ζ dan ω untuk mencapai kestabilan dari sistem digambarkan pada Gambar 6.3.



Gambar 6.3 Faktor peredaman dan frekuensi sudut pada grafik *root locus*

Pada Matlab, garis untuk faktor peredaman dan lingkaran frekuensi sudut tertentu dapat digambarkan melalui fungsi `sgrid()`

Sebagai contoh perhatikan sistem berorde dua berikut

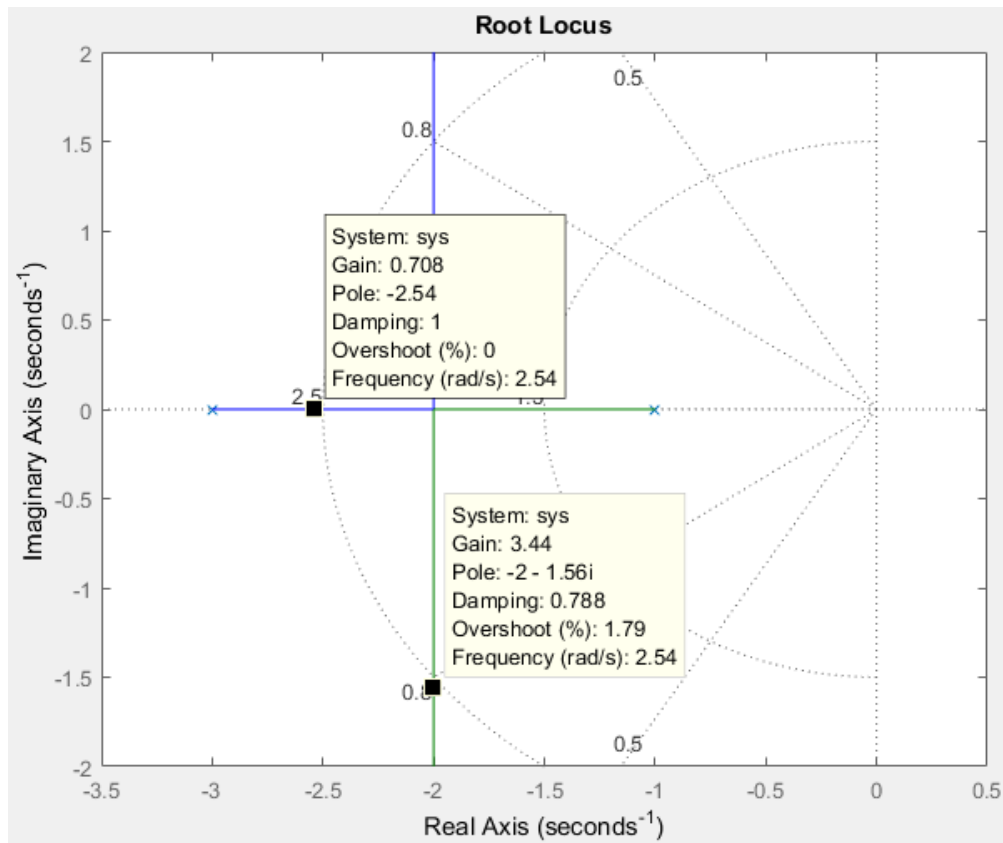
$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+3)}$$

Penguatan K yang bersesuaian dengan faktor peredaman $\zeta = 0,788$ adalah $K = 3,44$ yang diperoleh dengan mengamati grafik *root locus* yang berpotongan dengan garis faktor peredaman.

```
step(sys)
rlocus(sys)           % grafik root locus
sgrid([0.5 0.8],[1.5 2.5])
                        % faktor peredaman dan frekuensi tertentu
K = 3.44
sys_cl=feedback(sys,K)
                        % sistem kalang tertutup dengan faktor
                        peredaman = 0,788
step(sys_cl)
```

Penguatan K yang bersesuaian dengan faktor peredaman $\omega = 2,54$ adalah $K = 0,708$ yang diperoleh dengan mengamati grafik *root locus* yang berpotongan dengan garis faktor peredaman.

```
K = 0.708
sys_cl=feedback(sys,K)
                        % sistem kalang tertutup dengan frekuensi
                        sudut = 2.54
step(sys_cl)
```



Gambar 6.4 Grafik *root locus* dengan garis faktor peredaman 0,5 dan 0,8 serta lingkaran frekuensi sudut 1,5 dan 2,5

6.3 Eksperimen

1. Suatu sistem dengan penguatan tunggal negatif (*negative feedback*) memiliki fungsi alih kalang terbuka sebagai berikut

$$G(s) = \frac{K(s - 2)(s - 4)}{s^2 + 6s + 25}$$

- a. Gambarkan grafik *root locus* dari sistem tersebut.
- b. Tentukan nilai-nilai kutub untuk nilai-nilai penguatan $K = 1, 3, 5, 7$
- c. Untuk penguatan K berapa sistem kalang tertutup akan mulai stabil. (kestabilan dimulai sejak stabil kritis. Sesuaikan dengan faktor peredaman pada saat stabil kritis)
- d. Tentukan fungsi alih kalang tertutup yang memiliki faktor peredaman sebesar 0,5. Tentukan juga penguatan K , kutub-kutub, dan frekuensi sudutnya. Amati tanggap fungsi langkahnya.
- e. Tentukan fungsi alih kalang tertutup yang memiliki frekuensi sudut sebesar 2. Tentukan juga penguatan K , kutub-kutub, dan faktor peredamannya. Amati tanggap fungsi langkahnya.

2. Metode *root locus* dapat diterapkan pada sistem dengan representasi ruang keadaan. Pada Matlab, metode ini dijalankan dengan langkah yang serupa dengan sistem dalam representasi fungsi alih Laplace.

Perhatikan sistem berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -160 & -56 & -14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -14 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- Gambarkan grafik *root locus* dari sistem tersebut.
- Tentukan nilai-nilai kutub untuk nilai-nilai penguatan $K = 10, 30, 50, 70$
- Untuk penguatan K berapa sistem kalang tertutup akan mulai stabil.
- Tentukan matriks **A** dari sistem kalang tertutup yang memiliki faktor peredaman sebesar 0,5. Tentukan juga penguatan K , kutub-kutub, dan frekuensi sudutnya. Amati tanggap fungsi langkahnya.
- Tentukan matriks **A** dari kalang tertutup yang memiliki frekuensi sudut sebesar 10. Tentukan juga penguatan K , kutub-kutub, dan faktor peredamannya. Amati tanggap fungsi langkahnya.
- Tentukan matriks **A** dari kalang tertutup yang memiliki *overshoot* minimum. Tentukan juga penguatan K , kutub-kutub, faktor peredaman, dan frekuensi sudutnya. Amati tanggap fungsi langkahnya.