

## Общее описание

TAYLOR - программная система, открывающая точные и простые средства для широкого использования в вычислительной практике методов, связанных с представлением функций рядами Тейлора, методов асимптотических разложений, а также прямых методов высших производных.

TAYLOR разработан в Центральном экономико-математическом институте РАН. В основе системы лежит компьютерная «Алгебра дифференцирования» (АД) - совокупность специальных рекуррентных алгоритмов, автором которых является д.ф.-м.н., проф. В.З. Беленький. Алгоритмы предназначены для вычисления по формулам дифференциального исчисления точного значения производных (произвольных порядков) от функций, заданных формулами любой сложности, начиная от суперпозиции элементарных функций и заканчивая функциями, заданными неявно.

Разработка алгоритмов «Алгебры дифференцирования» началась в 80-90-х годах, когда в среде DOS была разработана первая версия системы TAYLOR. В 2009 году система была модернизирована для работы в Windows, создан интерфейс, позволяющий решать задачи в интерактивном режиме (TAYLOR-3).

Четвертая (итоговая) версия системы, TAYLOR-4, представляет собой динамическую библиотеку (`taylor.dll`), подключение которой дает возможность исследователю использовать в своей программной среде (Pascal, Delphi, Embarcadero) алгоритмы TAYLOR.

Автор алгоритмов: В.З. Беленький

Pascal-программа: О.А. Васильева

Интерактивная версия (в среде Windows): М.А. Милкова при консультациях В.Л. Ушковой

Dll-библиотека: М.А. Милкова

## Обзор доступных процедур и функций

Каталог процедур можно разбить на процедуры двух уровней: Базовый уровень и Прикладной уровень.

Процедуры Базового уровня получают коэффициенты ряда Тейлора различных функций.

В Прикладной уровень включены процедуры, предназначенные для решения некоторых задач вычислительной математики.

### Базовый уровень

В Базовый уровень включены процедуры, результатом которых являются коэффициенты  $\{c_k\}$  отрезка ряда Тейлора разложения данной функции  $y$ :

$$y(x) = \sum_{k=0}^n c_k (x - x_0)^k ,$$

$$c_k := \frac{1}{k!} \cdot y^{(k)}(x_0) ;$$

Исходной информацией для процедур является:

- Идентификаторы переменных, с помощью которых записана формула функции
- Формула соответствующей функции. Функция  $y$  может быть задана различными способами; каждая из базовых процедур отвечает тому или иному способу (о способах задания функции  $y$  см. ниже).
- Начальные значения переменных, определяющих точку разложения ряда Тейлора
- Порядок разложения  $n$  ( $n \leq 10$ ).

### Процедуры базового уровня (способы задания функции $y$ )

Примечание: Здесь и далее мы используем идентификаторы  $x, y, t$ , однако, как было замечено выше, пользователь может выбирать любые идентификаторы для функций и их аргументов.

1.1 Явная функция. Задается явная формула функции  $y = f(x)$

1.2 Параметрическая функция. Функция  $y(x)$  определяется соотношениям  $x = f_1(t)$ ,  $y = f_2(t)$ .

1.3 неявная функция. Функция  $y(x)$  определяется тождеством  $F(x, y) = F(x_0, y_0)$ .

1.4 Обратная функция. Разложение строится для функции  $y(x)$ , обратной к заданной функции  $x = g(y)$ .

1.5 Функция, заданная обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) первого порядка. Функция  $y(x)$  определяется как интегральная кривая обыкновенного дифференциального уравнения:

$$y' = G(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

1.6 Функция, заданная ОДУ высокого порядка  $m$  ( $m \leq 5$ ). Функция  $y(x)$  определяется дифференциальным уравнением высокого порядка

$$\begin{cases} y^{(m)} = G(x, y, y', \dots, y^{(m-1)}) \\ y(x_0) = y_{01} \\ y'(x_0) = y_{02} \\ \dots \\ y^{(m-1)}(x_0) = y_{0m} \end{cases} \quad m \leq 5$$

