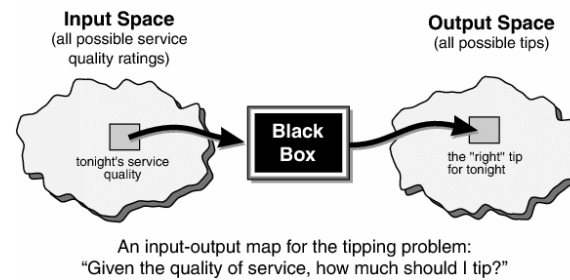


# Logika Fuzzy

## KECERDASAN BUATAN (Artificial Intelligence)

### Materi 8

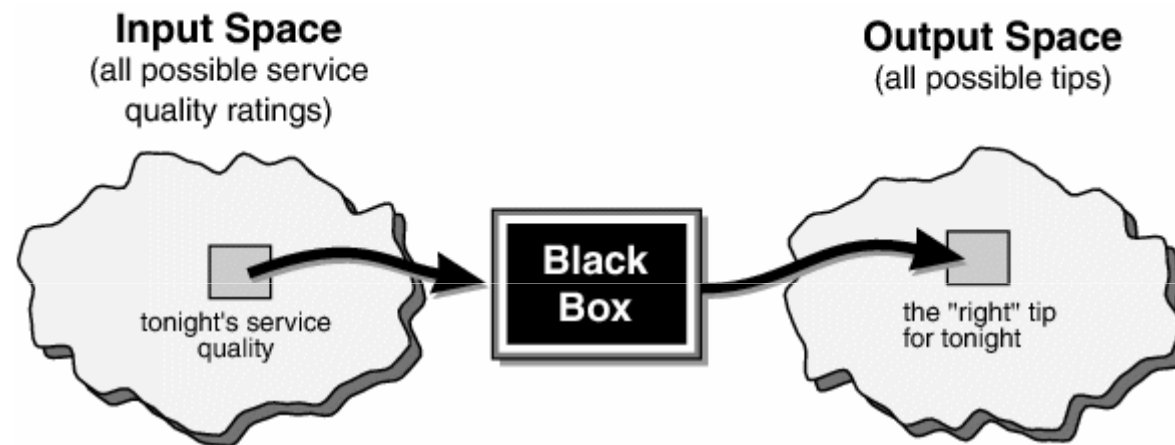


Entin Martiana

# Kasus fuzzy dalam kehidupan sehari-hari

- Tinggi badan saya:
  - Andi menilai bahwa tinggi badan saya termasuk tinggi
  - Nina menilai bahwa tinggi badan saya termasuk sedang
- Manajer produksi bertanya pada manajer pergudangan berapa stok barang yang ada pada akhir minggu ini,
  - Kemudian manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi esok hari.
- Pelayan restoran memberikan pelayanan kepada tamu,
  - Kemudian tamu akan memberikan tip yang sesuai atas baik tidaknya pelayanan yang diberikan
- Anda mengatakan pada saya seberapa sejuk ruangan yang anda inginkan,
  - Kemudian saya akan mengatur setting AC pada ruangan ini
- Ketika anda naik taksi, anda berkata pada taksi meminta seberapa cepat yang anda inginkan,
  - Kemudian sopir taksi akan mengatur pijakan gas taksinya.

# Black box Logika Fuzzy



An input-output map for the tipping problem:  
"Given the quality of service, how much should I tip?"

# Konsep Dasar

- Logika fuzzy bukanlah **logika yang tidak jelas (kabur)**,
  - tetapi logika yang digunakan untuk **menggambarkan ketidakjelasan**.
- Logika fuzzy adalah teori himpunan fuzzy
  - Himpunan yang mengkalibrasi ketidakjelasan.
  - Logika fuzzy didasarkan pada gagasan bahwa segala sesuatu mempunyai nilai derajat.
- Logika Fuzzy merupakan peningkatan dari logika Boolean yang mengenalkan konsep **kebenaran sebagian**.
  - Logika klasik (**Crisp Logic**) menyatakan bahwa segala hal dapat diekspresikan dalam istilah binary (0 atau 1, hitam atau putih, **ya atau tidak**) → Tidak ada nilai di antaranya
  - Logika fuzzy menggantikan kebenaran boolean dengan tingkat **kebenaran** → Ada nilai diantara hitam dan putih (abu-abu).

# Logika Fuzzy

- Alasan penggunaan:
  - Mudah dimengerti, konsep matematisnya sederhana
  - Sangat Fleksibel
  - Memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat (kabur)
  - Mampu memodelkan fungsi-fungsi non-linear yang sangat kompleks.
  - Dapat menerapkan pengalaman pakar secara langsung tanpa proses pelatihan.
  - Dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
  - Didasarkan pada bahasa alami
- Fuzzy  $\neq$  Probabilitas:
  - Probabilitas berkaitan dengan ketidakmenentuan dan kemungkinan
  - Logika Fuzzy berkaitan dengan ambiguitas dan ketidakjelasan

# Fuzzy vs Probabilitas

- Fuzzy  $\neq$  Probabilitas
  - Probabilitas berkaitan dengan ketidakmenentuan dan kemungkinan
  - Logika Fuzzy berkaitan dengan ambiguitas dan ketidakjelasan
- Contoh 1:

Billy memiliki 10 jari kaki. Probabilitas Billy memiliki 9 jari kaki adalah 0. Keanggotaan Fuzzy Billy pada himpunan orang dengan 9 jari kaki  $\neq$  0
- Contoh 2:
  - Probabilitas botol 1 berisi air beracun adalah 0.5 dan 0.5 untuk isi air murni { **mungkin air tersebut tidak beracun** }
  - Isi botol 2 memiliki nilai keanggotaan 0.5 pada himpunan air berisi racun { **air pasti beracun** }

# Aplikasi Logika Fuzzy

- Tahun 1990, mesin cuci otomatis di Jepang menggunakan logika fuzzy.
  - Menggunakan sensor untuk mendeteksi kotoran pada pakaian.
  - Inputnya: tingkat kekotoran, jenis kotoran dan banyaknya cucian.
  - Outputnya: menentukan putaran putaran yang tepat secara otomatis.
- Transmisi otomatis mobil.
  - Mampu menghemat bensin 12-17%
- Dunia kedokteran dan biologi
  - Diagnosis penyakit pasien, penelitian kanker, dsb.
- Manajemen pengambilan keputusan
  - Manajemen basis data untuk query data
  - Tata letak pabrik yang maksimal
  - Penentuan jumlah produksi berdasarkan jumlah stok dan permintaan.
- Klasifikasi dan pencocokan pola.
- Mengukur kualitas air, peramalan cuaca, dsb.

# Himpunan Crisp (tegas)

- Nilai keanggotaan suatu item  $x$  dalam suatu himpunan  $A$ , ditulis  $\mu_A[x]$ , memiliki 2 kemungkinan:
  - Satu (1): berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, dan
  - Nol (0): berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.
- Contoh:
  - $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  adalah semesta pembicaraan
  - $A = \{1, 2, 3\}$
  - $B = \{3, 4, 5\}$

Bisa dikatakan bahwa:

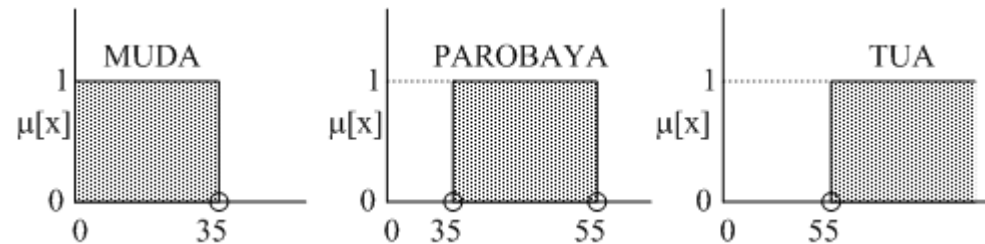
- Nilai keanggotaan 2 pada himpunan  $A$ ,  $\mu_A[2]=1$ , karena  $2 \in A$
- Nilai keanggotaan 3 pada himpunan  $A$ ,  $\mu_A[3]=1$ , karena  $3 \in A$
- Nilai keanggotaan 4 pada himpunan  $A$ ,  $\mu_A[4]=0$ , karena  $4 \notin A$
- Nilai keanggotaan 2 pada himpunan  $B$ ,  $\mu_B[2]=0$ , karena  $2 \notin B$
- Nilai keanggotaan 3 pada himpunan  $B$ ,  $\mu_B[3]=1$ , karena  $3 \in B$



# Himpunan Crisp (tegas) – Cont'd

- Misal variable umur dibagi menjadi 3 katagori :

