

Final Project - part 1 - Tavor Levine

Probability

Question 1:

בערך $1/125$ מהלידות זה תאומים לא זהים ו- $1/300$ מהלידות זה תאומים זהים. לאלביס היה אח תאום שמת בלידה. מה ההסתברות שאלביס היה תאום זהה? ניתן להניח שההסתברות להולדת בן ובת שווה ל- $1/2$.

"A" is represent "regular twin"

$$P(A) = 1/300$$

"B" is represent "same twin"

$$P(B) = 1/300 + 1/125 = 17/1500$$

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = P(B|A) \cdot P(A) \div P(B) = (1 - 1/300) \div 17/1500 = 5/17 = 0.294$$

יש שתי קערות של עוגיות. בקערה 1 יש 10 עוגיות שקדים ו-30 עוגיות שוקולד. בקערה 2 יש 20 עוגיות שקדים ו-20 עוגיות שוקולד. אריק בחר קערה באקראי ובחר ממנה עוגייה באקראי. העוגייה שנבחרה היא שוקולד. מה ההסתברות שאריק בחר את קערה 1?

"A" is represent "cookie"

$$P(A) = 1$$

"B" is represent "chocolate cookie"

$$P(B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8} = 0.625$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.75 \cdot 0.5}{0.625} = \frac{3}{5}$$

Question 2:

בשנת 1995 חברת M&M הוסיפה את הצבע כחול. לפני השנה הזו, התפלגות הצבעים בשקית M&M נראית כך: 30% Brown, 20% Yellow, 20% Red, 10% Green, 10% Orange, 10% Tan

החל משנת 1995, ההתפלגות נראית כך:

24% Blue, 20% Green, 16% Orange, 14% Yellow, 13% Red, 13% Brown

לחבר שלכם יש 2 שקיות, M&M אחת משנת 1994 ואחת משנת 1996 והוא לא מוכן לגלות לכם איזו שקית שייכת לאיזו שנה. אבל הוא נותן לכם סוכריה אחת מכל שקית. סוכריה אחת היא צהובה ואחת היא ירוקה. מה הסיכוי שהסוכריה הצהובה הגיעה מהשקית של 1994?

"A" is represent "the bag"

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

"B" is represent "M&M yellow"

$$P(B) = 0.2 \cdot \frac{1}{2} + 0.14 \cdot \frac{1}{2} = \frac{17}{100} = 0.17$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.2 \cdot 0.5}{0.17} = \frac{10}{17} = 0.558$$

Question 3:

הלכת לדוקטור בעקבות ציפורן חודרנית. הדוקטור בחר בך באקראי לבצע בדיקת דם הבדוקת שפעת חזירים. ידוע סטטיסטית ששפעת זו פוגעת ב-1 מתוך 10,000 אנשים באוכלוסייה. הבדיקה מדויקת ב-99 אחוז במובן שההסתברות ל positive false היא 1%. הווה אומר שהבדיקה סיווגה בטעות אדם בריא כאדם חולה היא 1 אחוז. ההסתברות ל negative false - היא 0 – אין סיכוי שהבדיקה תגיד על אדם החולה בשפעת חזירים שהוא בריא. בבדיקה יצאת חיובי(יש לך שפעת)

א. מה ההסתברות שיש לך שפעת חזירים?

ב. נניח שחזרת מתאילנד לאחרונה ואתה יודע ש-1 מתוך 200 אנשים שחזרו לאחרונה מתאילנד, חזרו עם שפעת חזירים. בהינתן אותה סיטואציה כמו בשאלה א, מה ההסתברות (המתוקנת) שיש לך שפעת חזירים?

Part 1:

"A" is represent "sick"

$$P(A) = \frac{1}{10,000}$$

"B" is represent "positive test"

$$P(B) = \frac{1}{10,000} + \frac{0.1 \cdot 9999}{10,000} = 0.010009$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{1 \cdot \frac{1}{10,000}}{0.010009} = 0.0099$$

Part 2:

$$P(A) = \frac{1}{200}$$

$$P(B) = \frac{1}{200} + \frac{0.01 \cdot 199}{200} = \frac{299}{20,000} = 0.01495$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{1 \cdot \frac{1}{200}}{\frac{299}{20,000}} = \frac{100}{299} = 0.3344$$

Random Variables

Question 1:

Roi is playing a dice game with Yael. Roi will roll 2 six-sided dice, and if the sum of the dice is divisible by 3, he will win 6\$. If the sum is not divisible by 3, he will lose 3\$.

What is Roi's expected value of playing this game?

The chance to get 6\$ is $\frac{1}{3}$

$$p(x = 6) = \frac{1}{3}$$

The chance to lose 3\$ is $\frac{2}{3}$

$$p(x = -3) = \frac{2}{3}$$

$$E(x) = 6 * \frac{1}{3} + \left(-3 * \frac{2}{3}\right) = 0$$

Therefore the expected value of playing this game is 50%

Question 2:

Sharon has challenged Alex to a round of Marker Mixup. Marker Mixup is a game where there is a bag of 5 red markers numbered 1 through 5, and another bag with 5 green markers numbered 6 through 10. Alex will grab 1 marker from each bag, and if the 2 markers add up to more than 12, he will win 5\$, 5. If the sum is exactly 12, he will break even, and If the sum is less than 12, he will lose 6\$. What is Alex's expected value of playing Marker Mixup?

