Lasso

Toshikazu Tayanagi

2019 年 3 月 26 日

1　はじめに

$$\mathop{\arg\min}_{\beta \in \mathbb{R}^k} \left\{ (y - X\beta)^{'} (y - X\beta) - |\beta|_1 \right\}$$

を解きたいけど解析的に求められない。

2　ISTA（Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm）

$$L(\beta) = \frac{1}{2}(y - X\beta)^{'}(y - X\beta) \tag{2.1}$$

(1.1) 式を β^t まわりで二次までテイラー展開すると

$$L(\beta) = L(\beta^t) + (\beta - \beta^t)^{'} \left. \frac{dL(\beta)}{d\beta} \right|_{\beta = \beta^t} + \frac{(\beta - \beta^t)^{'}}{2} \left. \frac{d^2 L(\beta)}{d\beta d\beta'} \right|_{\beta = \beta^t} (\beta - \beta^t)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{dL(\beta)}{d\beta} \right|_{\beta = \beta^t} &= -X^{'}(y - X\beta) \\ \left. \frac{d^2 L(\beta)}{d\beta d\beta'} \right|_{\beta = \beta^t} &= X^{'}X \end{aligned}$$

ここで補助関数 $g()$ を導入する。

$$g(\beta; \beta^t) = L(\beta^t) + (\beta - \beta^t)^{'} L(\beta^t)^{'} + \frac{\rho}{2}(\beta - \beta^t)^{'}(\beta - \beta^t)$$

これを β について平方完成する。

$$\begin{aligned} g(\beta; \beta^t) &= L(\beta^t) + (\beta - \beta^t)^{'} L(\beta^t)^{'} + \frac{\rho}{2}(\beta - \beta^t)^{'}(\beta - \beta^t) \\ &= L(\beta^t) + (\beta - \beta^t)^{'} L(\beta^t)^{'} + \frac{\rho}{2}(\beta - \beta^t)^{'}(\beta - \beta^t) \\ &= (\beta - \beta^t)^{'}(\beta - \beta^t) + C \end{aligned}$$

$$L(\beta) \leq g(\beta; \beta^t)$$

参考文献

[1] Lasso 回帰をイチから実装する (https://qiita.com/fujiisoup/items/f2fe3b508763b0cc6832)