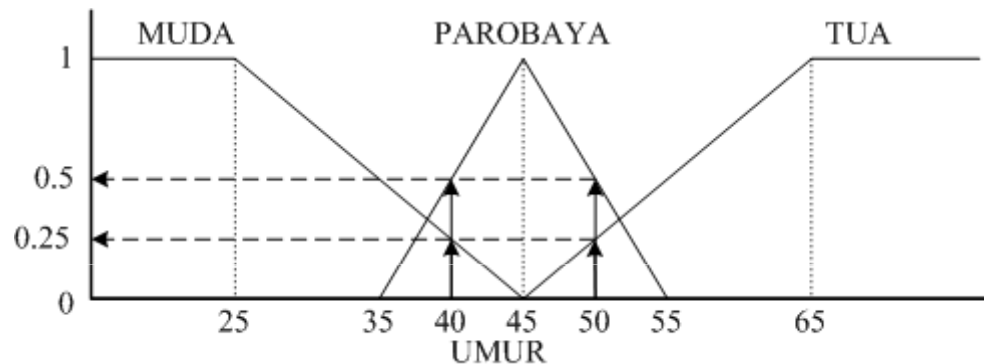
- MUDA            umur < 35 tahun
- PAROBAYA     $35 \leq \text{umur} \leq 55$  tahun
- TUA            umur > 55 tahun



- Apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA,  $\mu_{\text{MUDA}}[34]=1$
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA,  $\mu_{\text{MUDA}}[35]=0$
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA,  $\mu_{\text{PAROBAYA}}[35]=1$
- Apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA,  $\mu_{\text{PAROBAYA}}[35-1]=0$
- Apabila seseorang berusia 55 tahun, maka ia dikatakan TIDAK TUA,  $\mu_{\text{TUA}}[55]=0$
- Apabila seseorang berusia 55 tahun lebih  $\frac{1}{2}$  hari, maka ia dikatakan TUA,  $\mu_{\text{TUA}}[55+0.5]=1$
- Tidak adil bukan ?

# Himpunan Fuzzy

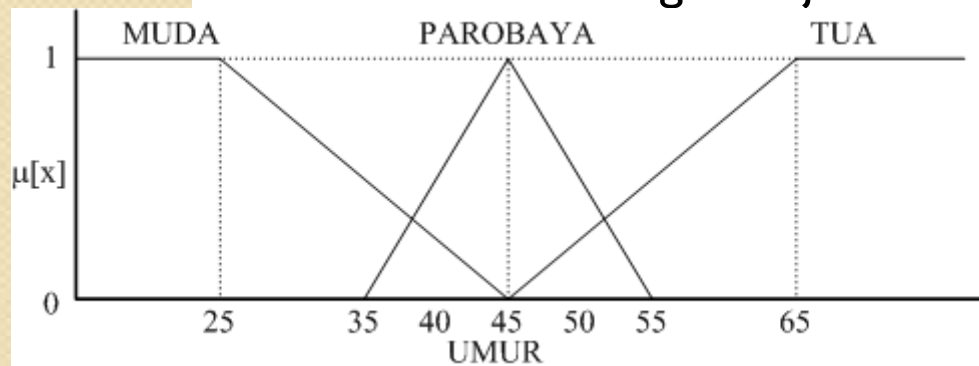
- Digunakan untuk mengantisipasi dimana seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan yang berbeda.
  - Misal, MUDA dan PAROBAYA, atau PAROBAYA dan TUA.



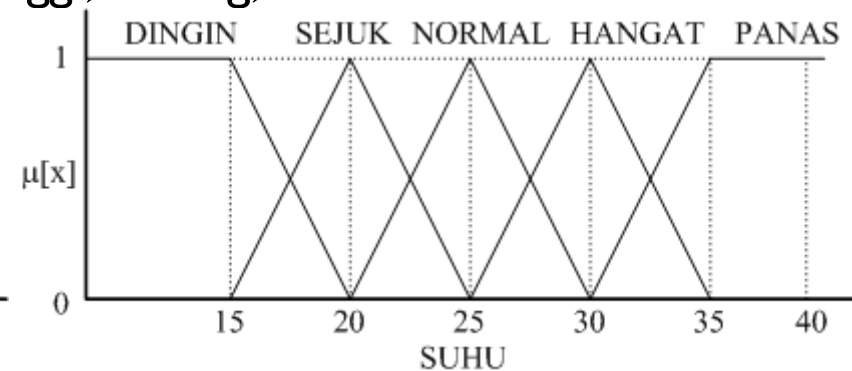
- Contoh (dari gambar):
  - Seseorang yang berusia 40 tahun, masuk dalam himpunan MUDA dengan  $\mu_{\text{MUDA}}[40] = 0.25$ ; Tapi juga masuk dalam himpunan PAROBAYA dengan  $\mu_{\text{PAROBAYA}}[40] = 0.5$
  - Seseorang yang berusia 50 tahun, masuk dalam himpunan PAROBAYA dengan  $\mu_{\text{PAROBAYA}}[50] = 0.5$ ; Tapi juga masuk dalam himpunan TUA dengan  $\mu_{\text{TUA}}[50] = 0.25$
- Jangkauan nilai keanggotaan setiap item data dalam rentang 0 dan 1:
  - Jika suatu item  $x$  mempunyai **nilai keanggotaan fuzzy**  $\mu_A[x] = 0$  maka item tersebut **tidak menjadi anggota** himpunan A
  - Jika suatu item  $x$  mempunyai **nilai keanggotaan fuzzy**  $\mu_A[x] = 1$  maka item tersebut **menjadi anggota penuh** himpunan A

# Himpunan Fuzzy – Cont'd

- Variabel Fuzzy
    - Fitur yang dijadikan **basis dalam suatu sistem penalaran fuzzy**.
    - Contoh : umur, suhu, berat badan, tinggi badan, dsb
  - Himpunan Fuzzy
    - Himpunan fuzzy yang mewakili suatu **kondisi** pada suatu variabel fuzzy.
- Contoh :
- Variabel umur terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy: muda, parobaya, tua
  - Variabel suhu terbagi 3 menjadi himpunan fuzzy: panas, hangat, dingin.
  - Variabel nilai terbagi menjadi 3 : tinggi, sedang, rendah



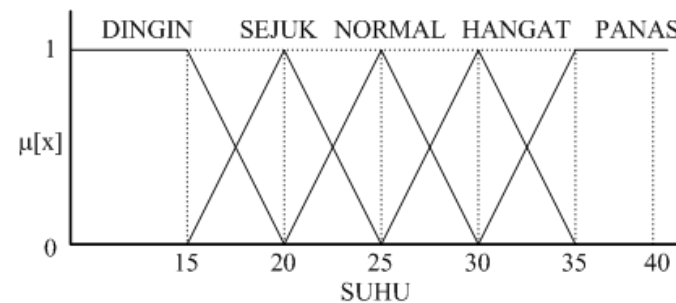
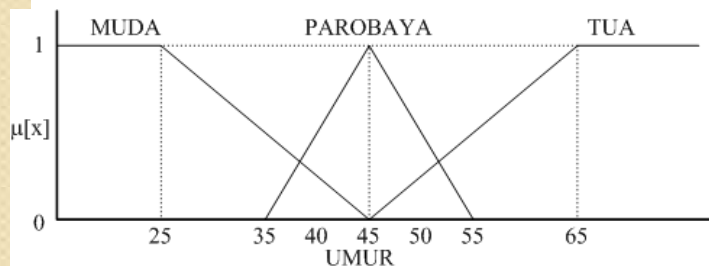
Himpunan Fuzzy variabel UMUR



Himpunan Fuzzy variabel SUHU

# Himpunan Fuzzy – Cont'd

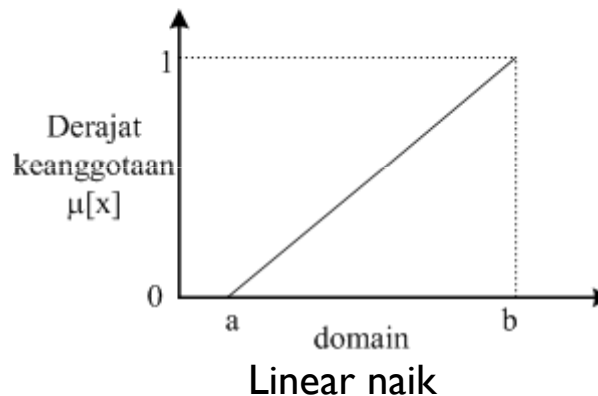
- Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu :
  - Linguistik**, yaitu penamaan suatu group yang mewakili suatu kondisi, misalnya: MUDA, PAROBAYA, TUA
  - Numeris**, yaitu ukuran dari suatu variabel seperti : 30,40, 55, 65, dst
- Himpunan Semesta
  - Adalah keseluruhan nilai yang boleh dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy.
  - Contoh:
    - Semesta untuk variabel umur :  $[0, \infty]$
    - Semesta untuk variabel berat badan :  $[1, 150]$
    - Semesta untuk variabel suhu :  $[0, 100]$ .