1.7 Вектор-функция размерности  $m$  ( $m \leq 5$ ), заданная системой дифференциальных уравнений. Функция  $y(x)$  определяется дифференциальным уравнением высокого порядка

$$\begin{cases} y^{(m)} = G(x, y, y', \dots, y^{(m-1)}) \\ y(x_0) = y_{01} \\ y'(x_0) = y_{02} \\ \dots \\ y^{(m-1)}(x_0) = y_{0m} \end{cases} \quad m \leq 5$$

- 1.8 Функция, заданная сингулярным ОДУ порядка  $m$  ( $m \leq 5$ ). Функция  $y(x)$  определяется дифференциальным уравнением с нулевым коэффициентом при старшей производной

$$\begin{cases} x \cdot y^{(m)}(x) = G[x, y, y', \dots, y^{(m-1)}] \\ x_0 = 0 \\ y(x_0) = y_{01} \\ y'(x_0) = y_{02} \\ \dots \\ y^{(m-1)}(x_0) = y_{0m} \end{cases} \quad m \leq 4$$

## Прикладной уровень

В Прикладной уровень включены процедуры, предназначенные для решения некоторых типовых и специальных задач. Прикладные процедуры можно разбить на 3 подуровня: Типовые задачи, Интегрирование, Вычисление таблиц.

### Типовые задачи:

- 2.1 Вычисление корня функции в окрестности начальной точки, заданной способами 1.1-1.3 Базового уровня. Процедура находит корень уравнения в окрестности заданного начального значения.
- 2.2 Вычисление точки экстремума функции в окрестности начальной точки, заданной способами 1.1-1.3 Базового уровня
- 2.3 Решение системы двух уравнений в окрестности начального приближения  $(x_0, y_0)$

$$\begin{cases} F_1(x, y) = 0 \\ F_2(x, y) = 0 \end{cases}$$

- 2.4 Вычисление определенного интеграла для заданной функции  $f(x)$  и пределов интегрирования  $a, b$ :

$$Int = \int_a^b f(x) dx$$

- 2.5 Вычисление несобственного интеграла от быстроосциллирующей функции, заданной явно

$$Int = w \cdot \int_{x_0}^{\infty} f(x) \sin(wx) dx,$$

$f(x)$  – достаточно гладкая функция, экспоненциально убывающая на бесконечности,  $w \gg 1$  - частота осцилляций (колебаний);

### Интегрирование:

- 2.6 Интегрирование – решение задачи Коши (нахождение значения функции на правом конце) для дифференциальных уравнений, заданных способами 1.5-1.8

### Вычисление таблиц:

- 2.7 Вычисление таблиц – вычисление таблиц значений функции  $y(x)$  (задаваемой одним из способов 1.1-1.7) на некотором отрезке аргумента  $x$  (равномерная сетка с конечным числом точек), содержащем начальную точку  $x_0$ . В частности, получение такого рода

таблиц позволяет строить графики функции на заданном отрезке, в том числе графики неявных функций.

## Различные варианты задания процедур

Для некоторых процедур (процедуры 1.1-1.7, 2.1) допустимо использовать различные варианты задания функций:

*Простой вариант* - формулы функций содержат только основные переменные.

*Вариант с параметрами* - в записи формул могут присутствовать несколько (не более пяти) числовых параметров.

*Блочный вариант* – допускает в записи формул идентификаторы промежуточных функций (не более пяти, формулы промежуточных функций также задаются пользователем).

*Блочно-параметрический вариант* – объединяет вариант с параметрами и вариант с блоками (в том числе, в формулах промежуточных функций допускается использование параметров).

## Синтаксис обращений к процедурам

### Базовые процедуры

Далее представлены способы обращения к процедурам базового уровня:

#### 1.1 Явная функция

Общие обозначения:  $xS$  - идентификатор переменной;  $x0$  – начальное значение переменной  $xS$ ;  $f$  – формула функции;  $n$ - порядок разложения;  $result$  – выходной массив коэффициентов.

