

# অধ্যায়: কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা (টপিক: স্প্রিং বল)

## Engineering & Medical Master Practice Sheet

### Type-01: বোর্ড স্টার্ভার্ড ও বেসিক কনসেপ্ট

#### ১. দৃশ্যকল্প : একটি স্প্রিং-এর

ওপর  $10\text{ N}$  বল প্রয়োগ করায়।  
এটি  $4\text{ cm}$  প্রসারিত হয়।

- \* (i) স্প্রিং ধ্রুবক ( $k$ ) নির্ণয় করো।
- \* (ii)  $6\text{ cm}$  ও আরও  $6\text{ cm}$  প্রসারণে কাজের পরিমাণ সমান হবে কি?

#### ২. দৃশ্যকল্প : স্প্রিং ধ্রুবক $k = 120\text{ Nm}^{-1}$ ।

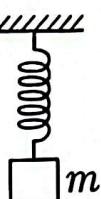
$5\text{ cm}$  সংকুচিত করা হলো।

- \* (i)  $2.5\text{ cm}$  প্রসারণে বিভব শক্তি কত?
- \* (ii) স্প্রিং বল কি সংরক্ষণশীল?
- \* (iii)  $3\text{ cm}$  সংকোচনে কৃতকাজ কত?

### Type-02: উলম্ব স্প্রিং ও ইম্পালস (HCV)

#### ৩. দৃশ্যকল্প : উলম্ব স্প্রিং এবং ভরের সংঘর্ষ।

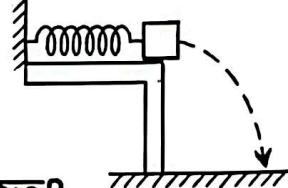
- \* (i)  $m$  ভরের ব্লকে  $v$  ধাক্কা দিলে  
কত নিচে নামবে?
- \* (ii)  $5\text{ kg}$  ব্লক,  $10\text{ cm}$  প্রসারণ।  
নিচে ধাক্কা দিলে কত ওপরে  
উঠবে?
- \* (iii)  $250\text{ g}$  ব্লক,  $10\text{ cm}$  সংকুচিত করে  
ছাড়লে কত উঁচুতে উঠবে?



### Type-03: স্প্রিং, প্রক্ষেপক ও আনত তল

#### ৪. দৃশ্যকল্প : স্প্রিং এবং গতির সংমিশ্রণ।

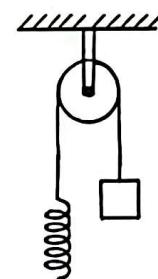
- \* (i) অনুভূমিক স্প্রিং ( $k=100$ ) এ  $5\text{ cm}$   
চেপে ছাড়লে  $2\text{ m}$   
নিচে পড়ে। পাল্লা কত?
- \* (ii)  $4.9\text{ m}$  উপর থেকে  $40\text{ g}$  বন্ত স্প্রিং  
( $k=400$ ) এ পড়লে সংকোচন কত?
- \* (iii)  $37^\circ$  আনত তলে স্প্রিং ও ব্লকের  
ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয়।



### Type-04: পুলি ও জটিল সিস্টেম

#### ৫. দৃশ্যকল্প : পুলি এবং স্প্রিং।

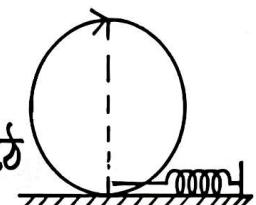
- \* (i) পুলিতে স্প্রিং যুক্ত। সর্বোচ্চ  
প্রসারণ কত?
- \* (ii) দুটি ব্লক A ও B পুলিতে  
যুক্ত। A ব্লক স্প্রিং এ। বিচ্ছিন্ন  
হওয়ার বেগ কত?



### Type-05: পরিবর্তনশীল বল ও এডমিশন

#### ৬. দৃশ্যকল্প : স্প্রিং এবং পরিবর্তনশীল বল।

- \* (i)  $F = ax + bx^2$  হলে  
কৃতকাজ কত?
- \* (ii) স্প্রিং নিষ্ঠিতে  $40\text{ N}$  পাঠে  
বিভব শক্তি কত?
- \* (iii) অর্ধেক প্রসারণে দ্বিগুণ কাজ হলে  
 $k$  এর তুলনা।
- \* (iv) বৃত্তাকার পথে ঘুরে এসে স্প্রিং-এ আঘাত।  
সর্বোচ্চ বিন্দুর শর্ত।