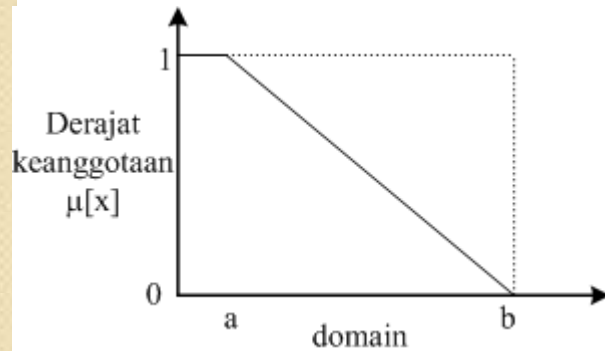
- Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.
  - Contoh:
    - MUDA =  $[0, 45]$ , PAROBAYA =  $[35, 55]$ , TUA =  $[45, \infty]$
    - DINGIN =  $[0, 20]$ , SEJUK =  $[15, 25]$ , NORMAL =  $[20, 30]$ , HANGAT =  $[25, 35]$ , PANAS =  $[30, 40]$

# Fungsi Keanggotaan

- Fungsi Keanggotaan (*Membership Function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan **pemetaan titik-titik input data** (sumbu x) **kepada nilai keanggotaannya** (sering juga disebut derajat keanggotaan) yang mempunyai **interval mulai 0 sampai 1**.
- Menggunakan pendekatan fungsi:
  - Linear naik
  - Linear turun
  - Kurva segitiga
  - Kurva trapesium
  - Kurva Sigmoid
  - Kurva Phi
  - Kurva Beta
  - Kurva Gauss
- Fungsi Linear naik dan Linear turun
  - Berupa suatu garis lurus.
  - Untuk Linear naik: dimulai dari derajat 0 bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih tinggi.
  - Untuk Linear naik: dimulai dari derajat 1 pada sisi kiri bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih rendah.



$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \\ (x - a) / (b - a) & , a \leq x \leq b \\ 1 & , x > b \end{cases}$$

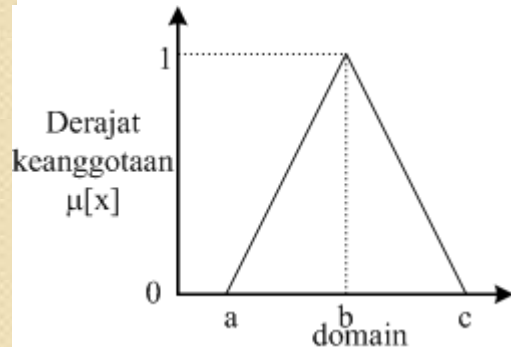


$$\mu[x] = \begin{cases} 1 & , x < a \\ (b-x)/(b-a) & , a \leq x \leq b \\ 0 & , x > b \end{cases}$$

Linear turun

## Fungsi Kurva segitiga

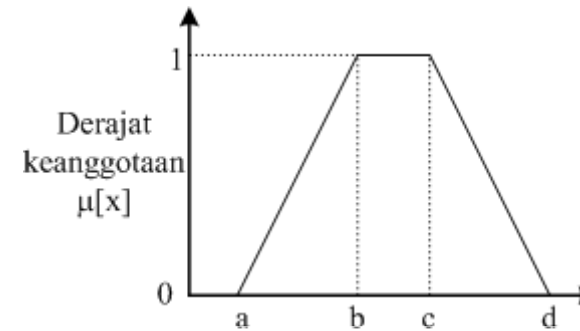
Merupakan gabungan garis linear naik dan turun



$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \text{ atau } x > c \\ (b-x)/(b-a) & , a \leq x \leq b \\ (c-x)/(c-b) & , b \leq x \leq c \end{cases}$$

## Fungsi Kurva trapesium

Pada dasarnya adalah kurva segitiga, hanya saja ada beberapa titik ditengah yang mempunyai nilai keanggotaan 1

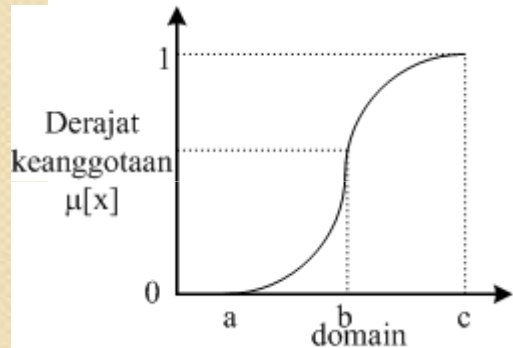


$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \text{ atau } x > d \\ (x-a)/(b-a) & , a \leq x \leq b \\ 1 & , b \leq x \leq c \\ (d-x)/(d-c) & , c \leq x \leq d \end{cases}$$

## Fungsi Kurva sigmoid

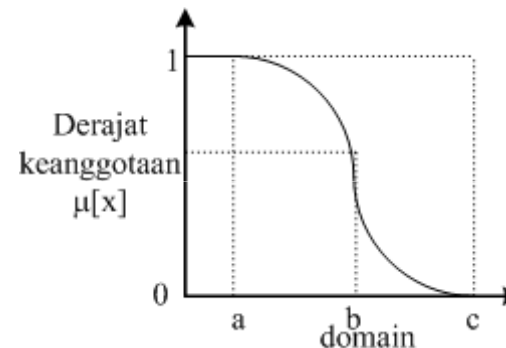
Digunakan untuk merepresentasikan kenaikan dan penurunan secara tidak linear

- Untuk kurva sigmoid pertumbuhan bergerak dari sisi kiri (nilai keanggotaan=0) ke sisi kanan (nilai keanggotaan=1)
- Untuk kurva sigmoid penyusutan bergerak dari sisi kiri (nilai keanggotaan=1) ke sisi kanan (nilai keanggotaan=0)



$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \\ 2((x-a)/(c-a))^2 & , a \leq x \leq b \\ 1 - 2((c-x)/(c-a))^2 & , b \leq x \leq c \\ 1 & , x > c \end{cases}$$

Kurva sigmoid pertumbuhan



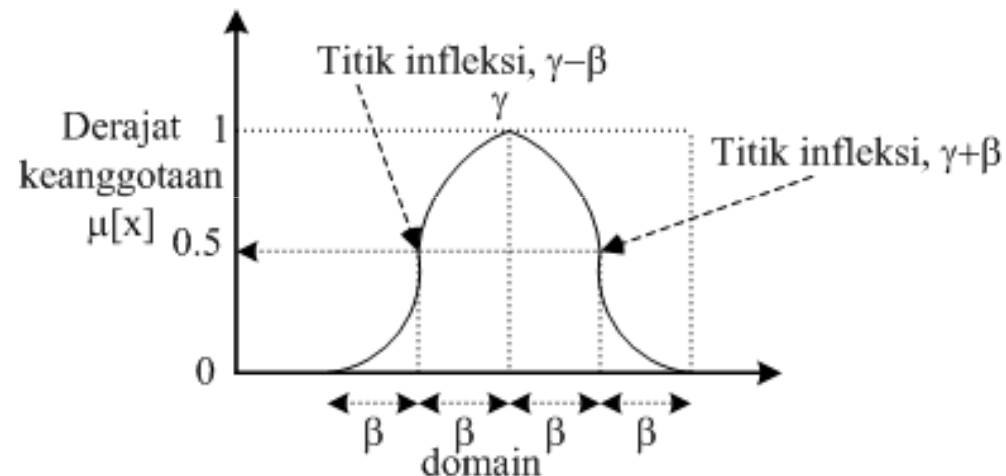
$$\mu[x] = \begin{cases} 1 & , x < a \\ 1 - 2((x-a)/(c-a))^2 & , a \leq x \leq b \\ 2((c-x)/(c-a))^2 & , b \leq x \leq c \\ 0 & , x > c \end{cases}$$

Kurva sigmoid penyusutan



## Fungsi Kurva Beta

- Bentuknya lonceng (sama dengan Phi dan Gauss), tetapi lebih rapat.
- Menggunakan 2 parameter:  $\gamma$  untuk titik puncak lonceng, dan  $\beta$  untuk separuh dari separuh bagian lonceng.
- Titik infleksi memberikan nilai keanggotaan = 0.5.
- Jika  $\beta$  sangat besar, maka nilai keanggotaannya bisa menjadi nol.



