

অধ্যায়: কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা (টপিক: স্প্রিং বল)

Engineering & Medical Master Practice Sheet

Type-01: বোর্ড স্ট্যান্ডার্ড ও বেসিক কনসেপ্ট

১. দৃশ্যকল্প : একটি স্প্রিং-এর ওপর 10 N বল প্রয়োগ করায় এটি 4 cm প্রসারিত হয়।

- * (i) স্প্রিং ধ্রুবক (k) নির্ণয় করো।
- * (ii) 6 cm ও আরও 6 cm প্রসারণে কাজের পরিমাণ সমান হবে কি?

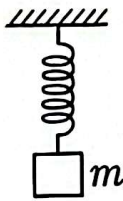
২. দৃশ্যকল্প : স্প্রিং ধ্রুবক $k = 120 \text{ Nm}^{-1}$ । 5 cm সংকুচিত করা হলো।

- * (i) 2.5 cm প্রসারণে বিভব শক্তি কত?
- * (ii) স্প্রিং বল কি সংরক্ষণশীল?
- * (iii) 3 cm সংকোচনে কৃতকাজ কত?

Type-02: উল্লম্ব স্প্রিং ও ইমপালস (HCV)

৩. দৃশ্যকল্প : উল্লম্ব স্প্রিং এবং ভরের সংঘর্ষ।

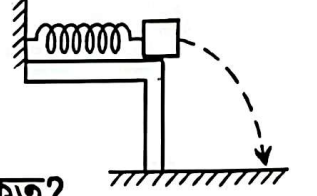
- * (i) m ভরের ব্লকে v ধাক্কা দিলে কত নিচে নামবে?
- * (ii) 5 kg ব্লক, 10 cm প্রসারণ। নিচে ধাক্কা দিলে কত ওপরে উঠবে?
- * (iii) 250 g ব্লক, 10 cm সংকুচিত করে ছাড়লে কত উঁচুতে উঠবে?



Type-03: স্প্রিং, প্রক্ষেপক ও আনত তল

৪. দৃশ্যকল্প : স্প্রিং এবং গতির সংমিশ্রণ।

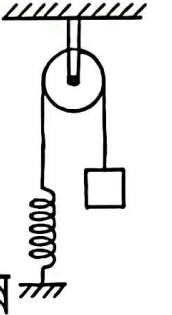
- * (i) অনুভূমিক স্প্রিং ($k=100$) এ 5 cm চেপে ছাড়লে 2m নিচে পড়ে। পাল্লা কত?
- * (ii) 4.9m উপর থেকে 40g বস্তু স্প্রিং ($k=400$) এ পড়লে সংকোচন কত?
- * (iii) 37° আনত তলে স্প্রিং ও ব্লকের ঘর্ষণ গুণাঙ্ক নির্ণয়।



Type-04: পুলি ও জটিল সিস্টেম

৫. দৃশ্যকল্প : পুলি এবং স্প্রিং।

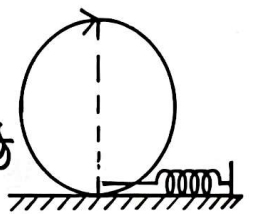
- * (i) পুলিতে স্প্রিং যুক্ত। সর্বোচ্চ প্রসারণ কত?
- * (ii) দুটি ব্লক A ও B পুলিতে যুক্ত। A ব্লক স্প্রিং এ। বিচ্ছিন্ন হওয়ার বেগ কত?



Type-05: পরিবর্তনশীল বল ও এডমিশন

৬. দৃশ্যকল্প : স্প্রিং এবং পরিবর্তনশীল বল।

- * (i) $F = ax + bx^2$ হলে কৃতকাজ কত?
- * (ii) স্প্রিং নিষ্টিতে 40 N পার্শ্ব বিভব শক্তি কত?
- * (iii) অর্ধেক প্রসারণে দ্বিগুণ কাজ হলে k এর তুলনা।
- * (iv) বৃত্তাকার পথে ঘুরে এসে স্প্রিং-এ আঘাত। সর্বোচ্চ বিন্দুর শর্ত।



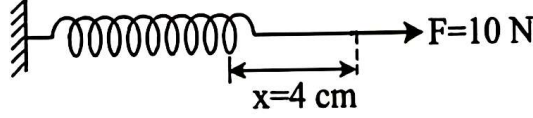
Type-01: বোর্ড স্ট্যান্ডার্ড ও বেসিক কনসেপ্ট

প্রশ্ন ১

দৃশ্যকল্প: একটি স্প্রিং-এর ওপর 10 N বল প্রয়োগ করায় এটি 4 cm প্রসারিত হয়।

(i) স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক (k) নির্ণয় করো।

(ii) স্প্রিংটিকে প্রথমে 6 cm এবং পরবর্তীতে আরও 6 cm প্রসারিত করা হলো। প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে সমান প্রসারণের জন্য কাজের পরিমাণ সমান হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।



সমাধান:

(i) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়:

দেওয়া আছে, প্রযুক্ত বল, $F = 10 \text{ N}$, প্রসারণ, $x = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$.

