

Tutoriumsblatt 11

(Aufgaben zum Klausurtraining am 31. Januar 2014)

Aufgabe 1

In der Tempo-30-Zone eines Wohngebietes werden regelmäßig Geschwindigkeitskontrollen durchgeführt. Erfahrungsgemäß sind an Werktagen in den verkehrsreicheren Zeiten zwischen 7 Uhr und 10 Uhr sowie zwischen 16 Uhr und 19 Uhr stündlich 4 Geschwindigkeitsüberschreitungen zu erwarten. In der übrigen Zeit an Werktagen sowie ganztags an Feiertagen ist stündlich mit 3 Verstößen zu rechnen. (Die Fahrweise der einzelnen Verkehrsteilnehmer sei unabhängig voneinander.)

- a) a1) Wie ist die Zufallsvariable X_1 „Zahl der Geschwindigkeitsüberschreitungen an einem Werktag zwischen 7 Uhr und 8 Uhr“ verteilt? Wie ist die Zufallsvariable X_2 „Zahl der Geschwindigkeitsüberschreitungen zwischen 10 Uhr und 12 Uhr“ verteilt?
- a2) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an einem Werktag zwischen 7 und 8 Uhr höchstens 1 Fahrzeug zu schnell ist.
- a3) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an einem Sonntag zwischen 7 und 10 Uhr mindestens 2 Fahrzeuge, aber weniger als 4 Fahrzeuge zu schnell sind.
- b) Betrachten Sie im Folgenden die Zufallsvariable X_3 „Zahl der Geschwindigkeitsüberschreitungen an einem Werktag zwischen 7 Uhr und 18 Uhr“.
- b1) Durch welche stetige Verteilung kann diese Zufallsvariable approximiert werden (Verteilungstyp, Parameter)?
- b2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in diesem Zeitraum mehr als 40 Fahrzeuge zu schnell fahren.
- b3) Welche Zahl an Geschwindigkeitsüberschreitungen wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 10% übertroffen?
- b4) Um wie viel Prozent ist die zu erwartende Anzahl an Geschwindigkeitsüberschreitungen zwischen 7 Uhr und 18 Uhr an einem Werktag höher als an einem Feiertag?
- c) Unter den Verkehrssündern sind erfahrungsgemäß 30% unter 25 Jahre alt. Von allen Verkehrsteilnehmern, die an einem Sonntag mit überhöhter Geschwindigkeit registriert worden sind, werden zehn zufällig ausgewählt. Wie ist die Zufallsvariable Y „Zahl der Verkehrssünder unter 25 Jahren in dieser Stichprobe“ verteilt? Ermitteln Sie für diese Zufallsvariable Erwartungswert und Varianz.

Aufgabe 2

- a) An einer Universität mit 4000 Studierenden sollen 300 zufällig ausgewählte Studierende befragt werden. Es ist bekannt, dass 40% der Studierenden Pendler sind, also nicht direkt am Studienort wohnen.
 - a1) Ermitteln Sie ein 99%-Prognoseintervall für den Anteil der Pendler in einer einfachen Zufallsstichprobe von 300 Studierenden.
 - a2) Interpretieren Sie das Prognoseintervall.
 - a3) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 35% Pendler in die Stichprobe gelangen.
- b) In obiger Befragung soll ermittelt werden, inwieweit die Studierenden die Einrichtung eines Sprachlabors befürworten. Die Befragung der 300 zufällig ausgewählten Studierenden ergibt, dass 60% der Studierenden die Einrichtung befürworten, 25% sind dagegen, 15% indifferent.
 - b1) Geben Sie einen erwartungstreuen Schätzwert für die Varianz des Anteils der Gegner des Sprachlabors unter den Studierenden der Universität an.
 - b2) Ermitteln Sie ein 95%-Konfidenzintervall für die Anzahl der Befürworter des Sprachlabors unter allen Studierenden der Universität.

Aufgabe 3

Anhand von Daten 72 zufällig ausgewählter Haushalte soll die Höhe der per Kreditkarte getätigten Ausgaben im Jahr 2003 analysiert werden. Es stehen folgende Angaben zur Verfügung:

y_v : monatliche Ausgaben per Kreditkarte [in Euro]

x_v : Jahreseinkommen [in 10.000 Euro]

Eine OLS-Schätzung des linearen Modells

$$y_v = \beta_1 + \beta_2 x_v + e_v \quad (v=1, \dots, 72)$$

liefert den folgenden Computeroutput:

Source	SS	df	MS	Number of obs = 72		
Model	1410301.27	1	1410301.27	F(1, 70)	?	
Residual	5771617.77	70	?	Prob > F	= 0.0001	
				R-squared	= ?	
				Adj R-squared	= 0.1849	
Total	7181919.03	71	101153.789	Root MSE	= 287.14	

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x	82.93119	20.05219	4.14	?	42.93837	122.924
_cons	-22.50934	?	-0.29	0.770	-175.6436	130.6249

- a) Geben Sie mit Hilfe des Computeroutputs folgende Größen an und tragen Sie diese in die entsprechenden Lösungsfelder ein:

Geschätzte Varianz der Störterme:

Geschätzte Varianz des Koeffizienten b_1 :

Wert der Teststatistik des F-Tests:

- b) b1) Geben Sie die Gleichung für die geschätzte Regressionsgerade an.
- b2) Prognostizieren Sie die monatlichen Ausgaben per Kreditkarte für eine Person mit einem Jahreseinkommen von 40.000 Euro.
- c) Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß und interpretieren Sie dieses.
- d) Ist der Einfluss des Jahreseinkommens signifikant? Begründen Sie.

- e) Die nachfolgende Tabelle enthält für das Jahr 2012 Daten zum Jahreseinkommen und zu den monatlichen Ausgaben per Kreditkarte der Haushalte in einer Wohnanlage:

Jahreseinkommen [in 10.00 Euro]	Mtl. Ausgaben per Kreditkarte [in Euro]
3,7	120
5,0	500
8,0	300
2,0	0
5,5	1000
4,2	600
3,0	0
2,6	80
4,1	200
7,0	1500

Berechnen und interpretieren Sie die Werte der Korrelationskoeffizienten von Bravais-Pearson und von Spearman.

Aufgabe 4

Ein exklusives Feinkostgeschäft, das werktags bis 19:00 Uhr geöffnet hat, erwägt die Verlängerung seiner Öffnungszeiten um eine halbe Stunde. Um herauszufinden, wie hoch der Umsatz in der Zeit nach 19:00 Uhr ausfällt, bleibt das Feinkostgeschäft an 50 Werktagen probehalber bis 19:30 Uhr geöffnet. Nach Ansicht des Ladeninhabers ist nach 19:00 Uhr im Durchschnitt ein Umsatz von höchstens 100 € pro Tag zu erwarten. Während der 50-tägigen Erprobungsphase ergibt sich ein durchschnittlich pro Tag nach 19:00 Uhr erzielter Umsatz von 92 € bei einer Standardabweichung von 36 €.

Überprüfen Sie bei einem Signifikanzniveau von 5% die Behauptung des Ladeninhabers anhand eines geeigneten Tests (unter Angabe von Null- und Alternativhypothese, Wert der Testgröße, Ablehnungsbereich, Testentscheidung).