

ชื่อ:

เลขประจำตัว:

204213: สอบกลางภาค

1. (8 คะแนน) จงเขียน regular expression ที่อธิบายภาษาต่อไปนี้

$$\{w \mid w \in \{a, b\}^* \text{ และ } w \text{ ไม่มี } aa \text{ เป็นสตริงย่อย}\}$$

คำใบ้: จะรับประกันได้อย่างไรว่า a จะไม่ตามหลัง a?

$$(b \cup ab)^* (a \cup \epsilon)$$

2. (8 คะแนน) พิจารณาภาษา $L = \{a^m b^m c^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$ กล่าวอย่างไม่เป็นทางการ L คือภาษาสำหรับการบวก (จำนวนของ c เท่ากับผลบวกของจำนวนของ a กับจำนวนของ b)

จงพิสูจน์ว่า L ไม่ regular.

Proof by contradiction

ถ้า L เป็น regular จาก Pumping Lemma เราได้ว่า L จะมี pumping length p
เราจะเลือก s ที่ $s \in L$ และ $|s| \geq p$ ซึ่ง s สามารถเขียนได้เป็น $s = xy^iz$; $i \geq 0$
โดยที่ $|xy| \leq p$ และ $|y| > 0$

ถ้า $s = a^p b^p c^{2p}$ และ s เป็น regular แล้ว $xy^iz \in L$

จาก pumping lemma $|xy| \leq p \Rightarrow x$ และ y เป็นได้แต่ a เท่านั้น

ถ้า y เป็น a อย่างเดียว \Rightarrow จะได้ว่า x และ y ต่างเป็น a อย่างละเท่าตัว (จาก $|xy| \leq p$)

ดังนั้น xy^0z จะมี $|a| + |b| \neq |c| \Rightarrow xy^0z \notin L \Rightarrow \text{contradiction}$

$\therefore L$ ไม่เป็น regular

ชื่อ:

เลขประจำตัว:

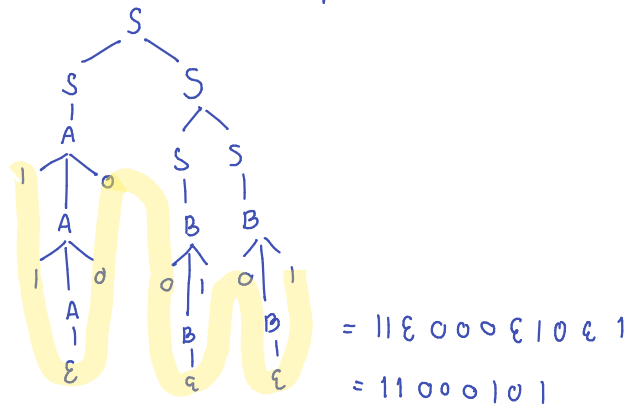
3. (8 คะแนน) พิจารณา grammar G_1 ดังด้านล่าง

$$S \rightarrow SS \mid A \mid B$$

$$A \rightarrow 1A0 \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow 0B1 \mid \varepsilon$$

เขียน parse tree สำหรับสตริง 11000101.



CFG

4. (8 คะแนน) เขียน context-free grammar ที่สร้าง (generate) ภาษา

$$b \geq a$$

$$L_2 = \{a^m b^n \mid n \geq m \geq 0\}.$$

$$S \rightarrow a S b \mid B \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow B b \mid \varepsilon$$

ข้าม a ต้องข้าม b ด้วย
ข้าม b ได้เลย

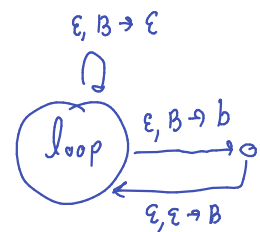
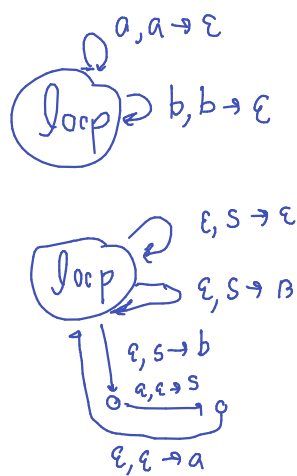
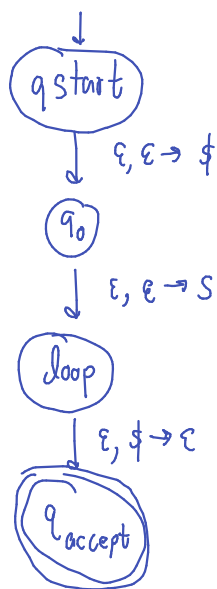
ชื่อ:

เลขประจำตัว:

5. (8 คะแนน) จงเขียน PDA ที่ recognize ภาษา L_2 (จากข้อ 4)

$S \rightarrow a s b \mid \epsilon$

$B \rightarrow B b \mid \epsilon$



ชื่อ:

เลขประจำตัว:

✓ 6. (8 คะแนน) พิสูจน์ว่าภาษา

$$C = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$$

ไม่เป็น context-free (C เป็นภาษาของสตริงที่มีความยาวเป็นกำลังสองของจำนวนเต็มบางตัว)Hint: $p^2 + p < p^2 + 2p + 1 = (p+1)^2$ เมื่อ $p > 0$.