আমরা জানি, $F = kx$ বা, $k = \frac{F}{x} = \frac{10}{0.04} = 250 \text{ Nm}^{-1}$ । উত্তর: স্প্রিং ধ্রুবক 250 Nm^{-1} ।

(ii) কাজের তুলনা:

১ম ক্ষেত্র: 6 cm বা 0.06 m প্রসারণে কৃতকাজ (W_1):

$$W_1 = \frac{1}{2} kx_1^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times (0.06)^2 = 125 \times 0.0036 = 0.45 \text{ J}$$

২য় ক্ষেত্র: আরও 6 cm প্রসারণ (মোট প্রসারণ 6+6=12 cm বা 0.12 m)।

এক্ষেত্রে কৃতকাজ (W_2) লিমিট $x_1 = 0.06 \text{ m}$ থেকে $x_2 = 0.12 \text{ m}$ পর্যন্ত:

$$W_2 = \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2) = \frac{1}{2} \times 250 \times (0.12^2 - 0.06^2) = 125 \times (0.0144 - 0.0036) = 1.35 \text{ J}$$

তুলনা: দেখা যাচ্ছে $W_2 (1.35 \text{ J}) > W_1 (0.45 \text{ J})$ । প্রকৃতপক্ষে W_2 হলো W_1 এর ৩ গুণ।

সিদ্ধান্ত: না, কাজের পরিমাণ সমান হবে না। স্প্রিং যত বেশি প্রসারিত হয়, বল তত বাড়ে, তাই পরবর্তী সমপরিমাণ প্রসারণে বেশি কাজ করতে হয়।

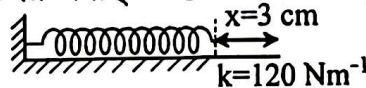
প্রশ্ন ২

দৃশ্যকল্প: ঘর্ষণহীন অনুভূমিক তলের ওপর একটি স্প্রিং ধ্রুবক $k = 120 \text{ Nm}^{-1}$ ।

(i) স্প্রিংটি 2.5 cm প্রসারিত করলে এতে সঞ্চিত বিভব শক্তি নির্ণয় করো।

(ii) স্প্রিং বলটি কি সংরক্ষণশীল বল? গাণিতিকভাবে যাচাই করো।

(iii) অনুভূমিক তলের ওপর অবস্থিত বস্তুটিকে সাম্যাবস্থা হতে 3 cm সংকুচিত করলে স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ কত?



সমাধান:

(i) বিভব শক্তি নির্ণয়: দেওয়া আছে, $k = 120 \text{ Nm}^{-1}$, প্রসারণ $x = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}$.

$$\text{বিভব শক্তি, } U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times (0.025)^2 = 60 \times 0.000625 = 0.0375 \text{ J}$$

উত্তর: 0.0375 J।

(ii) সংরক্ষণশীল বল যাচাই: স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল। কারণ, স্প্রিং-এর পূর্ণ চক্রে (Round trip) মোট কৃতকাজ শূন্য হয়। ধরি, একটি বস্তুকে x পরিমাণ প্রসারিত করে আবার 0 অবস্থানে আনা হলো। প্রসারণের সময় কাজ: $W_1 = \int_0^x (-kx)dx = -\frac{1}{2} kx^2$ ।

$$\text{ফিরে আসার সময় কাজ: } W_2 = \int_x^0 (-kx)dx = 0 - \left[-\frac{1}{2} kx^2\right]_x^0 = +\frac{1}{2} kx^2$$

$$\text{মোট কাজ: } W = W_1 + W_2 = -\frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} kx^2 = 0$$

$$\text{যেহেতু পূর্ণ চক্রে কাজ শূন্য, তাই স্প্রিং বল একটি সংরক্ষণশীল বল।}$$

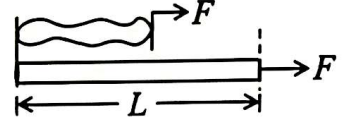
(iii) স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ: সংকোচন, $x = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$ । আমরা জানি, স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ সর্বদা ঋণাত্মক যখন সরণ সাম্যাবস্থা থেকে দূরে হয়।

$$\text{সূত্র: } W_s = -\frac{1}{2} kx^2 = -\frac{1}{2} \times 120 \times (0.03)^2 = -60 \times 0.0009 = -0.054 \text{ J}$$

$$\text{উত্তর: স্প্রিং দ্বারা কৃতকাজ } -0.054 \text{ J}$$

Type-05: পরিবর্তনশীল বল ও এডমিশন টেস্ট (Varsity Admission)

