

Вычислимость и сложность 2018. Домашняя работа 2.

Срок сдачи 13.05.2018

Пожалуйста оформите решения, как можно подробней и понятней, наберите их в любом удобном редакторе, и отправьте в формате pdf на адрес yury.savateev@gmail.com.

1. Рассмотрим следующее доказательство того, что $P \neq NP$: Рассмотрим следующий разрешающий алгоритм для SAT . На входе $A(p_1, \dots, p_n)$ перебираем все возможные оценки пропозициональных переменных p_1, \dots, p_n , если при любой такой оценке формула истинна, то принимаем эту формулу, иначе — отвергаем. Поскольку существует 2^n оценок n пропозициональных переменных, алгоритм требует экспоненциального времени для своего выполнения. Следовательно, проблема SAT имеет экспоненциальную сложность по времени. Получаем, что $SAT \notin P$. Поскольку $SAT \in NP$, мы можем заключить, что $P \neq NP$. В чем состоит ошибка?
2. Дана булева формула A . Рассмотрим задачу $TAUT$: выяснить, является ли формула A тавтологией, т.е. является ли она истинной при всех возможных оценках переменных. Также рассмотрим сложностной класс $coNP = \{L \mid L \in NP\}$. Покажите, что $NP = coNP$ тогда и только тогда, когда $3SAT \leq_m^p TAUT$ и $TAUT \leq_m^p 3SAT$.
3. Все слова языка L принимаются машиной Тьюринга M за полиномиальное время, и никакие другие слова машиной M не принимаются (но, возможно, и не отвергаются). Верно ли, что L лежит в P ?
4. Рассмотрим множество $T = \{n \mid n \text{ — десятичная запись числа } 3^k \text{ для некоторого } k \in \mathbb{N}\}$. Докажите, что $T \in P$.
5. Гамильтоновым циклом называется цикл, проходящий через все вершины графа ровно по одному разу. Докажите, что язык

$$HAMCYCLE = \{\langle G \rangle \mid \text{у графа } G \text{ есть гамильтонов цикл.}\}$$

лежит в NP .

6. Рассмотрим следующую задачу. SUDOKU: Дана таблица размера $n^2 \times n^2$, в которой каждая клетка либо пуста, либо содержит некоторое число из множества $\{1, \dots, n^2\}$. Таблица разбита на n^2 малых квадратов размера $n \times n$. Можно ли заполнить пустые клетки числами из множества $\{1, \dots, n^2\}$ таким образом, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждом малом квадрате $n \times n$ каждое число из $\{1, \dots, n^2\}$ встречалось бы ровно один раз? Докажите, что $SUDOKU \leq_m^p SAT$.