Токмаков Александр, группа БПМИ165

Домашнее задание 6

№12

Найдём площадь S, которую робот успеет исследовать за время t:

$$S(t) = \frac{\pi R^2}{2} + 2R \cdot vt + \frac{\pi R^2}{2} = \pi R^2 + 2Rvt$$

Будем считать, что неразорвавшиеся снаряды распределены по местности равномерно. Всего на просканированной местности окажется $N = [\lambda S] = [\lambda R(\pi R + 2vt)]$ снарядов. Каждый из них может быть обнаружен с вероятностью $p(v)$ и не обнаружен с вероятностью $1-p(v)$, по схеме Бернулли вероятность k успехов равна $P(k,t) = C_N^k \cdot p^k(v) \cdot (1-p(v))^{N-k} = C^k_{[\lambda R(\pi R+2vt)]} \cdot p^k(v) \cdot (1-p(v))^{[\lambda R(\pi R+2vt)]-k}$

Вероятность обнаружить хотя бы один снаряд равна $P(\geq 1, t) = 1 - P(0,t)$, где $P(0,t) = (1-p(v))^{[\lambda R(\pi R+2vt)]}$ это вероятность не обнаружить ни одного снаряда. При $p(v) = e^{-\alpha v}$:

$$P(\geq 1, t) = 1 - (1-e^{-\alpha v})^{[\lambda R(\pi R+2vt)]} \approx 1 - (1-e^{-\alpha v})^{\lambda R(\pi R+2vt)}$$

$$\frac{\partial P(\geq 1,t)}{\partial v} = -\ln\left(1-e^{-\alpha v}\right)\lambda R(\pi R+2vt) \cdot (1-e^{-\alpha v})^{\lambda R(\pi R+2vt)} \cdot \left(\frac{\alpha e^{-\alpha v}}{1-e^{-\alpha v}} \cdot \lambda R(\pi R+2vt) + \ln\left(1-e^{-\alpha v}\right) \cdot \lambda R 2t\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-e^{-\alpha v} = 0 \\ \frac{\alpha e^{-\alpha v}}{1-e^{-\alpha v}} \cdot \lambda R(\pi R+2vt) + \ln\left(1-e^{-\alpha v}\right) \cdot \lambda R 2t = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v = 0 \\ \frac{\alpha e^{-\alpha v}}{1-e^{-\alpha v}} \cdot (\pi R+2vt) = \ln\left(e^{-\alpha v}-1\right) \cdot 2t \end{array}\right.$$