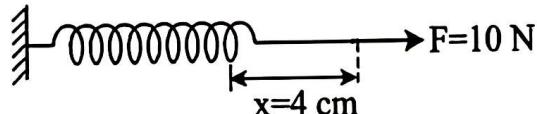
## Type-01: বোর্ড স্ট্যান্ডার্ড ও বেসিক কনসেপ্ট

### প্রশ্ন ১

দৃশ্যকল্প: একটি স্প্রিং-এর ওপর 10 N বল প্রয়োগ করায় এটি 4 cm প্রসারিত হয়।

(i) স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক ( $k$ ) নির্ণয় করো।

(ii) স্প্রিংটিকে প্রথমে 6 cm এবং পরবর্তীতে আরও 6 cm প্রসারিত করা হলো। প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে সমান প্রসারণের জন্য কাজের পরিমাণ সমান হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।



সমাধান:

(i) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়:

দেওয়া আছে, প্রযুক্ত বল,  $F = 10 \text{ N}$ , প্রসারণ,  $x = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$ .

$$\text{আমরা জানি, } F = kx \text{ বা, } k = \frac{F}{x} = \frac{10}{0.04} = 250 \text{ Nm}^{-1} \text{। উত্তর: স্প্রিং ধ্রুবক } 250 \text{ Nm}^{-1} \text{।}$$

(ii) কাজের তুলনা:

১ম ক্ষেত্র: 6 cm বা 0.06 m প্রসারণে কৃতকাজ ( $W_1$ ):

$$W_1 = \frac{1}{2} kx_1^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times (0.06)^2 = 125 \times 0.0036 = 0.45 \text{ J।}$$

২য় ক্ষেত্র: আরও 6 cm প্রসারণ (মোট প্রসারণ  $6+6=12 \text{ cm}$  বা  $0.12 \text{ m}$ )।

এক্ষেত্রে কৃতকাজ ( $W_2$ ) লিমিট  $x_1=0.06 \text{ m}$  থেকে  $x_2=0.12 \text{ m}$  পর্যন্ত:

$$W_2 = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2} \times 250 \times (0.12^2 - 0.06^2) = 125 \times (0.0144 - 0.0036) = 1.35 \text{ J।}$$

তুলনা: দেখা যাচ্ছে  $W_2 (1.35 \text{ J}) > W_1 (0.45 \text{ J})$ । অকৃতপক্ষে  $W_2$  হলো  $W_1$  এর তিনগুণ।

সিদ্ধান্ত: না, কাজের পরিমাণ সমান হবে না। স্প্রিং যত বেশি প্রসারিত হয়, বল তত বাড়ে, তাই পরবর্তী সমপরিমাণ প্রসারণে বেশি কাজ করতে হয়।

### প্রশ্ন ২

দৃশ্যকল্প: ঘর্ষণহীন অনুভূমিক তলের ওপর একটি স্প্রিং ধ্রুবক  $k = 120 \text{ Nm}^{-1}$ ।

(i) স্প্রিংটি 2.5 cm প্রসারিত করলে এতে সঞ্চিত বিভব শক্তি নির্ণয় করো।

(ii) স্প্রিং বলটি কি সংরক্ষণশীল বল? গাণিতিকভাবে যাচাই করো।

(iii) অনুভূমিক তলের ওপর অবস্থিত বন্ধুটিকে সাম্যাবস্থা হতে 3 cm সংকুচিত করলে স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ কত?

সমাধান:

(i) বিভব শক্তি নির্ণয়: দেওয়া আছে,  $k = 120 \text{ Nm}^{-1}$ , প্রসারণ  $x = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}$ .

$$\text{বিভব শক্তি, } U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times (0.025)^2 = 60 \times 0.000625 = 0.0375 \text{ J।}$$

উত্তর: 0.0375 J।

(ii) সংরক্ষণশীল বল যাচাই: স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল। কারণ, স্প্রিং-এর পূর্ণ চক্রে (Round trip) মোট কৃতকাজ শূন্য হয়। ধরি, একটি বন্ধুকে  $x$  পরিমাণ প্রসারিত করে আবার 0

অবস্থানে আনা হলো। প্রসারণের সময় কাজ:  $W_1 = \int_0^x (-kx)dx = -\frac{1}{2} kx^2$ ।

ফিরে আসার সময় কাজ:  $W_2 = \int_x^0 (-kx)dx = 0 - \frac{1}{2} kx^2]_x^0 = +\frac{1}{2} kx^2$ ।

মোট কাজ:  $W = W_1 + W_2 = -\frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} kx^2 = 0$ ।

যেহেতু পূর্ণ চক্রে কাজ শূন্য, তাই স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল।