*Простой вариант:*

Explicit ( $xS$ : char;  $x0$ : real;  $f$ : string3;  $n$ : byte; var  $result$ : array of real);

*Вариант с параметрами:*

ExplicitP ( $xS$ : char;  $x0$ : real;  $f$ : string3;  $n$ : byte;  $PS$ : string1;  $Zn$ : array of real1; var  $result$ : array of real);

где  $f = f(xS, PS)$ ;  $PS$  – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров;  $Zn$  – массив значений параметров.

*Вариант с блоками:*

ExplicitB( $xS$ : char;  $x0$ : real;  $BS$ : string1;  $f$ : string3;  $gS$ : array of string7;  $n$ : byte; var  $result$ : array of real);

где  $f = f(xS, BS)$ ;  $BS$  – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций (блоков);  $gS$  – массив для задания формул блоковых функций.

*Вариант с блоками и параметрами:*

ExplicitPB( $xS$ : char;  $x$ : real;  $BS$ : string1;  $f$ : string3;  $gS$ : array of string7;  $n$ : byte;  $PS$ : string1;  $Zn$ : array of real1; var  $result$ : array of real);

где  $f = f(xS, BS, PS)$

#### 1.2 Обратная функция

Общие обозначения:  $yS$  - идентификатор переменной;  $y0$  – начальное значение переменной  $yS$ ;  $g$  – формула функции;  $n$ - порядок разложения;  $result$  – выходной массив коэффициентов.

Invers ( $yS$ : char;  $y0$ : real;  $g$ : string3;  $n$ : byte; var  $result$ : arrofreal);

InversP ( $yS$ : char;  $y0$ : real;  $g$ : string3;  $n$ : byte;  $PS$ : string1;  $Zn$ : arrofreal1; var  $result$ : arrofreal);

где  $g = g(yS, PS)$ ;  $PS$  – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров;  $Zn$  – массив значений параметров.

InversB ( $yS$ : char;  $y0$ : real;  $BS$ : string1;  $g$ : string3;  $gS$ : arrs7;  $n$ : byte; var  $w$ : arrofreal);

где  $g = g(yS, BS)$ ;  $BS$  – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций (блоков);  $gS$  – массив для задания формул блоковых функций.

InversPB ( $yS$ : char;  $y0$ : real;  $BS$ : string1;  $g$ : string3;  $gS$ : arrs7;  $n$ : byte;  $PS$ : string1;  $Zn$ : arrofreal1; var  $result$ : arrofreal);

где  $g = g(yS, BS, PS)$

### 1.3 Параметрическая функция

Общие обозначения:  $tS$  - идентификатор параметрической переменной;  $t0$  – начальное значение переменной  $tS$ ;  $f$  – массив для задания формул параметрических функции;  $n$ - порядок разложения;  $result$  – выходной массив коэффициентов.

Paramet ( $tS$ : char;  $t0$ : real;  $f$ : arrofstring;  $n$ : byte; var  $result$ : array of real);

где  $f: f_1(tS), f_2(tS)$ ;

ParametP ( $tS$ : char;  $t0$ : real;  $f$ : arrs7;  $n$ : byte;  $PS$ : string1;  $Zn$ : arrofreal1; var  $result$ : arrofreal)

где  $f: f_1(tS, PS), f_2(tS, PS)$ ;  $PS$  – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров;  $Zn$  – массив значений параметров.

ParametB ( $tS$ : char;  $t0$ : real;  $BS$ : string1;  $f$ : arrs7;  $gS$ : arrs7;  $n$ : byte; var  $result$ : arrofreal);

где  $f: f_1(tS, BS), f_2(tS, BS)$ ;  $BS$  – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций;  $gS$  – массив для задания формул блоковых функций.

ParametPB ( $tS$ : char;  $t0$ : real;  $f$ : arrofstring;  $BS$ : string1;  $gS$ : arrofstring;  $n$ : byte;  $PS$ : string1;  $Zn$ : arrofreal1; var  $result$ : arrofreal);

где  $f: f_1(tS, BS, PS), f_2(tS, BS, PS)$

### 1.4 Неявная функция

Общие обозначения:  $xS, yS$  – идентификаторы переменных;  $x0, y0$  – начальные значения переменных;  $f$  – формула функции, задаваемая уравнением  $F(xS, yS) = F(x_0, y_0)$ ;  $n$ - порядок разложения;  $result$  – выходной массив коэффициентов.