$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left( \frac{x - \gamma}{\beta} \right)^2}$$



# Operasi Himpunan Fuzzy

- Seperti pada himpunan konvensional, ada operasi himpunan juga pada himpunan fuzzy
  - Hasil operasi 2 himpunan disebut juga **fire strenght** atau  **$\alpha$ -predikat**.
- Ada 3 operator:
  - AND (**interseksilirisasi**), dan OR (**union/gabungan**), NOT (**komplemen**)
- Operator AND
  - Berhubungan dengan operasi **irisasi** himpunan,
  - Diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan **terkecil** antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.
  - Misal: operasi AND nilai keanggotaan himpunan fuzzy A dan B,  $\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_A[y])$
- Operator OR
  - Berhubungan dengan operasi **union/gabungan** himpunan,
  - Diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan **terbesar** antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.
  - Misal: operasi OR nilai keanggotaan himpunan fuzzy A dan B,  $\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_A[y])$
- Operator NOT
  - Berhubungan operasi komplemen pada himpunan.
  - Misal, operasi NOT pada nilai keanggotaan  $\mu_A[x]$  menjadi:  $\mu_A[x]^c = 1 - \mu_A[x]$

# Istilah-Istilah

- **Fuzzification:** definisi dari himpunan fuzzy dan penentuan derajat keanggotaan dari *crisp input* pada sebuah himpunan fuzzy
- **Inferensi:** evaluasi kaidah/aturan/rule fuzzy untuk menghasilkan output dari tiap rule
- **Composisi:** agregasi atau kombinasi dari keluaran semua rule
- **Defuzzification:** perhitungan *crisp output*

Sistem Inferensi Fuzzy



# **METODE TSUKAMOTO**

# Sistem Inferensi Fuzzy

## Metode Tsukamoto

- Pertama kali diperkenalkan oleh Tsukamoto.
- Setiap konsekuen (kesimpulan) pada setiap aturan IF-THEN harus direpresentasikan dengan suatu ***himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan monoton***.
- Hasilnya, output hasil inferensi dari setiap aturan diberikan ***secara tegas (crisp) berdasarkan  $\alpha$ -predikat***, kemudian menghitung ***rata-rata terbobot***.

## Metode Sugeno

## Metode Mamdani

# Contoh: metode Tsukamoto

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.
- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
- **Rule 1**
  - IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 2**
  - IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 3**
  - IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH
- **Rule 4**
  - IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan ? (**Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR**)

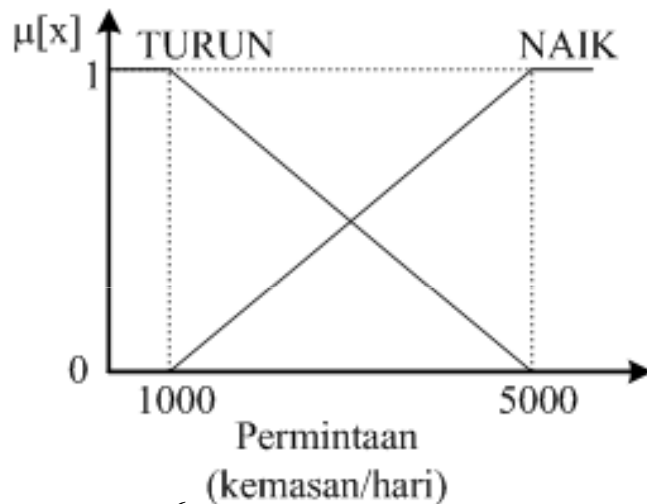
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000,  $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600,  $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000,  $z = ?$

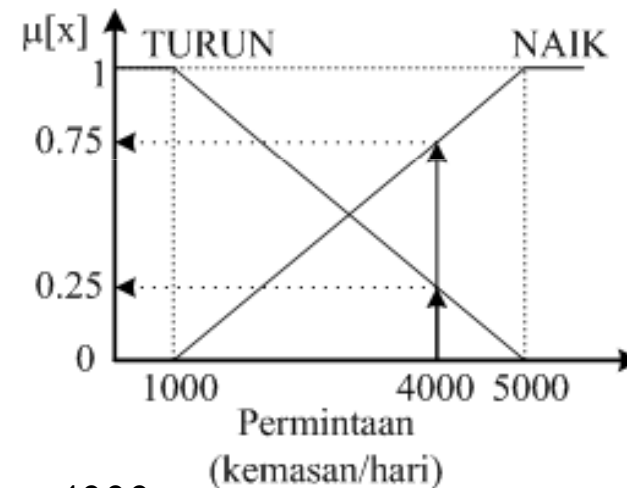
**PERMINTAAN**, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai **PERMINTAAN = 4000**

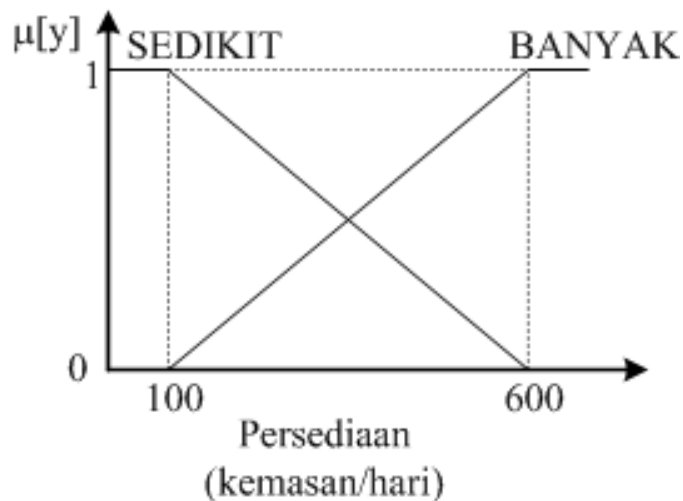


$x = 4000$

$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

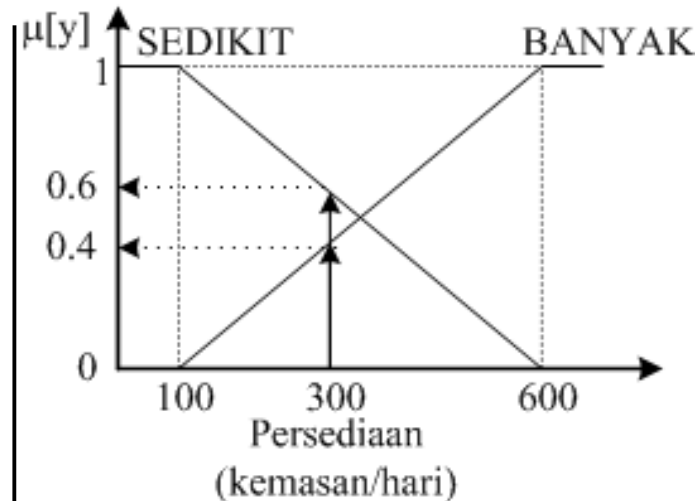
$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$

**PERSEDIAAN**, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$

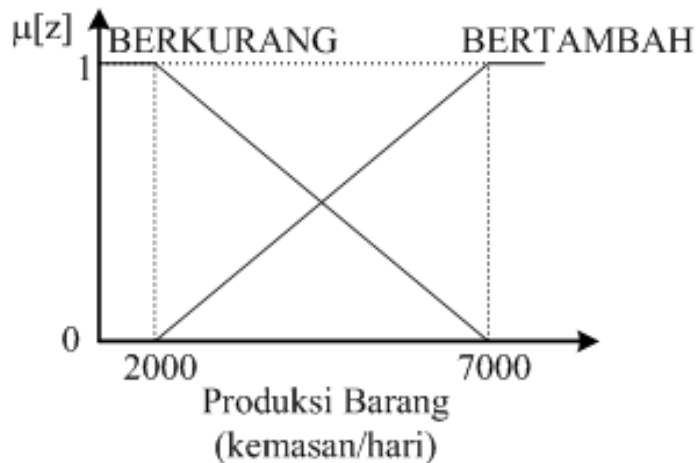


$$y = 300$$

$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

**PRODUKSI**, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: BERKURANG dan BERTAMBAH



$$\mu_{prdBERKURANG}[z] = \begin{cases} 1 & , z < 2000 \\ \frac{7000 - z}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 0 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBERTAMBAH}[z] = \begin{cases} 0 & , z < 2000 \\ \frac{z - 2000}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 1 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtTURUN} = 0.25$$

$$\mu_{pmtNAIK} = 0.75$$

$$\mu_{pmtSEDIKIT} = 0.6$$

$$\mu_{pmtBANYAK} = 0.4$$

**Nilai  $\alpha$ -predikat dan Z dari setiap aturan**

**Rule 1**

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{pmtTURUN} \cap \mu_{psdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{psdBANYAK}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

**BERKURANG,**

$$(7000 - z)/5000 = 0.25 \rightarrow z_1 = 5750$$

**Rule 2**

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{pmtTURUN} \cap \mu_{psdSEDIKIT} \\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{psdSEDIKIT}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

**BERKURANG,**

$$(7000 - z)/5000 = 0.25 \rightarrow z_2 = 5750$$



## Nilai $\alpha$ -predikat dan **Z** dari setiap aturan

### Rule 3

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

**BERTAMBAH,**

$$(z-2000)/5000 = 0.4 \rightarrow z_3 = 4000$$

### Rule 4

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

**BERTAMBAH,**

$$(z-2000)/5000 = 0.6 \rightarrow z_4 = 5000$$

---

**Menghitung z akhir dengan merata-rata semua z berbobot:**

$$z = \frac{\alpha pred_1 * z_1 + \alpha pred_2 * z_2 + \alpha pred_3 * z_3 + \alpha pred_4 * z_4}{\alpha pred_1 + \alpha pred_2 + \alpha pred_3 + \alpha pred_4}$$

$$z = \frac{0.25 * 5750 + 0.25 * 5750 + 0.4 * 4000 + 0.6 * 5000}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6} = \frac{7457}{1.5} = 4983$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4983 kemasan**.