(iii) স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ: সংকোচন,  $x = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$ . আমরা জানি, স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ সর্বদা

ঝণাঝুক যখন সরণ সাম্যাবস্থা থেকে দূরে হয়।

$$\text{সূত্র: } W_s = -\frac{1}{2} kx^2 = -\frac{1}{2} \times 120 \times (0.03)^2 = -60 \times 0.0009 = -0.054 \text{ J।}$$

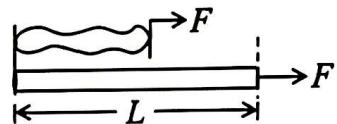
উত্তর: স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ  $-0.054 \text{ J}$ ।

## Type-05: পরিবর্তনশীল বল ও এডমিশন টেস্ট (Varsity Admission)

প্রশ্ন ৬ (i): একটি রাবার ব্যান্ডকে  $x$  দূরত্বে প্রসারিত করলে বল  $F = ax + bx^2$  হয়।

অপ্রসারিত ব্যান্ডটিকে  $L$  পরিমাণ প্রসারিত করতে

কৃতকাজ কত? [IUT'19-20]



সমাধান: এখানে বল পরিবর্তনশীল, তাই ইন্টিগ্রেশন করতে হবে।

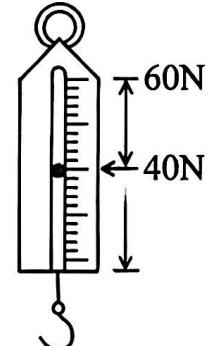
$$W = \int_0^L F dx = \int_0^L (ax + bx^2) dx = \left[ \frac{ax^2}{2} + \frac{bx^3}{3} \right]_0^L = \frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$$

$$\text{উত্তর: } \frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$$

প্রশ্ন ৬ (ii): একটি স্প্রিং নিক্ষিতে দৈর্ঘ্য 20 cm, যা 0–60 N পাঠ

দেয়। যখন এটি 40 N পাঠ দেয়, তখন বিভব শক্তি কত?

[IUT'17-18]



সমাধান: সর্বোচ্চ পাঠ 60 N এবং এর জন্য দৈর্ঘ্য পরিবর্তন

$$L = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$\text{স্প্রিং ধ্রুবক, } k = \frac{F_{\max}}{L} = \frac{60}{0.2} = 300 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\text{এখন, প্রযুক্ত বল } F = 40 \text{ N হলে, প্রসারণ } x = \frac{F}{k} = \frac{40}{300} = \frac{2}{15} \text{ m}$$

$$\text{বিভব শক্তি, } U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 300 \times \left(\frac{2}{15}\right)^2 = \frac{4}{225} = \frac{600}{225} \approx 2.67 \text{ J}$$

$$\text{উত্তর: } 2.67 \text{ J}$$

প্রশ্ন ৬ (iii):  $k$  স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিংকে টেনে লম্বা করা হলো। দ্বিতীয় একটি স্প্রিংকে এর অর্ধেক পরিমাণ লম্বা করতে দ্বিগুণ কাজ করতে হয়।

দ্বিতীয় স্প্রিং এর ধ্রুবক প্রথমটির কতগুণ?

[Forhad Sir, M-9]

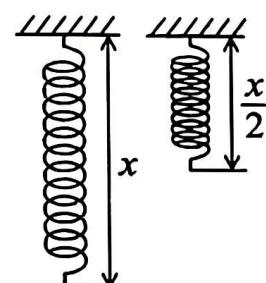
সমাধান: ধরি, ১ম স্প্রিং এর প্রসারণ  $x$ , কাজ  $W_1 = \frac{1}{2} kx^2$

২য় স্প্রিং এর প্রসারণ  $x' = \frac{x}{2}$ , কাজ  $W_2 = 2W_1$

প্রশ্নমতে,  $W_2 = \frac{1}{2} k'(x')^2 \Rightarrow 2W_1 = \frac{1}{2} k'\left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow$

$2\left(\frac{1}{2} kx^2\right) = \frac{1}{2} k'\left(\frac{x^2}{4}\right) \Rightarrow kx^2 = k'\left(\frac{x^2}{8}\right) \Rightarrow k = \frac{k'}{8} \Rightarrow k' = 8k$

উত্তর: দ্বিতীয় স্প্রিং-এর ধ্রুবক প্রথমটির ৮ গুণ।



1. Question: [HCV Ex-7] : m भरेर एकटि रुक साम्याबद्धमय घोलानो आছो। इस्तै निचेर दिके v बेगे धाका देओमा हलो। साम्याबद्धमय बेग देओमा माले एठि सर्वोच्च बेग ( $V_{max}$ ) दोलन

Solution:   
साम्याबद्धमय बेग देओमा माले एठि सर्वोच्च बेग ( $V_{max}$ ) दोलन  
गतिर सूत्रानुसारे,

$$V_{max} = \omega A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} A$$

$$\therefore A = v \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \underline{\text{Ans: } v \sqrt{\frac{m}{k}}}$$

2. [HCV Ex-41] : 5.0 kg भर क्षिप्रः-ए घोलानो, या 10 cm प्रसारित हमे साम्याबद्धमय आच्छा निच थेके 2.0 m/s धाका दिले रुकटि कत उपरे उठवे?

