

**Вычислимость и сложность 2016.**  
**Домашнее задание 2. Сложные задачи.**

<https://sites.google.com/site/computabilityminor2016/>

Предполагается известным, что задача *SAT* *NP*-полна.

**Задача 1.** Язык *HAMCYCLE* состоит из слов вида  $\langle G \rangle$ , где  $G$  — ориентированный граф, в котором существует цикл, проходящий через все его вершины ровно по одному разу. Докажите, что язык *HAMCYCLE* является *NP*-полным.

**Задача 2.** Язык *SUBSETSUM* состоит из слов вида  $\langle S, t \rangle$ , где  $S$  — множество натуральных чисел,  $t$  — натуральное число, и существует  $T \subset S$  такое, что  $\sum_{x \in T} x = t$ . Докажите, что язык *SUBSETSUM* является *NP*-полным.

**Задача 3.** Язык *MAXCUT* состоит из слов вида  $\langle G, k \rangle$ , где  $G$  — неориентированный граф,  $k$  — натуральное число, и вершины графа  $G$  можно разбить на два непересекающихся множества  $S$  и  $T$  так, что есть по меньшей мере  $k$  ребер таких, что один конец лежит в  $S$ , а другой в  $T$ . Докажите, что язык *MAXCUT* является *NP*-полным.

**Задача 4.** Язык *3COLOR* состоит из слов вида  $\langle G \rangle$ , где  $G$  — неориентированный граф, вершины которого можно раскрасить в три цвета, так что концы любого ребра покрашены в разные цвета. Докажите, что язык *3COLOR* является *NP*-полным.

**Задача 5.** Язык *SETCOVER* состоит из слов вида  $\langle U, S, k \rangle$ , где  $U$  — конечное множество,  $S$  — набор подмножеств  $U$ ,  $k$  — натуральное число, и можно выбрать  $k$  элементов  $S$  таких, что их объединение равно  $U$ . Докажите, что язык *SETCOVER* является *NP*-полным.