প্রশ্ন ৬ (i): একটি রাবার ব্যান্ডকে x দূরত্বে প্রসারিত করলে বল $F = ax + bx^2$ হয়।
অপ্রসারিত ব্যান্ডটিকে L পরিমাণ প্রসারিত করতে
কৃতকাজ কত? [IUT'19-20]

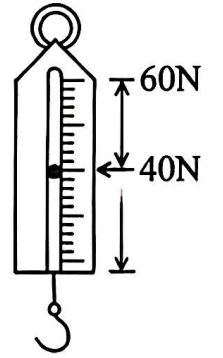


সমাধান: এখানে বল পরিবর্তনশীল, তাই ইন্টিগ্রেশন করতে হবে।

$$W = \int_0^L F dx = \int_0^L (ax + bx^2) dx = \left[\frac{ax^2}{2} + \frac{bx^3}{3} \right]_0^L = \frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$$

উত্তর: $\frac{aL^2}{2} + \frac{bL^3}{3}$

প্রশ্ন ৬ (ii): একটি স্প্রিং নিষ্কিতে দৈর্ঘ্য 20 cm, যা 0–60 N পাঠ
দেয়। যখন এটি 40 N পাঠ দেয়, তখন বিভব শক্তি কত?
[IUT'17-18]



সমাধান: সর্বোচ্চ পাঠ 60 N এবং এর জন্য দৈর্ঘ্য পরিবর্তন
 $L = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = \frac{F_{\max}}{L} = \frac{60}{0.2} = 300 \text{ Nm}^{-1}$

এখন, প্রযুক্ত বল $F = 40 \text{ N}$ হলে, প্রসারণ $x = \frac{F}{k} = \frac{40}{300} = \frac{2}{15} \text{ m}$

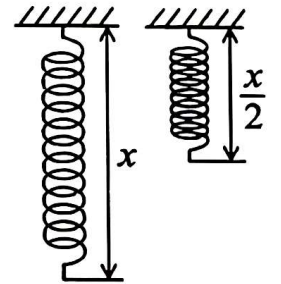
বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 300 \times \left(\frac{2}{15} \right)^2 = \frac{4}{225} = \frac{600}{225} \approx 2.67 \text{ J}$

উত্তর: 2.67 J

প্রশ্ন ৬ (iii): k স্প্রিং ধ্রুবকের একটি স্প্রিংকে টেনে লম্বা করা হলো। দ্বিতীয় একটি
স্প্রিংকে এর অর্ধেক পরিমাণ লম্বা করতে দ্বিগুণ কাজ করতে হয়।

দ্বিতীয় স্প্রিং এর ধ্রুবক প্রথমটির কতগুণ?

[Forhad Sir, M-9]



সমাধান: ধরি, ১ম স্প্রিং এর প্রসারণ x , কাজ $W_1 = \frac{1}{2} kx^2$

২য় স্প্রিং এর প্রসারণ $x' = \frac{x}{2}$, কাজ $W_2 = 2W_1$

প্রশ্নমতে, $W_2 = \frac{1}{2} k'(x')^2 \Rightarrow 2W_1 = \frac{1}{2} k' \left(\frac{x}{2} \right)^2 \Rightarrow$

$2 \left(\frac{1}{2} kx^2 \right) = \frac{1}{2} k' \left(\frac{x^2}{4} \right) \Rightarrow kx^2 = k' \left(\frac{x^2}{8} \right) \Rightarrow k = \frac{k'}{8} \Rightarrow k' = 8k$

উত্তর: দ্বিতীয় স্প্রিং-এর ধ্রুবক প্রথমটির ৮ গুণ।

1. Question: [HCV Ex-7] : m ভরের একটি ব্লক সাম্যাবস্থায় ঝোলানো আছে। হঠাৎ নিচের দিকে v বেগে ধাক্কা দেওয়া হলো। সাম্যাবস্থা থেকে ব্লকটি কত নিচে নামবে?