The chance to get number bigger than 12 is $\frac{6}{25}$

$$p(x > 12) = \frac{6}{25}$$

The chance to get number less than 12 is $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

$$p(x < 12) = \frac{3}{5}$$

The chance to get 12 is $\frac{4}{25}$

$$p(x = 12) = \frac{4}{25}$$

$$E(x) = 5 * \frac{6}{25} + \left(-6 * \frac{3}{5}\right) + 0 * \frac{4}{25} = -2.4$$

Question 3:

A division of a company has 200 employees, 40%, percent of which are male. Each month, the company randomly selects 8 of these employees to have lunch with the CEO. What are the mean and standard deviation of the number of males selected each month?

"male" is represent the man employees

$$P(\text{male}) = 0.4$$

N = 8 is represent the number of employees that have lunch with the CEO

The mean:

$$E(x) = 8 * 0.4 = 3.2$$

The standard deviation (STD):

$$STD = \sqrt{\frac{x^2}{n} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{(80)^2}{200} - (3.2)^2} = 4.47$$

X = 80 (number of male employees)

N = 200 (all the employees in the company)

Question 4:

Different dealers may sell the same car for different prices. The sale prices for a particular car are normally distributed with a mean and standard deviation of 26,000\$ and 2,000\$, respectively. Suppose we select one of these cars at random. Let X = the sale price (in thousands of dollars) for the selected car. Find $P(26 < X < 30)$

The mean is : 26

The STD is: 2

$$p\left(\frac{26 - \text{mean}}{\text{std}} < z < \frac{30 - \text{mean}}{\text{std}}\right)$$

$$p(26 < x < 30) = p\left(\frac{26 - 26}{2} < z < \frac{30 - 26}{2}\right) = p(0 < z < 2)$$

According to Z score table:

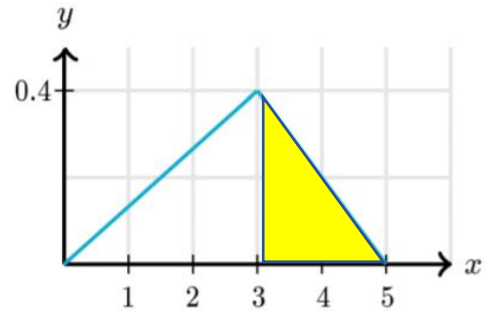
$$p(2) = 0.97725$$

$$p(0) = 0.5$$

$$p(0 < z < 2) = p(2) - p(0) = 0.97725 - 0.5 = 0.47725$$

Question 5:

Given the following distribution, what is $P(x > 3)$?



Calculate the area of the yellow triangle because all the x values in this triangle are bigger than 3 and make up x .

$$S(x) = \frac{0.4 * 2}{2} = 0.4$$

Question 6:

A company has 500 employees, and 60% of them have children. Suppose that we randomly select 4 of these employees. What is the probability that exactly 3 of the 4 employees selected have children?

Children employees: $500 * 0.6 = 300$

Adult employees: $500 * 0.4 = 200$

$$4 \left(\frac{300}{500} * \frac{299}{499} * \frac{298}{498} * \frac{200}{497} \right) = 0.346$$

Question 7:

Look at the next Graph. What is the expected value of X ?

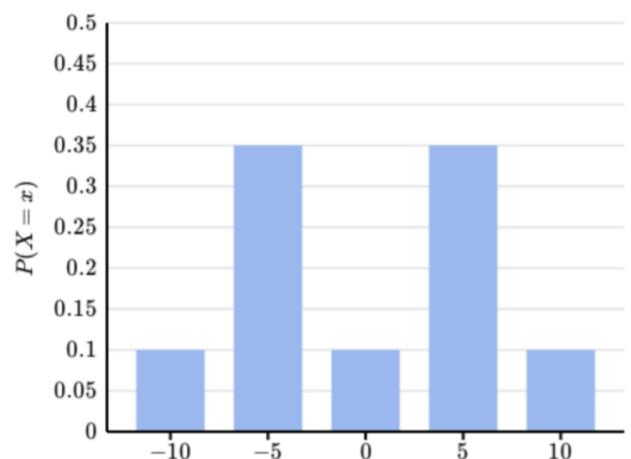
$$p(x = -10) = 0.1$$

$$p(x = -5) = 0.35$$

$$p(x = 0) = 0.1$$

$$p(x = 5) = 0.35$$

$$p(x = 10) = 0.1$$



$$E(x) = (-10 * 0.1) + (-5 * 0.35) + (0 * 0.1) + (5 * 0.35) + (10 * 0.1) = 0$$