Lab 7
Plot Nyquist

7.1 Tujuan Eksperimen

1. Memahami peran diagram bode dalam analisis sistem dengan masukan sinusoidal
2. Memahami diagram Nyquist sebagai sebagai representasi lain dari tanggap frekuensi
3. Mampu membaca diagram Nyquist dan menerapkan kriteria kestabilan Nyquist melalui diagram tersebut
4. Mampu melakukan modifikasi penguatan K pada sistem umpan balik tunggal berdasarkan analisis Nyquist

7.2 Dasar Teori

7.2.1 Tanggap frekuensi $G(j\omega)$ dari fungsi alih $G(s)$

Fungsi alih sistem $G(s)$ memiliki variabel bidang kompleks $s = \sigma + j\omega$ dengan komponen nyata σ dapat menentukan kestabilan dan $j\omega$ merupakan frekuensi dari sistem. Hal ini dapat dipahami karena sinyal dasar dari analisis Laplace berupa sinyal $e^{st} = e^{\sigma t} e^{j\omega t}$ dengan.

Jika masukan dari suatu sistem berupa sinyal sinusoidal, maka sinyal masukan tersebut tidak konvergen maupun divergen. Dalam analisis sistem, tanggapan dari sistem terhadap sinyal sinusoidal tersebut dapat diamati dengan menganggap komponen nyata dari variabel kompleks s adalah nol ($\sigma = 0$). Pada analisis ini, maka fungsi alih sistem $G(s)$ digunakan untuk menganalisis frekuensi saja dan dapat dikatakan sebagai tanggap frekuensi $G(j\omega)$.

Sebagai contoh, suatu sistem dengan fungsi alih berikut

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

Tanggap frekuensi dari sistem tersebut dapat dilakukan dengan mengatur $s = j\omega$. Tanggap frekuensi menghasilkan nilai dalam bentuk bilangan kompleks, sehingga dapat diamati magnitudo dan fase dari setiap frekuensi sinyal masukan yang diamati dari sistem tersebut.

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega T + 1}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + T\omega^2}}$$

$$\phi = \angle G(j\omega) = -\arctan T\omega$$

Dalam sistem kendali, analisis tanggap frekuensi ini dapat digunakan untuk mengamati luaran keadaan tunak (*steady-state outputs*) ketika sistem mendapat masukan sinyal sinusoidal.

Dalam kaitannya dengan tanggap frekuensi dari suatu sistem, analisis grafik dapat dilakukan dengan berbagai metode, di antaranya adalah

- Bode plot
- Nyquist plot
- Nichols plot

7.2.2 Bode Plot

Seperti telah disebutkan sebelumnya, tanggap frekuensi $G(j\omega)$ merupakan variabel kompleks yang dapat diamati sebagai magnitudo dan fase. Kedua komponen tersebut bervariasi tergantung dari frekuensi ω. Salah satu cara untuk mengamati komponen tersebut, digunakan diagram bode yang merupakan grafik frekuensi ω - $|G(j\omega)|$ dan grafik ω - $\angle G(j\omega)$. Dalam diagram bode, frekuensi ω ditampilkan dalam skala logaritmik dan magnitudo ditampilkan dalam skala desibel dengan perhitungan sebagai berikut

$$dB = 20 \log|G(j\omega)|$$

Dalam analisis tanggap frekuensi dari fungsi alih sistem, penggambaran diagram bode dapat dikategorikan dalam empat kelompok, yaitu

- Penguatan (gain) K
- Faktor derivasi dan integral $j\omega$
- Faktor orde satu $(1 + j\omega T)$
- Faktor orde dua $\left[1 + 2\zeta\left(j\frac{\omega}{\omega_n}\right) + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]$

Masing-masing kelompok tersebut memiliki karakteristik grafik dalam diagram bode, yaitu kemiringannya. Dalam matlab, grafik bode dapat dimunculkan dengan memanfaatkan fungsi bode()

```
bode(sys)          % diagram bode dari fungsi alih
bode(num,denum)    % diagram bode dari koefisien fungsi alih
bode(A,B,C,D)      % diagram bode dari persamaan ruang keadaan
```