### **Kasus 1**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500**, **PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

### **Kasus 2**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500**, **PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

### **Kasus 3**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000**, **PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

**Gunakan metode TSUKAMOTO**

Sistem Inferensi Fuzzy



# **METODE SUGENO**

# Sistem Inferensi Fuzzy

## Metode Tsukamoto

## Metode Sugeno

- Diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno-Kang, tahun 1985.
- Bagian output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan **konstanta** (orde nol) atau **persamaan linear** (orde satu).
- Model Sugeno Orde Nol
  - IF  $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ is } A_n)$  THEN  $z=k$
- Model Sugeno Orde Satu
  - IF  $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ is } A_n)$  THEN  $z= p_1 * x_1 + \dots + p_2 * x_2 + q$

## Metode Mamdani

# Contoh: metode Sugeno

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.
- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
- **Rule 1**
  - IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang = **permintaan - persediaan**
- **Rule 2**
  - IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang = **permintaan**
- **Rule 3**
  - IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang = **permintaan**
- **Rule 4**
  - IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang =  **$1.25 * \text{permintaan} - \text{persediaan}$**
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan ? (**Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR**)

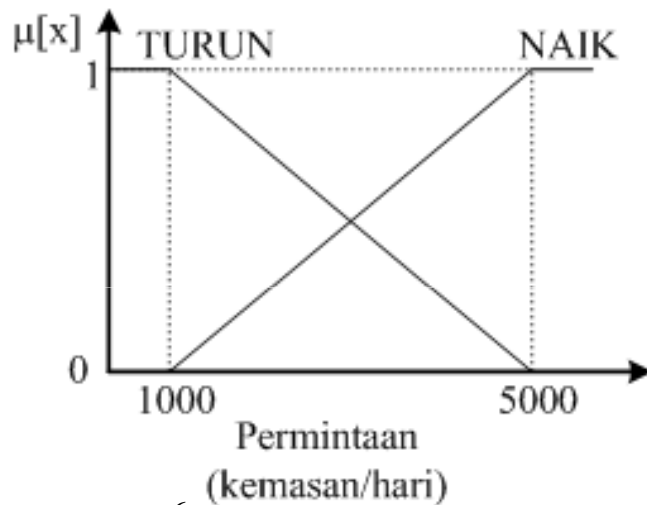
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000,  $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600,  $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000,  $z = ?$

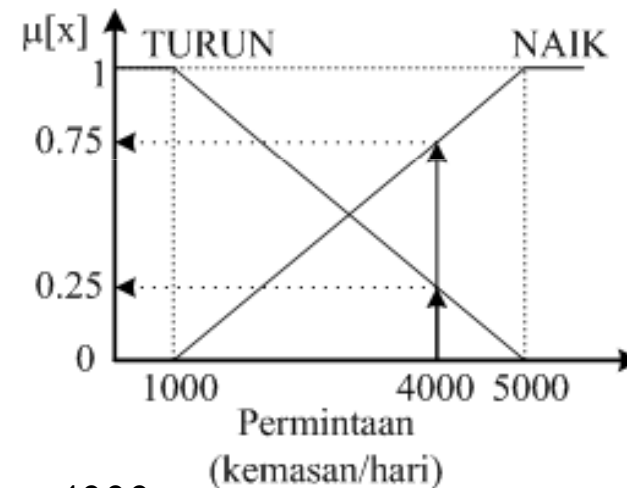
**PERMINTAAN**, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai **PERMINTAAN = 4000**

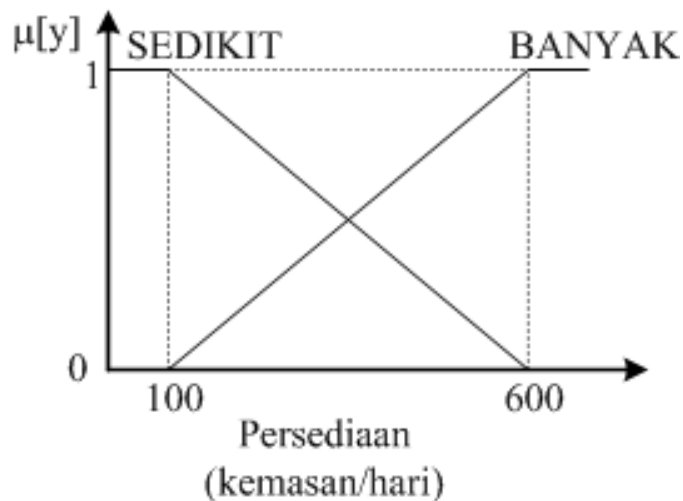


$x = 4000$

$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

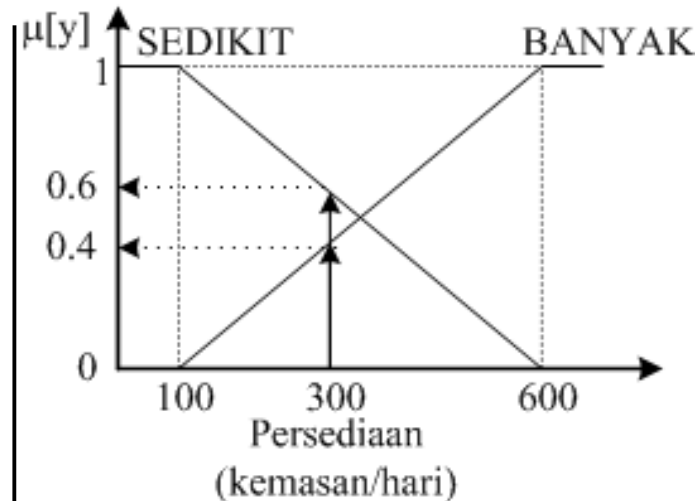
$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$

**PERSEDIAAN**, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$



$$y = 300$$

$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

**PRODUKSI**, tidak mempunyai himpunan fuzzy.

Nilai permintaan = 4000      Jumlah persediaan = 300

**Nilai  $\alpha$ -predikat dan Z dari setiap aturan**

**Rule 1**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 1

$$\begin{aligned}z_1 &= \text{permintaan} - \text{persediaan} \\ &= 4000 - 300 = \mathbf{3700}\end{aligned}$$

**Rule 2**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 2

$$\begin{aligned}z_2 &= \text{permintaan} \\ &= \mathbf{4000}\end{aligned}$$

**Rule 3**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 3

$$\begin{aligned}z_3 &= \text{permintaan} \\ &= \mathbf{4000}\end{aligned}$$

**Rule 4**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 2

$$\begin{aligned}z_2 &= 1.25 * \text{permintaan} - \text{persediaan} \\ &= 1.25 * 4000 - 300 = \mathbf{4700}\end{aligned}$$

**Menghitung z akhir dengan merata-rata semua z berbobot:**

$$\begin{aligned}z &= \frac{\alpha\text{pred}_1 * z_1 + \alpha\text{pred}_2 * z_2 + \alpha\text{pred}_3 * z_3 + \alpha\text{pred}_4 * z_4}{\alpha\text{pred}_1 + \alpha\text{pred}_2 + \alpha\text{pred}_3 + \alpha\text{pred}_4} \\ z &= \frac{0.25 * 3700 + 0.25 * 4000 + 0.4 * 4000 + 0.6 * 4700}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6} = \frac{6345}{1.5} = 4230\end{aligned}$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4230 kemasan**.