Solution:

সাম্যাবস্থায় বেগ দেওয়া মানে এটি সর্বোচ্চ বেগ (V_{\max})। দোলন গতির সূত্রানুসারে,

$$V_{\max} = \omega A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} A$$

$$\therefore A = v \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{Ans: } v \sqrt{\frac{m}{k}}$$

2. [HCV Ex-41] : 5.0 kg ভর স্প্রিং-এ ঝোলানো, যা 10 cm প্রসারিত হয়ে সাম্যাবস্থায় আছে। নিচ থেকে 2.0 m/s ধাক্কা দিলে ব্লকটি কত উপরে উঠবে?

Solution:

$$\text{স্প্রিং ধ্রুবক, } k = \frac{mg}{x_0} = \frac{5 \times 9.8}{0.1} = 490 \text{ N/m}$$

কাজ-শক্তি উপপাদ্য (সাম্যাবস্থা থেকে h উচ্চতায়):

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = mgh + \frac{1}{2}k(x_0 - h)^2$$

মান বসিয়ে পাই (h মিটারে):

$$10 = 245h^2 \Rightarrow h \approx 0.20 \text{ m} \quad \text{Ans: } 20 \text{ cm}$$

3. [HCV Ex-42] : 250 g ভরের ব্লক $k = 100 \text{ N/m}$ স্প্রিং-এর ওপর। স্বাভাবিক দৈর্ঘ্যের চেয়ে 10 cm সংকুচিত করে ছাড়া হলো। ব্লকটি কত উঁচুতে উঠবে?

Solution:

স্প্রিং শক্তি \rightarrow অভিকর্ষজ বিভব শক্তিতে রূপান্তর:

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}(100)(0.1)^2 = (0.25)(9.8)h$$

$$0.5 = 2.45h \Rightarrow h \approx 0.204 \text{ m} \quad \text{Ans: } 20.4 \text{ cm}$$

4. [HCV Ex-48] 100 g ভরের ব্লক, $k = 100 \text{ N/m}$ স্প্রিং দিয়ে 5 cm সংকুচিত করে ছাড়া হলো। টেবিলের উচ্চতা 2 m । ব্লকটি অনুভূমিকভাবে কত দূরে পড়বে?

Solution:

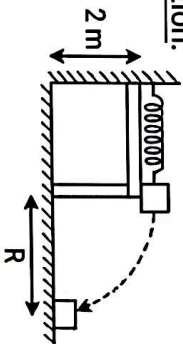
১. ব্লকটির মুক্তিবেগ (v):

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 1.58 \text{ m/s}$$

২. পতনের সময় (t) ও পাল্লা (R):

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0.639 \text{ s}$$

$$R = vt = 1.58 \times 0.639 \approx 1.01 \text{ m} \quad \text{Ans: } 1.01 \text{ m}$$



5. [HCV Ex-12] : 4.9 m উচ্চতা থেকে 40 g ভরের একটি বস্তু 400 N/m স্প্রিং-এর ওপর পড়ল। স্প্রিংটির সর্বোচ্চ সংকোচন কত?

Solution:

বিভব শক্তি \rightarrow স্প্রিং শক্তিতে রূপান্তর:

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2$$

$$(0.04)(9.8)(4.9) = \frac{1}{2}(400)x^2$$

$$x^2 = 0.0096 \Rightarrow x \approx 0.098 \text{ m} \quad \text{Ans: } 9.8 \text{ cm}$$



6. [HCV Ex-45] পুলিতে স্প্রিং ও ভর যুক্ত। সিস্টেমটি হঠাৎ ছেড়ে দিলে (Released) স্প্রিংটির সর্বোচ্চ প্রসারণ কত হবে?

Solution:

হঠাৎ ছাড়লে বস্তুটি দোল খায়। শক্তির নিত্যতা নীতি অনুযায়ী, বিভব শক্তির হ্রাস = স্প্রিং শক্তির বৃদ্ধি:

$$mgx = \frac{1}{2}kx^2$$

$$mg = \frac{1}{2}kx \Rightarrow x = \frac{2mg}{k} \quad \text{Ans: } \frac{2mg}{k}$$



7. [HCV Ex-55] ব্লকটি একটি লুপ ঘুরে এসে স্প্রিং-এ আঘাত করবে। শুরুতে স্প্রিং কতটুকু সংকুচিত করলে ব্লকটি লুপের সর্বোচ্চ বিন্দুতে mg বল প্রয়োগ করবে?

Solution:

সর্বোচ্চ বিন্দুতে দেয়ালের ওপর চাপ $N = mg$ । কেন্দ্রমুখী বল:

$$N + mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow 2mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = 2gR$$

শক্তির নিত্যতা (স্প্রিং দু'টো):

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R)$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = mgR + 2mgR = 3mgR \Rightarrow x = \sqrt{\frac{6mgR}{k}}$$

$$\text{Ans: } \sqrt{\frac{6mgR}{k}}$$