Sebagai contoh, perhatikan fungsi alih-fungsi alih berikut

$$G(j\omega) = \frac{10(j\omega + 3)}{(j\omega)(j\omega + 2)((j\omega)^2 + j\omega + 2)}$$

$$G_1 = 10$$

$$G_2 = j\omega + 3$$

$$G_3 = \frac{1}{j\omega}$$

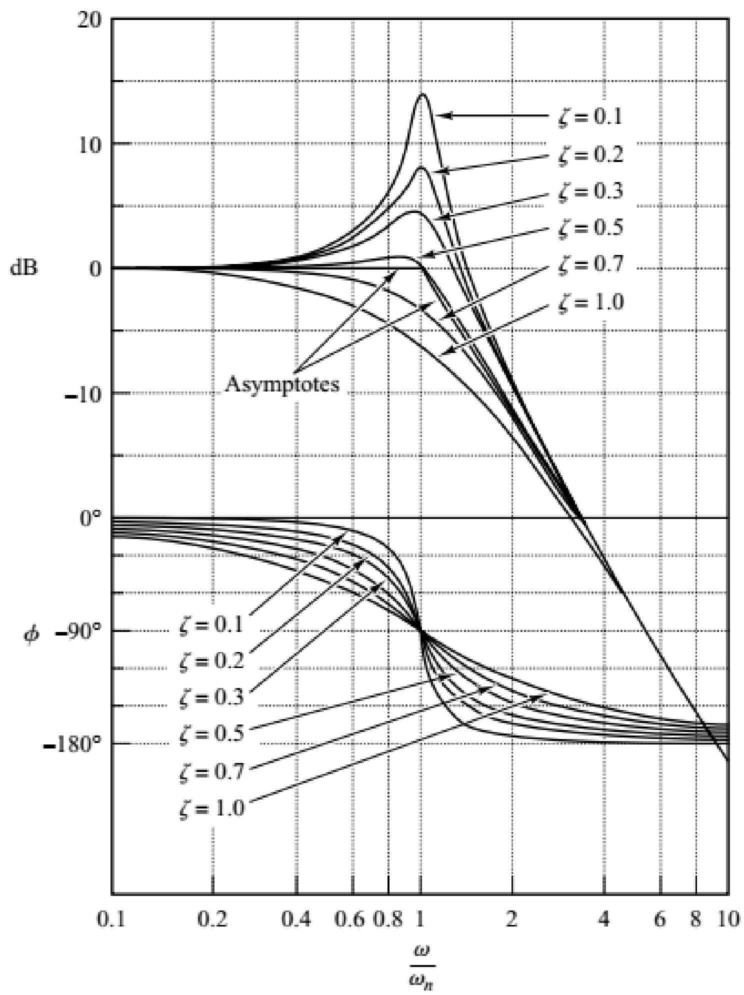
$$G_4 = \frac{1}{j\omega + 2}$$

$$G_5 = \frac{1}{(j\omega)^2}$$

$$G_6 = \frac{1}{((j\omega)^2 + j\omega + 2)}$$

Bode diagram dari satu fungsi alih dapat dianggap sebagai jumlahan dari beberapa fungsi alih-fungsi alih dasar yang memiliki tanggap frekuensi yang tertentu.

```
figure(1)
bode(G1)
hold all    % tampilkan seluruh grafik dalam satu jendela
bode(G2)
bode(G3)
bode(G4)
bode(G5)
bode(G6)
figure(2)
bode(G)
```



Gambar 7.1 Diagram bode untuk faktor orde dua pada frekuensi natural ω_n dengan variasi nilai ζ