### **Kasus 1**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500**, **PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

### **Kasus 2**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500**, **PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

### **Kasus 3**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000**, **PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

**Gunakan metode SUGENO**

Sistem Inferensi Fuzzy



# **METODE MAMDANI**

# Metode Mamdani

- Diperkenalkan oleh Mamdani dan Assilian (1975).
- Ada 4 tahapan dalam inferensi Mamdani (termasuk metode yang lain):
  1. Pembentukan himpunan fuzzy (*fuzzyfication*)

Variabel input dan output dibagi menjadi satu atau lebih himpunan fuzzy
  2. Penerapan fungsi implikasi  
Fungsi implikasi yang digunakan adalah **MIN**
  3. Komposisi (penggabungan) aturan  
Inferensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan.  
Ada 3 macam: **MAX**, **ADDITIVE**, dan **probabilistik OR** (probor)
  4. Penegasan (*defuzzyfication*)  
Input disini adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, outputnya adalah nilai tegas (crisp)  
Metode defuzzifikasi: **Centroid** (Center of Mass), dan **Mean of Maximum** (MOM)

# Metode Komposisi Aturan

- **MAX**

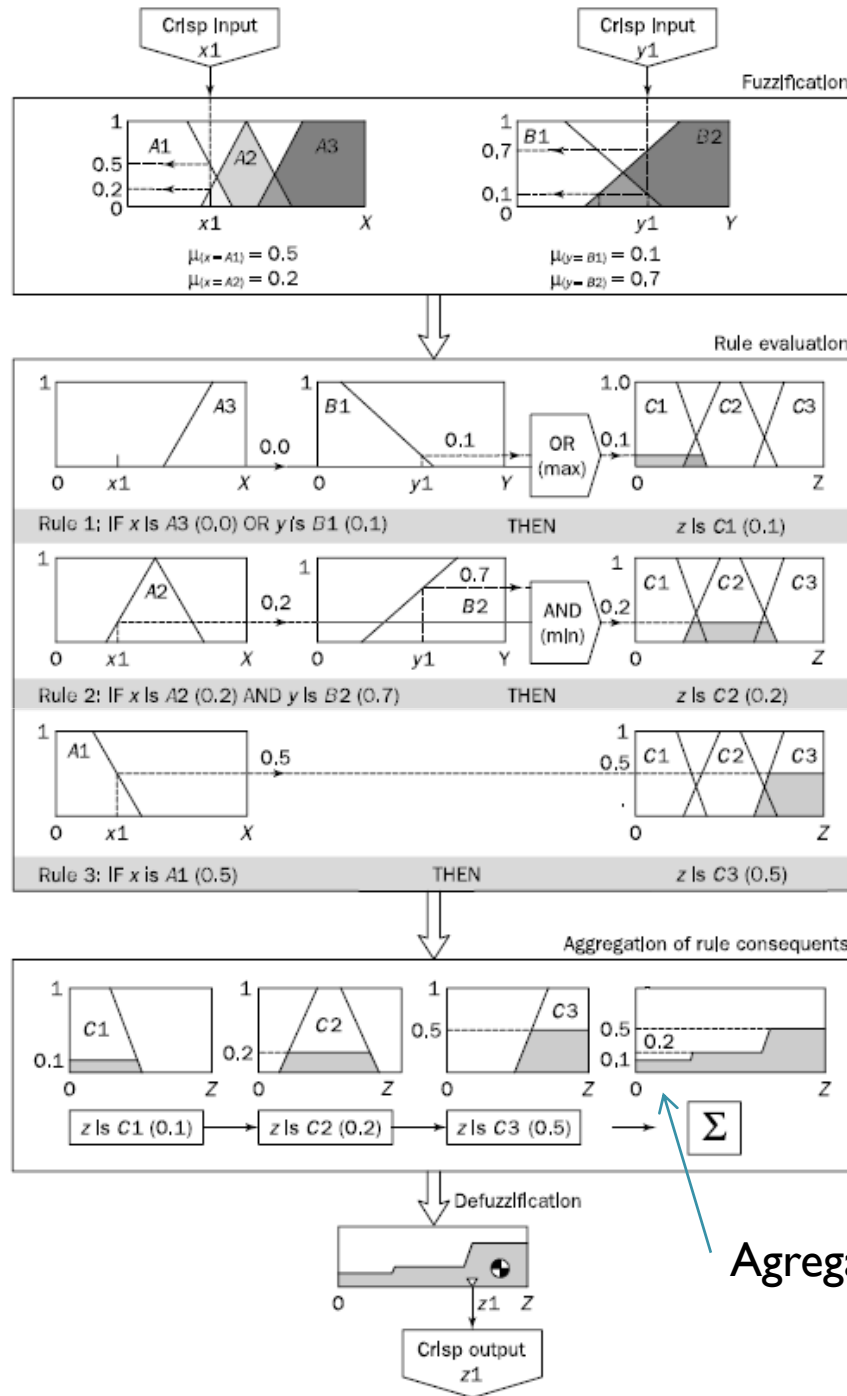
- Solusi himpunan diperoleh dengan cara **mengambil nilai maksimum** aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, kemudian menerapkannya ke output dengan **operator OR**. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$
- Dimana:  $\mu_{sf}[x_i]$  adalah nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i
- $\mu_{kf}[x_i]$  adalah nilai keanggotaan konsekuen fuzzy sampai aturan ke-i

- **Additive (sum)**

- Solusi fuzzy diperoleh dengan melakukan *bounded-sum* pada semua output daerah fuzzy. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i])$

- **Probabilistik OR (probor)**

- Solusi fuzzy diperoleh dengan cara melakukan **product** terhadap semua output daerah fuzzy. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$



Contoh inferensi fuzzy model Mamdani

**Rule: 1**  
IF  $x$  is  $A3$   
OR  $y$  is  $B1$   
THEN  $z$  is  $C1$

**Rule: 2**  
IF  $x$  is  $A2$   
AND  $y$  is  $B2$   
THEN  $z$  is  $C2$

**Rule: 3**  
IF  $x$  is  $A1$   
THEN  $z$  is  $C3$

Agregasi menggunakan MAX

# Metode Defuzzifikasi

- Metode **Centroid**

- Solusi *crisp* diperoleh dengan mengambil titik pusat ( $z^*$ ) daerah fuzzy

- Dirumuskan:

- Untuk semesta kontinyu

$$z^* = \frac{\int z \cdot \mu(z) dz}{\int \mu(z) dz}$$

- Untuk semesta diskrit

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(z_j)}$$

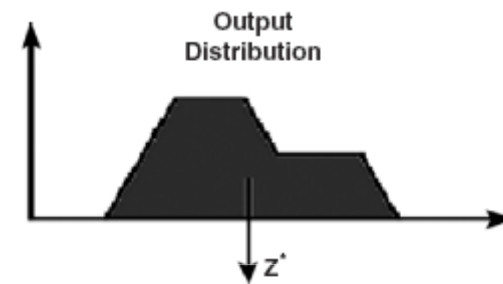


Fig. 6.3. Defuzzification using the center of mass

- Metode **Mean of Maximum (MOM)**

- Solusi diperoleh dengan mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan terbesar.

- Dirumuskan:

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^l z_j}{l}$$

- Dimana:  $z_j$  adalah titik dalam domain kosenkuen yang mempunyai nilai keanggotaan maksimum, dan  $l$  adalah jumlah titik yang mempunyai nilai keanggotaan maksimum

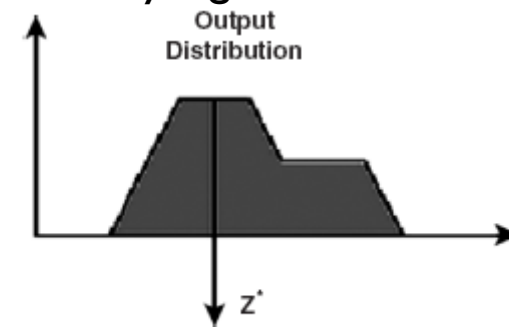


Fig. 6.4. Defuzzification using the mean of maximum

# Contoh: metode Mamdani

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.
- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
- **Rule 1**
  - IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 2**
  - IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 3**
  - IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH
- **Rule 4**
  - IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan ? (***Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR***)



## Pembentukan himpunan fuzzy

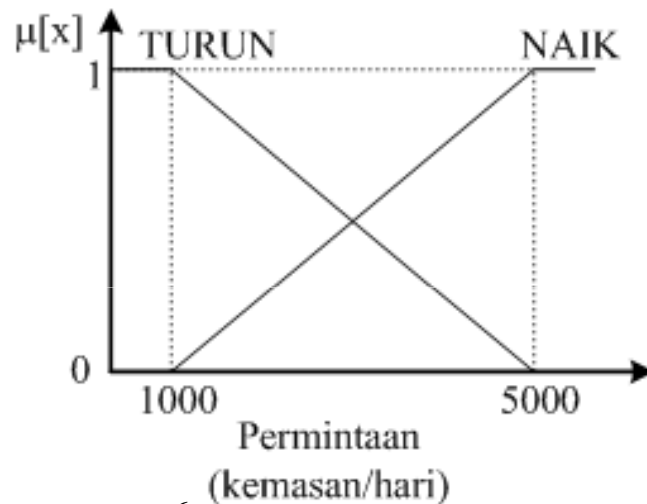
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000,  $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600,  $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000,  $z = ?$