Solution:   
क्षिप्रः क्षबद्धक,  $k = \frac{mg}{x_0} = \frac{5 \times 9.8}{0.1} = 490 \text{ N/m}$

काजः-शक्ति उपर्याप्त (साम्याबद्धमय थेके h उच्चताम):

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = mgh + \frac{1}{2}k(x_0 - h)^2$$

$$5.0 \text{ kg} \quad \begin{array}{l} \uparrow \\ \square \\ \uparrow 2.0 \text{ m/s} \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 = 245h^2 \Rightarrow h \approx 0.20 \text{ m} \\ \underline{\text{Ans: } 20 \text{ cm}} \end{array}$$

3. [HCV Ex-42] : 250 g भरेर रुक  $k = 100 \text{ N/m}$  क्षिप्रः-एर उपरा शार्डाबिक दैर्घ्येर चेये 10 cm संकृचित करे छाडा हलो। रुकटि कत उठ्हते उठवे?

Solution:   
क्षिप्रः शक्ति → अडिकर्स्यां बित्र शक्तिर रागात्तर:

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}(100)(0.1)^2 = (0.25)(9.8)h$$

$$0.5 = 2.45h \Rightarrow h \approx 0.204 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans: } 20.4 \text{ cm}}$$

4. [HCV Ex-48] 100 g भरेर रुक,  $k = 100 \text{ N/m}$  क्षिप्रः दिये 5 cm संकृचित करे छाडा हलो। ठेबिलेर उच्चता 2 m। रुकटि अनुभूमिकाबे कत दूरे पड्हवे?

Solution:   
1. रुकटिर मूल्यावेग (v):

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 1.58 \text{ m/s}$$

2. पटलेर समय (t) ओ पाला (R):

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0.639 \text{ s}$$

$$R = vt = 1.58 \times 0.639 \approx 1.01 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans: } 1.01 \text{ m}}$$

5. [HCV Ex-12] : 4.9 m उच्चता थेके 40 g भरेर एकटि बस्त 400 N/m क्षिप्रः-एर उपर पड्हला क्षिप्रःटिर सर्वोच्च संकोचन कत?

Solution:   
बित्र शक्ति → क्षिप्रः शक्तिर रागात्तर:

$$mgH = \frac{1}{2}kx^2$$

$$(0.04)(9.8)(4.9) = \frac{1}{2}(400)x^2$$

$$x^2 = 0.0096 \Rightarrow x \approx 0.098 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans: } 9.8 \text{ cm}}$$

6. [HCV Ex-45] पूनिते क्षिप्रः ओ भर युक्त। सिटेमेटि इस्तै छेडे दिले (Released) क्षिप्रःटिर सर्वोच्च प्रसारण कत हवे?

Solution:   
हस्तै छाड्हले बस्तु दोल खाया। शक्तिर नित्यता नीति अनुयायी, बित्र शक्तिर त्रास = क्षिप्रः शक्तिर युक्ति:

$$mgx = \frac{1}{2}kx^2$$

$$mg = \frac{1}{2}kx \Rightarrow x = \frac{2mg}{k} \quad \underline{\text{Ans: } \frac{2mg}{k}}$$

7. [HCV Ex-55] रुकटि एकटि लुप्त घुरे एसे क्षिप्रः-ए आघात करावो। घुराते क्षिप्रः कतहुत्त संकृचित कराले रुकटि लुप्तेर सर्वोच्च बिल्तुते mg बल प्रयोग करावे?

Solution:   
बल:

$$N + mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow 2mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = 2gR$$

शक्तिर नित्यता (क्षिप्रः टुटप):

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R)$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgR + 2mgR = 3mgR \Rightarrow x = \sqrt{\frac{6mgR}{k}}$$

$$\underline{\text{Ans: } \sqrt{\frac{6mgR}{k}}}$$

$$R = vt = 1.58 \times 0.639 \approx 1.01 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans: } 1.01 \text{ m}}$$