Untuk faktor fungsi alih dasar dalam orde dua, faktor redaman ζ dan frekuensi natural ω_n memiliki hubungan tertentu seperti ditunjukkan pada Gambar 7.1. Seperti ditunjukkan pada gambar tersebut, untuk nilai faktor redaman kurang dari 1, terdapat puncak (*peak*) pada frekuensi natural ω_n. Secara umum, puncak tersebut disebut sebagai puncak resonan (*resonant peak*) M_r pada frekuensi resonan (*resonant frequency*) ω_r. Pada sistem dengan orde yang lebih dari dua, kondisi resonan ini dapat dianalisis dari faktor orde dua dari sistem tersebut. Secara teori, kemunculan frekuensi resonan dapat dianalisis dengan persamaan berikut

$$\omega_r = \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

7.2.3 Diagram Nyquist

Fungsi yang merepresentasikan tanggap frekuensi dari sistem, yaitu $G(j\omega)$ memiliki nilai dalam himpunan bilangan kompleks. Artinya, setiap nilai nyata frekuensi ω memiliki pasangan bilangan kompleks tertentu. Pasangan bilangan variabel frekuensi ω dengan bilangan kompleks $G(j\omega)$ ini dapat ditampilkan dalam satu grafik tunggal yang disebut sebagai grafik Nyquist. Bidang yang digunakan untuk menampilkan diagram Nyquist tersebut merupakan bidang kompleks dengan sumbu nyata dan imajiner dengan kurva yang tergambar merupakan hasil pemetaan dari nilai-nilai frekuensi ω yang diamati.

Sebagai contoh, perhatikan fungsi alih sistem berikut

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

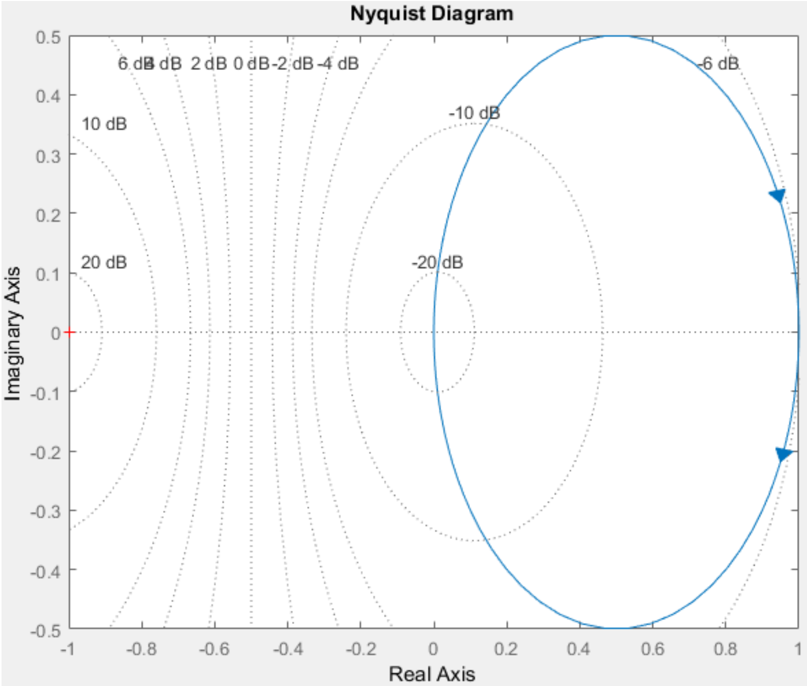
Nilai-nilai dari diagram Nyquist diperoleh dengan mengatur nilai $s = j\omega$ sehingga diperoleh persamaan tanggap frekuensi dalam bentuk bilang kompleks berikut

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 1}$$

$$= \frac{1 - j\omega}{1 + \omega^2} = \frac{1}{1 + \omega^2} - \frac{j\omega}{1 + \omega^2}$$

Dalam Matlab, diagram Nyquist dapat ditampilkan dengan fungsi Nyquist.

```
G = tf([1],[1 1])
nyquist(G)              % tampilkan grafik Nyquist
[re,im]=nyquist(G,2)    % tanggap frekuensi pada ω = 2
```



Gambar 7.2 Grafik Nyquist untuk sistem $G(s)$

7.2.4 Kriteria kestabilan Nyquist

Sebuah sistem dengan fungsi alih kalang terbuka $G(s)$ dan memiliki umpan balik $H(s)$ dapat direpresentasikan dengan persamaan kalang tertutup sistem

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Kestabilan dari sistem ditentukan oleh lokasi kutub-kutub dari sistem tersebut yang dalam fungsi alih kalang tersebut ditentukan oleh persamaan karakteristik

$$F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0$$

Pada persamaan karakteristik, nol atau akar-akar dari persamaan tersebut merupakan kutub dari sistem kalang tertutup, sehingga kestabilan sistem dapat dilakukan dengan mengamati persamaan karakteristik tersebut.