Implicit ( $xS, yS$ : char;  $x0, y0$ : real;  $f$ : string3;  $n$ : byte; var  $result$ : array of real);

ImplicitP ( $xS, yS$ : char;  $x, y$ : real;  $f$ : string3;  $n$ : byte;  $PS$ : string1;  $Zn$ : arrofreal1; var  $w$ : arrofreal);

где  $f = f(xS, yS, PS)$ ;  $PS$  – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров;  $Zn$  – массив значений параметров.

ImplicitB (xS,yS: char; x0,y0: real; BS: string1; f: string3; gS: arrs7; n: byte; var result: arrofreal);

где  $f = f(xS, yS, BS)$ ; BS – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций (блоков); gS – массив для задания формул блоковых функций.

ImplicitPB(xS,yS: char; x,y: real; BS: string1; f: string3; gS: arrs7; n: byte; PS: string1; Zn: arrofreal1; var w: arrofreal);

где  $f = f(xS, yS, BS, PS)$

### 1.5 Функция, заданная ОДУ первого порядка

Общие обозначения: xS, yS – идентификаторы переменных; x0, y0 – начальные значения переменных; f – формула функции  $G(xS, yS)$  (правая часть ОДУ); n- порядок разложения; result – выходной массив коэффициентов.

Diff1 (xS,yS: char; x0,y0: real; f: string3; n: byte; var result: arrofreal);

Diff1P(xS,yS: char; x,y: real; f: string3; n: byte; PS: string1; Zn: arrofreal1; var result: arrofreal);

где  $f = G(xS, yS, PS)$ ; PS – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров; Zn – массив значений параметров.

Diff1B(xS,yS: char; x,y: real; BS: string1; f: string3; gS: arrs7; n: byte; var result: arrofreal);

где  $f = f(xS, yS, BS)$ ; BS – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций (блоков); gS – массив для задания формул блоковых функций.

Diff1PB(xS,yS: char; x,y: real; BS: string1; f: string3; gS: arrs7; n: byte; PS: string1; Zn: arrofreal1; var result: arrofreal);

где  $f = f(xS, yS, BS, PS)$

### 1.6 Функция, заданная ОДУ высокого порядка ( $m \leq 5$ )

Общие обозначения: xS – идентификатор основной переменной; x0 – начальное значение; LS – список идентификаторов для искомой функции и ее производных до порядка (m-1) (длина списка определяет значение m); Yn – массив значений функции и ее производных в начальной точке; f – формула функции  $F(xS, LS)$ ; n- порядок разложения; result – выходной массив коэффициентов.

Diffh (xS: char; x0: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; f: string3; n: byte; var result: arrofreal);

DiffhP(xS: char; x: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; f: string3; n: byte; PS: string1; Zn: arrofreal1; var w: arrofreal);

где  $f = F(xS, LS, PS)$ ; PS – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров; Zn – массив значений параметров.

DiffhB(xS: char; x: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; f: string3; n: byte; BS: string1; vS: arrs7; var w: arrofreal);

```
DiffhPB(xS: char; x: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; f: string3; n: byte; BS: string1; vS: arrs7; PS: string1; Zn: arrofreal1; var w: arrofreal);
```

### 1.7 Вектор-функция, заданная системой дифференциальных уравнений порядка $m \leq 5$

```
Diffs (xS: char; x0: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; g: arrs7; n: byte; var result_m: arrofreal2)
```

xS – идентификатор основной переменной; x0 – начальное значение; LS – список идентификаторов, используемых для записи функций в системе (длина списка определяет значение m); Yn – массив значений функций в начальной точке; g – массив формул функций в системе; n- порядок разложения; result\_m – m-мерный выходной массив коэффициентов.

```
DiffsP(xS: char; x: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; g: arrs7; n: byte; PS: string1; Zn: arrofreal1; var sf: arrofreal2);
```