Prove by contradiction

assume ว่า C เป็น context-freeจาก pumping lemma ได้ว่า C จะมี pumping length p ให้ $s \in C$ จะได้ว่า $|s| > p$ จะสามารถเขียน $s = uv^ixy^jz$ $i \geq 0$ (โดยที่ $|vxy| \leq p$ และ $|vy| > 0$)

$$\text{ให้ } s = a^{(p+1)^2} = a^{p^2+2p+1}$$

จาก pumping lemma ทราบว่า $|vxy| \leq p$ ให้ v และ $y = a$ ที่สั้น

$$\text{ให้ } u = a^{p^2+2p}, v = \epsilon, x = \epsilon, y = a^1, z = \epsilon$$

$$\therefore uv^0xy^0z = a^{p^2+2p} \Rightarrow p^2+2p < p^2+2p+1$$

$$\therefore uv^0xy^0z \notin C$$

จาก pumping lemma หาก C เป็น context-free

contradiction

$$uvxy^i \in C \text{ หรือ } uv^ixy^jz \in C \text{ เสมอ}$$

$$\therefore C \text{ ไม่ใช่ context-free}$$

ชื่อ:

เลขประจำตัว:

7. (10 points) แสดงว่าภาษา

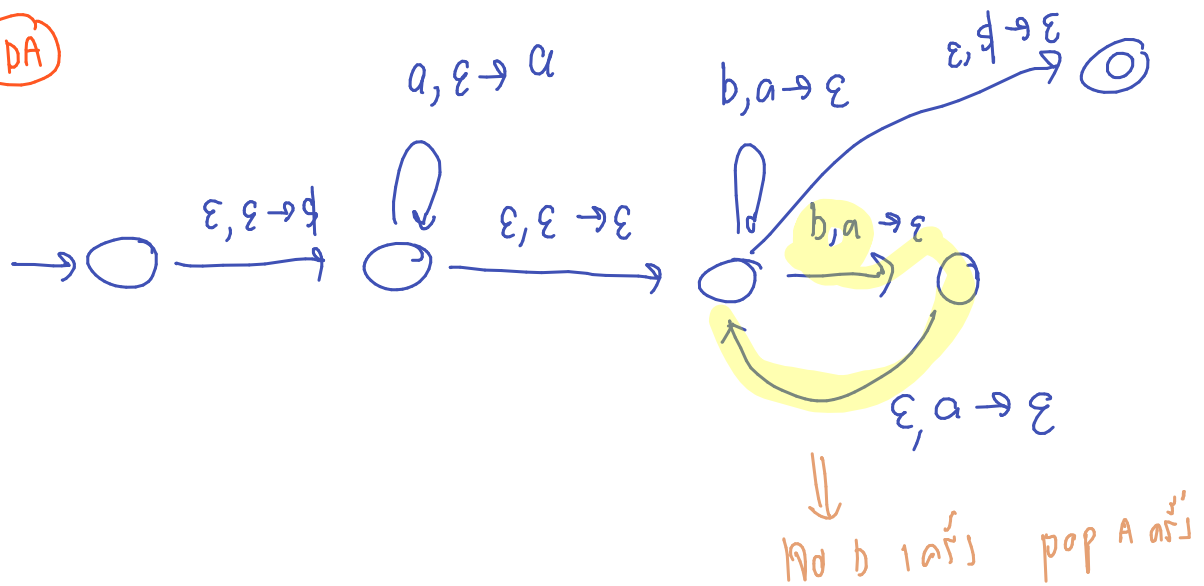
$$A = \{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n\}$$

$a = b$
หรือ $a = 2b$

เป็นภาษา context-free (โดยการแสดง CFG หรือ PDA ก็ได้)

(CFG) $S \rightarrow asb \mid aasb \mid \epsilon$

(PDA)



ชื่อ:

เลขประจำตัว: 6310500281

8. สมาชิกไม่ซ้ำ (10 คะแนน)

ให้รายการของจำนวนบวก เช่น 4, 2, 6 เราสามารถเขียนจำนวนแต่ละตัวออกมาในรูปของสตริงไบนารี จากนั้นนำมาต่อกันได้ เช่น ลำดับด้านบนเขียนเป็น $100\#10\#110$ สำหรับปัญหาข้อนี้ เราสนใจภาษาที่ประกอบไปด้วยสตริงที่แสดงรายการที่ไม่มีจำนวนซ้ำกัน

ให้ $L = \{w \mid w = x_1\#x_2\#\dots\#x_k \text{ เมื่อ } k \geq 0, \text{ ทุก } x_i \in \{0,1\}^*, \text{ และ } x_i \neq x_j \text{ เมื่อ } i \neq j\}$.
จงพิสูจน์ว่า L ไม่ regular

คำแนะนำ: จะทำอย่างไรให้หลังจาก pump แล้วจะมีสมาชิกซ้ำกัน

Pump by contradiction

assume ให้ L เป็น regular \Rightarrow จาก Pumping Lemma จะได้ว่า L มี
pumping length $n = p$ และจะมี s ที่ $s \in L$ โดย $|s| > p$
 s จะสามารถแบ่งได้ใหญ่ $s = xyz$; $i > 0$ และ $|xy| \leq p$ และ $|y| > 0$

$$\text{ให้ } s = 1^p \# 1^{p-1} \# 1^{p-2} \# \dots \# 1^2 \# 1^1$$

$$\text{ให้ } y = 1^k \quad v = 1^{p-k} \quad z = 1^{p-1} \# 1^{p-2} \# \dots \# 1^1$$

$$xyz = 1^{p-k} \# 1^{p-1} \# 1^{p-2} \# 1^{p-3} \# 1^{p-4} \# \dots \# 1^{p-k} \# \dots \# 1^1$$

จะได้เห็นว่า 1^{p-k} จะต้องไปซ้ำกับ 1^{p-k} ใน z

$\therefore xyz \notin L \Rightarrow$ contradiction กับ pumping lemma

$\therefore L$ not regular