

Комбинаторная оптимизация

Задача о рюкзаке

17 апреля 2019 г.

1 Формулировка

Дано N предметов и рюкзак вместимости W . Каждый предмет описывается парой (p_i, w_i) — стоимостью и весом.

Набор $I \subseteq \{1, \dots, N\}$ предметов называется *допустимым*, если выполнено условие

$$\sum_{i \in I} w_i \leq W$$

Стоимостью набора называется величина

$$P(I) = \sum_{i \in I} p_i$$

Допустимый набор называется *оптимальным*, если не существует допустимого набора с большей стоимостью.

Поиск оптимального набора является сложной задачей, тем не менее, возможен поиск приближенного решения. Ваша задача заключается в поиске допустимого решения максимального близкого по стоимости к оптимальному.

2 Входные данные

Первая строка входных данных содержит два целых числа N и W — количество предметов и максимальный вес рюкзака. В следующих N строках содержатся пары целых чисел (p_i, w_i) описывающие предметы. Гарантируется, что веса и стоимости помещаются в стандартный тип `int`.

Для всех открытых и закрытых тестов верна оценка $N \leq 60000$ и $W \leq 10^7$.

3 Формат вывода

Первая строка выходных данных должна содержать число P — стоимость вашего допустимого набора. Во второй строке должны быть перечислены номера предметов составляющих ваш набор.

4 Ограничения

- Ограничение по времени: 10с
- Ограничение по памяти: 512МВ

В качестве языка программирования разрешается использовать любой язык, поддерживаемый системой Яндекс.Контест. Использование сторонних библиотек для оптимизации запрещено — код оптимизационного движка должен быть написан вами.

5 Оценивание

Оценивание будет производиться по сумме разностей вашего решения и оптимального решения. Полный балл можно получить за оптимальное решение, жадный алгоритм будет набирать не больше 1-2 баллов.

6 Полезные советы

- Для поиска оптимума вы можете применить динамическое программирование, оно будет долго работать, но вы узнаете оптимальное решение и будете понимать к чему надо стремиться.
- Начните с простого решения и старайтесь постепенно его усложнять. Попробуйте разные подходы, сочетая идеи, рассказанные на лекции.
- Несмотря на то, что метод динамического программирования при заданных ограничениях напрямую не применим из-за ограничений задачи, существует множество способов пожертвовать точностью, приведя при этом задачу к виду, в котором динамическое программирование применимо.
- Пусть есть два частичных решения I_1 и I_2 , причем $P(I_1) \geq P(I_2)$ и $W(I_1) \leq W(I_2)$, в таком случае второй набор предметов заведомо можно не рассматривать при использовании метода ветвей и границ. Используйте эту идею.
- Ознакомьтесь со статьей про подходы к точному решению задачи о рюкзаке.