Jika diagram Nyquist diterapkan pada persamaan karakteristik sistem kalang tertutup $F(s)$, akan diperoleh grafik yang dapat digunakan untuk menentukan kestabilan dari sistem. Prinsip yang digunakan untuk analisis ini adalah bahwa pada sistem yang memiliki kutub berada pada sumbu imajiner bidang Laplace akan menghasilkan kurva pada diagram Nyquist yang melalui titik asal O sedang sistem dengan kutub berada pada sisi kanan bidang Laplace akan menghasilkan kurva pada diagram Nyquist yang mengelilingi titik asal O.

Analisis kondisi diagram Nyquist terhadap titik asal O dilakukan karena persamaan karakteristik adalah $1 + G(s)H(s) = 0$. Persamaan karakteristik tersebut dapat ditata ulang menjadi persamaan berikut

$$G(s)H(s) = -1$$

Berdasarkan persamaan tersebut, analisis diagram Nyquist dari $1 + G(s)H(s)$ terhadap titik asal $O = (0,0)$ dapat disetarakan dengan analisis diagram Nyquist dari $G(s)H(s)$ terhadap titik -1.

Dengan demikian, kriteria kestabilan Nyquist dapat dirumuskan dengan persamaan

$$Z = N + P$$

Dengan
Z : banyaknya nol dari $1 + G(s)H(s)$ (kutub dari sistem kalang tertutup) pada sisi kanan bidang kompleks
N : banyaknya pemutaran terhadap titik -1 pada diagram Nyquist
P : banyaknya kutub dari $G(s)H(s)$ berada pada sisi kanan bidang kompleks.
Agar sistem stabil, nilai dari Z harus 0

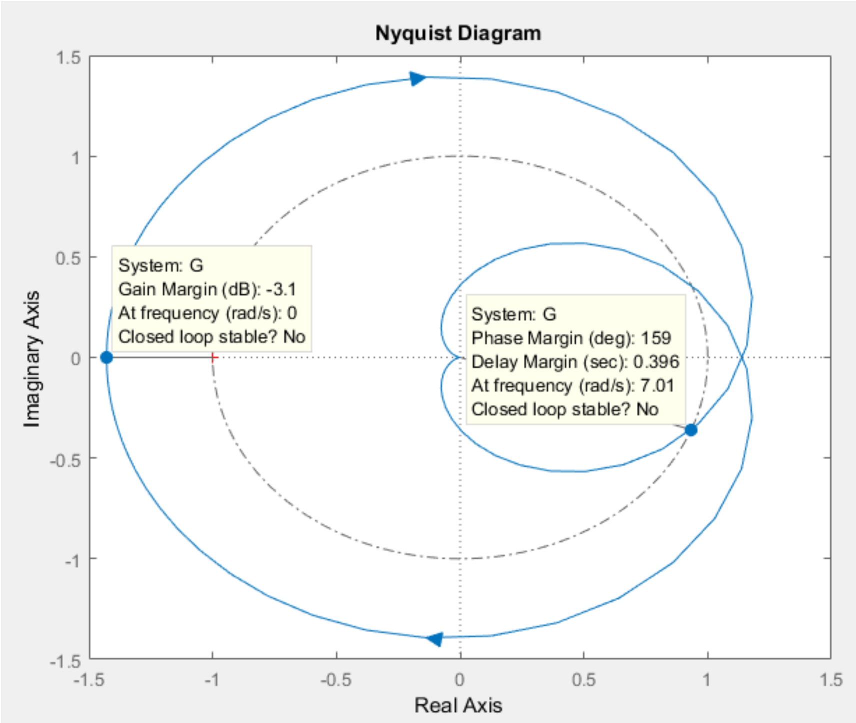
Sebagai contoh perhatikan persamaan fungsi alih dengan umpan balik tunggal berikut

$$G(s) = \frac{500(s-2)}{(s+2)(s+7)(s+50)}$$

Kriteria kestabilan Nyquist dapat diterapkan pada sistem di atas

```
G = zpk([2],[-2 -7 -50],500);
nyquist(G)
```

sistem tersebut memiliki $P = 0$, dan $N = 1$. Maka $Z = 1$ dan sistem tidak stabil.