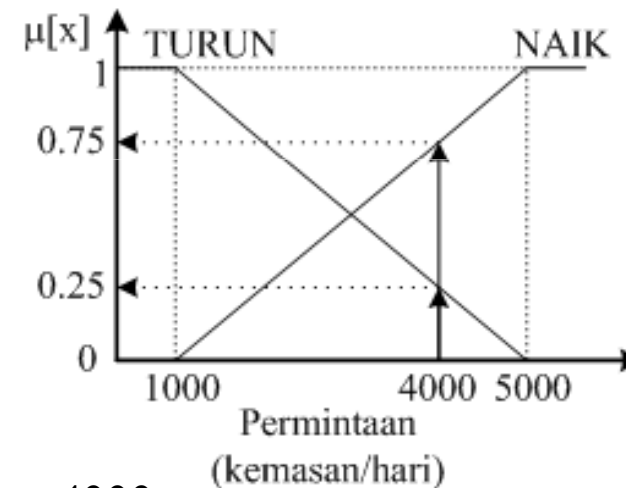
**PERMINTAAN**, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai  
**PERMINTAAN = 4000**



$x = 4000$

$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

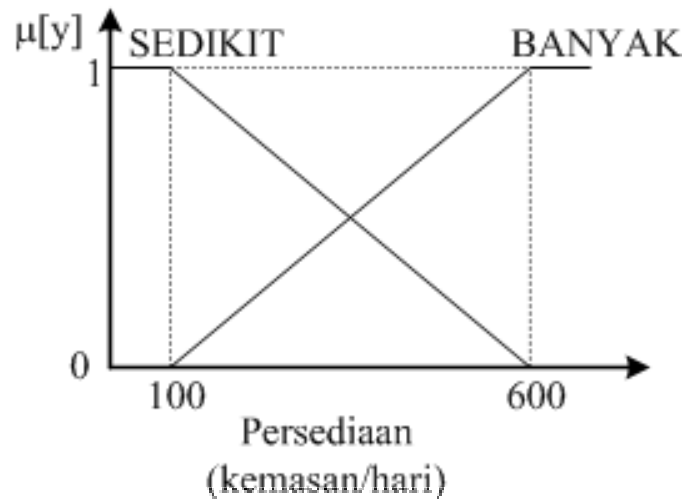
$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$





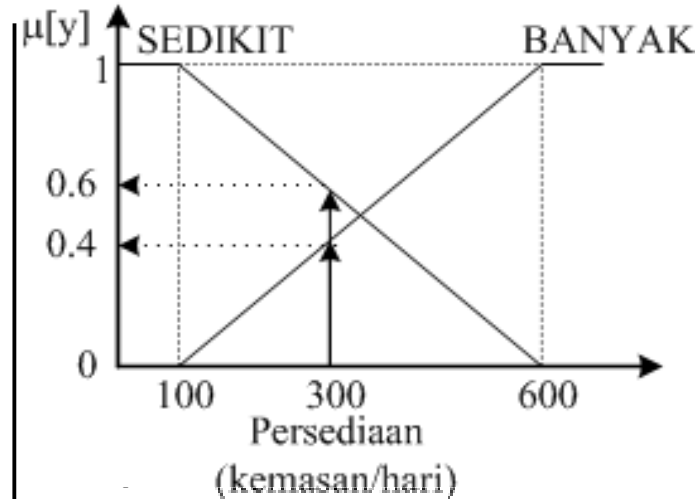
# Pembentukan himpunan fuzzy

**PERSEDIAAN**, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$



$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

2

$$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$$

$$\mu_{\text{pmtSEDIKIT}} = 0.6$$

$$\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$$

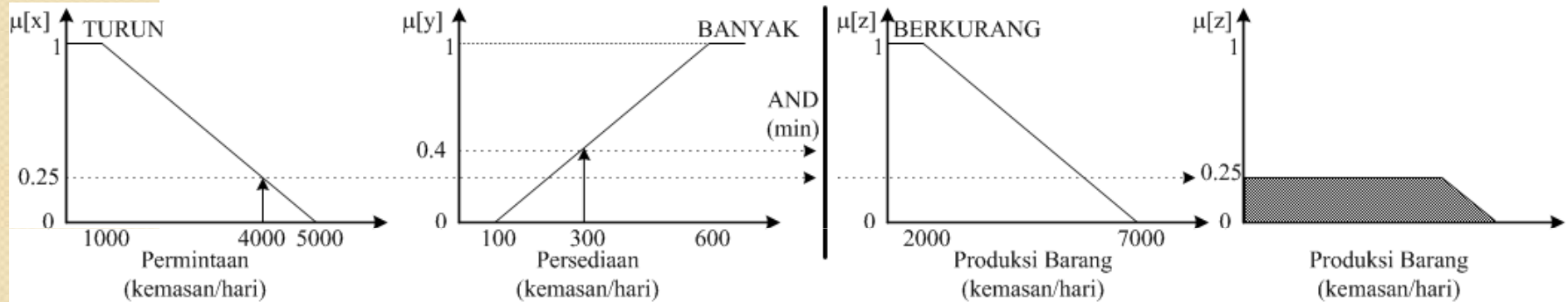
$$\mu_{\text{pmtBANYAK}} = 0.4$$

**Nilai  $\alpha$ -predikat dan Z dari setiap aturan**

**Rule 1**

**IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG**

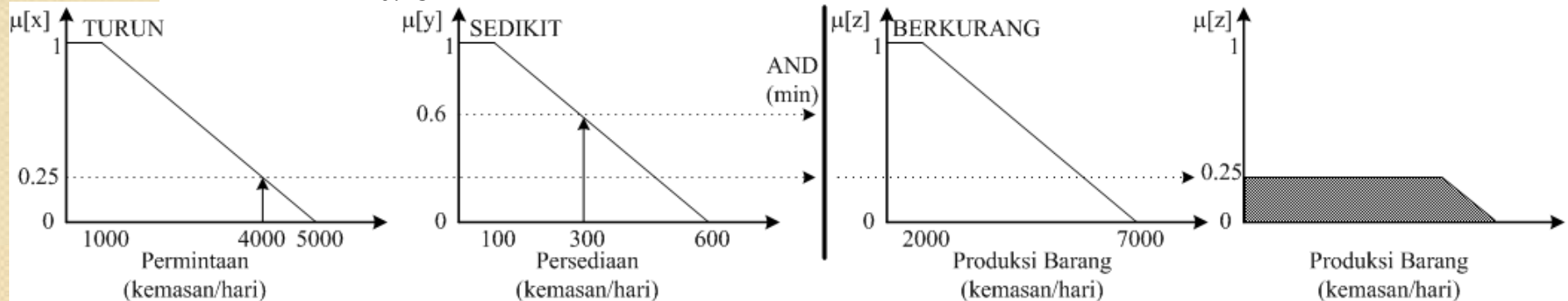
$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25\end{aligned}$$



**Rule 2**

**IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25\end{aligned}$$



2

## Penerapan fungsi implikasi

Nilai  $\alpha$ -predikat dan Z dari setiap aturan

$$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$$

$$\mu_{\text{pmtSEDIKIT}} = 0.6$$

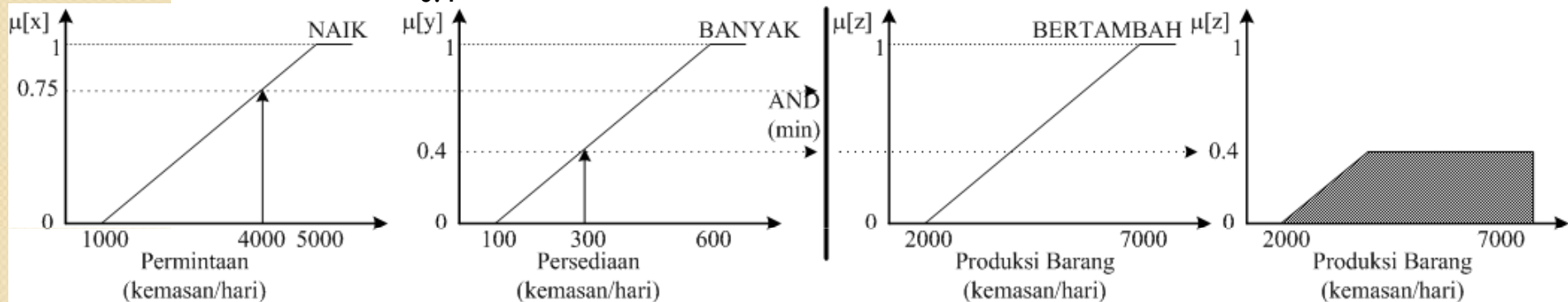
$$\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$$

