

Вычислимость и сложность 2018. Домашняя работа 1.

Срок сдачи 16.03.2018

Пожалуйста оформите решения, как можно подробнее и понятней, и отправьте в формате pdf на адрес yury.savateev@gmail.com.

Считается, что в начале работы головка машины Тьюринга находится на пробельном символе сразу перед началом входных данных. После окончания работы машина должна стоять на пробельном символе перед началом ответа.

1. Постройте машину Тьюринга, вычисляющую некоторую функцию $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}$, для которой

$$f(0^n 1^m 0^k) = \begin{cases} 1, & \text{если } m = n, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Сначала опишите порядок действий этой машины на русском языке.

2. Постройте машину Тьюринга, вычисляющую функцию натурального аргумента $f(x) = x + 1$, считая, что натуральные числа записываются в бинарной записи.
3. Даны примитивно рекурсивные функции g и h . Докажите, что следующая функция является примитивно рекурсивной:

$$f(y) = \begin{cases} 1, & \text{если } g(i) = h(j) \text{ для некоторых } 0 \leq i, j \leq y, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

4. Докажите, что функция $f(x, y) = \lfloor \frac{x}{y+1} \rfloor$ является примитивно рекурсивной.
5. Напишите программу для машины с неограниченными регистрами, вычисляющую функцию

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \text{ — четно,} \\ x - 1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

6. Напишите программу для машины с неограниченными регистрами, вычисляющую функцию $f(x, y) = \lfloor \frac{x}{y+1} \rfloor$. В этой задаче разрешается использовать дополнительные команды вида $r_n := r_m + r_p$, $r_n := r_m \cdot r_p$.