Gambar 7.3 Diagram Nyquist dari sistem

7.2.5 Pengaturan penguatan K berdasarkan diagram Nyquist

Diagram Nyquist dapat digunakan untuk mengamati kestabilan berdasar pemutaran kurva terhadap titik -1. Berdasarkan hal tersebut, dapat dilakukan penguatan atau pelemahan pada sistem dengan memberikan penguatan K yang membuat diagram Nyquist tidak memutari titik tersebut.

Sebagai contoh, perhatikan diagram Nyquist pada Gambar 7.3. Sistem tersebut memiliki diagram Nyquist yang memutari titik -1 selama satu kali. Agar diagram tersebut tidak memutari titik -1, sistem dapat diberi penguatan K yang bertujuan untuk melemahkan tanggap frekuensi dari sistem tersebut. Penguatan K pada sistem yang tidak stabil tersebut memiliki jarak penguatan (*gain margin*) sebesar -3.1dB yang berarti bahwa sistem tersebut perlu dilemahkan dengan nilai lebih kecil faktor tersebut dalam skala linier.

```
K_margin = db2mag(-3.1) % margin K dalam skala linier -> 0.6998
G_margin = G*K_margin   % sistem dengan stabil kritis
G_2 = G*0.5             % sistem stabil dengan K lebih lemah
nyquist(G_margin)
nyquist(G_2)
G1_fb = feedback(G,1)
Gm_fb = feedback(G,K_margin)
G2_fb = feedback(G,0.5)
Step(G2_fb)
```

7.3 Eksperimen

1. Perhatikan fungsi alih sistem kalang terbuka berikut

$$G(s) = \frac{20}{s(s+3)(s+2)}$$

   Sistem tersebut memiliki umpan balik tunggal $H(s) = 1$

   a. Tampilkan diagram bode dari tanggap frekuensi sistem tersebut
   b. Tampilkan diagram Nyquist dari fungsi alih tersebut.
   c. Tentukan kestabilan dari sistem kalang tertutup tersebut
   d. Tentukan batas penguatan dari sistem tersebut agar sistem tersebut stabil.
   e. Cobakan penguatan baru agar sistem berada pada kondisi batas penguatan, di atas batas penguatan, dan di bawah batas penguatan.
   f. Amati tanggap fungsi langkah dari fungsi alih kalang tertutup sistem tersebut.

2. Suatu sistem untuk menangani kemiringan pada penyimpanan data untuk eksperimen holografik memiliki fungsi alih $P(s)$. Agar sistem penarikan informasi dari media penyimpanan tersebut lancar, ditambahkan sistem kendali $G_c(s)$. Luaran dari sistem kendali tersebut akan menjadi masukan bagi sistem $P(s)$ yang bersama-sama memiliki umpan balik tunggal.

$$P(s) = \frac{1{,}163 \times 10^8}{s^3 + 962{,}5s^2 + 5{,}958 \times 10^5 s + 1{,}16 \times 10^8}$$

$$G_c(s) = \frac{78{,}575(s+436)^2}{(s+132)(s+8030)}$$

   a. Tampilkan diagram bode dari tanggap frekuensi sistem tersebut
   b. Tampilkan diagram Nyquist dari fungsi alih tersebut.
   c. Tentukan kestabilan dari sistem kalang tertutup tersebut
   d. Tentukan batas penguatan dari sistem tersebut agar sistem tersebut stabil.
   e. Cobakan penguatan baru agar sistem berada pada kondisi batas penguatan, di atas batas penguatan, dan di bawah batas penguatan.
   f. Amati tanggap fungsi langkah dari fungsi alih kalang tertutup sistem tersebut.