$$\mu_{\text{pmtBANYAK}} = 0.4$$

**Rule 3**

**IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH**

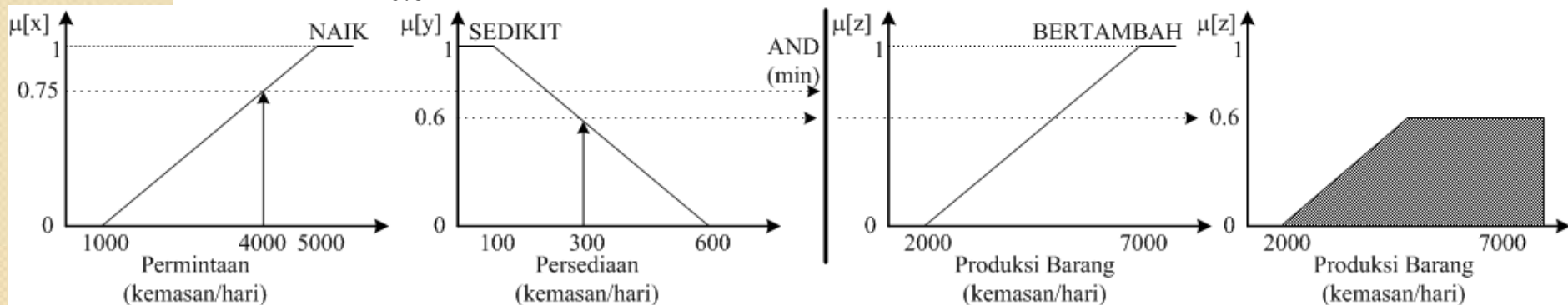
$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$



**Rule 4**

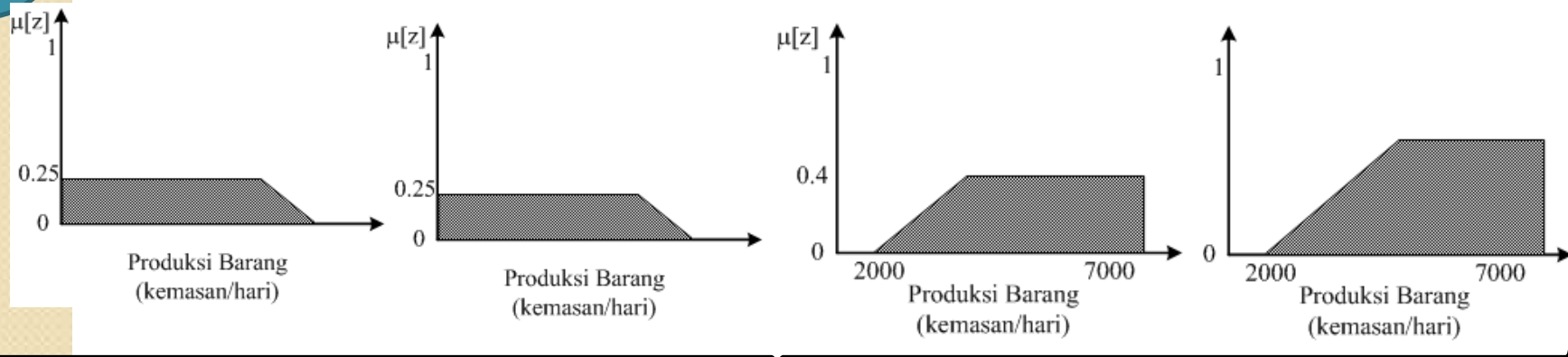
**IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH**

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

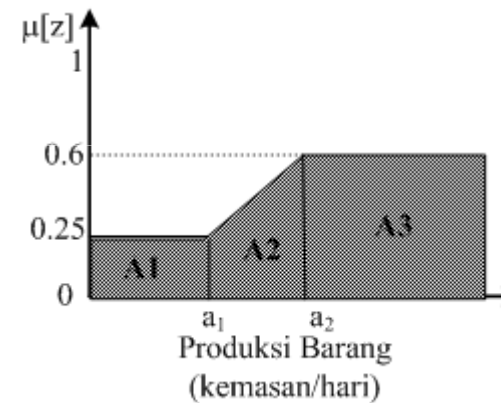


### 3

## Komposisi antar aturan



**MAX**  
=



Daerah himpunan fuzzy terbagi 3: A1, A2, dan A3.

**Mencari nilai  $a_1$ , dan  $a_2$**

$(a - prod\_minimal)/interval\_prod = nilai\_keanggotaan$

$$(a_1 - 2000)/5000 = 0.25 \rightarrow a_1 = 3250$$

$$(a_2 - 2000)/5000 = 0.6 \rightarrow a_2 = 5000$$

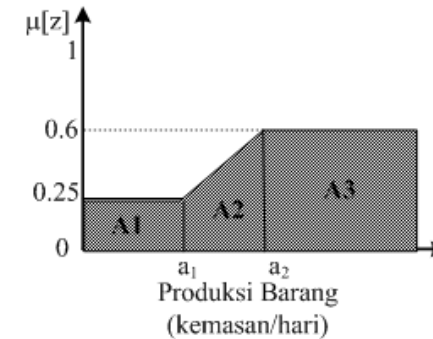
**Fungsi keanggotaan hasil komposisi:**

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.25 & , z < 3250 \\ (z - 2000)/5000 & , 3250 \leq z \leq 5000 \\ 0.6 & , z > 5000 \end{cases}$$

# 4

## Defuzzifikasi / Menghitung z akhir

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.25 & , z < 3250 \\ (z - 2000) / 5000 & , 3250 \leq z \leq 5000 \\ 0.6 & , z > 5000 \end{cases}$$



Menghitung  $z^*$  menggunakan metode Centroid kontinyu

	Daerah A1	Daerah A2	Daerah A3
Moment	$M1 = \int_0^{3250} (0.25)z \, dz$ $M1 = 0.125 * z^2 \Big _0^{3250}$ $M1 = 1320312.5$	$M2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z - 2000)}{5000} z \, dz$ $M2 = \int_{3250}^{5000} (0.0002z^2 - 0.4z) \, dz$ $M2 = 0.000067z^3 - 0.2z^2 \Big _{3250}^{5000}$ $M2 = 3187515.625$	$M3 = \int_{5000}^{7000} (0.6)z \, dz$ $M3 = 0.3 * z^2 \Big _{5000}^{7000}$ $M3 = 7200000$
Luas	$A1 = \int_0^{3250} 0.25 \, dz$ $A1 = 0.25 * z \Big _0^{3250}$ $A1 = 0.25 * 3250 - 0.25 * 0$ $A1 = 812.5$	$A2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z - 2000)}{5000} z \, dz$ $A2 = \int_{3250}^{5000} (z/5000 - 0.4) \, dz$ $A2 = z^2/10000 - 0.4z \Big _{3250}^{5000}$ $A2 = (5000^2/10000 - 0.4 * 5000) - (3250^2/10000 - 0.4 * 3250)$ $A2 = 743.75$	$A3 = \int_{5000}^{7000} (0.6) \, dz$ $A3 = 0.6 * z \Big _{5000}^{7000}$ $A3 = 1200$

# 4

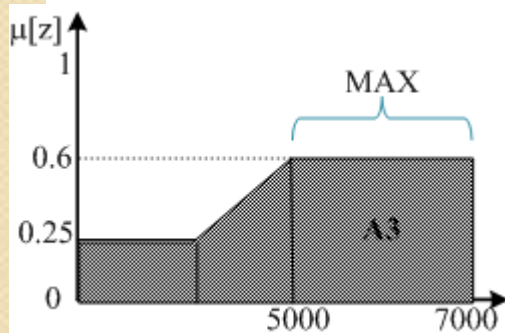
## Defuzzifikasi / Menghitung z akhir

Menghitung  $z^*$  menggunakan metode **Centroid** kontinyu

$$z^* = \frac{M1 + M2 + M3}{A1 + A2 + A3} = \frac{1320312.5 + 3187515.625 + 7200000}{812.5 + 743.75 + 1200} = 4247.74$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4248 kemasan**.

Menghitung  $z^*$  menggunakan metode **Mean of Maximum (MOM)**



$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^l z_j}{l} = \frac{\sum_{j=5000}^{7000} z_j}{7000 - 5000 + 1} = \frac{(7000 - 5000 + 1)(5000 + 7000)}{2}$$

$$z^* = \frac{2001 * 12000}{2001} = \frac{1200600}{2001} = 6000$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **6000 kemasan**.

### **Kasus 1**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500**, **PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

### **Kasus 2**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500**, **PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

### **Kasus 3**

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000**, **PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

**Gunakan metode MAMDANI**





**ANY QUESTIONS ?**