Где g- массив формул функций  $g_i$  в системе,  $g_i = G(xS, LS, PS)$ ; PS – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров; Zn – массив значений параметров.

```
DiffsB(xS: char; x: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; g: arrs7; n: byte; BS: string1; vS: arrs7; var sf: arrofreal2);
```

Где g- массив формул функций  $g_i$  в системе,  $g_i = G(xS, LS, BS)$ ; BS – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций (блоков); gS – массив для задания формул блоковых функций.

```
DiffsPB(xS: char; x: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; g: arrs7; n: byte; BS: string1; vS: arrs7; PS: string1; Zn: arrofreal1; var sf: arrofreal2);
```

Где g- массив формул функций  $g_i$  в системе,  $g_i = G(xS, BS, PS)$

### 1.8 Функция, заданная сингулярным ОДУ порядка $m \leq 5$

```
SingODE (xS: char; LS: string1; Yn: arrofreal1; f: string3; n: byte; var result: arrofreal);
```

xS – идентификатор основной переменной; x0 не задается, оно по умолчанию равно 0; LS – список идентификаторов для искомой функции и ее производных до порядка (m-1) (длина списка определяет значение m); Yn – массив значений функции и ее производных в начальной точке; f – формула функции  $F(xS, LS)$ ; n- порядок разложения; result – выходной массив коэффициентов.

---

## Синтаксис обращений к процедурам Прикладного уровня

Далее представлены способы обращения к процедурам Прикладного уровня:

### 2.1 Вычисление корня функции

#### Явная функция:

Общие обозначения xS - идентификатор переменной; x0 – начальная точка, в окрестности которой находится корень уравнения; f – формула функции; n- порядок разложения; eps – точность вычисления (погрешность по значению функции) x1 – найденный корень уравнения.

```
Root (xS: char; x0: real; f: string3; n: byte; eps: real; var x1: real);
```

Процедура находит корень уравнения  $f(x) = 0$ .

RootP(xS: char; x: real; f: string3; n: byte; eps: real; PS: string1; Zn: array of real; var x1: real);

Процедура находит корень уравнения  $f(xS, PS) = 0$ ; где PS – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров; Zn – массив значений параметров.

RootB(xS: char; x: real; BS: string1; f: string3; gS: array of string7; n: byte; eps: real; var x1: real);

Процедура находит корень уравнения  $f(xS, BS) = 0$ ; где BS – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций (блоков); gS – массив для задания формул блоковых функций.

RootPB (xS: char; x: real; BS: string1; f: string3; gS: array of string7; n: byte; eps: real; PS: string1; Zn: array of real; var x1: real);

Процедура находит корень уравнения  $f(xS, BS, PS) = 0$

#### **Параметрическая функция:**

Обозначения: tS - идентификатор параметрической переменной; t0 – ее начальное значение; f – массив из формул параметрических функции  $f_1(tS), f_2(tS)$ ; n- порядок разложения; eps – точность вычисления (погрешность по значению функции); результаты: значение параметра  $t$  и координаты  $x$ .

Rootparamet (tS: char; t0: real; f: array of string7; n: byte; eps: real; var t1, x1: real);

#### **Неявная функция, заданная условием $F(x, y) = F(x_0, y_0)$ :**

Обозначения: xS, yS – идентификаторы переменных; x0, y0 – их начальные значения; f – формула функции  $F(x_s, y_s)$ ; n- порядок разложения; eps – точность вычисления (погрешность значению  $|F(x_1, 0) - F(x_0, 0)|$ ); x – начальная точка, в окрестности которой находится корень; x1 – значение корня.

Rootimpl (xS, yS: char; x0, y0: real; f: string3; n: byte; eps: real; x: real; var x1: real);

## **2.2 Вычисление экстремума**

#### **Явная функция:**

Обозначения: xS - идентификатор переменной; x0 – ее начальное значение; f – формула функции  $f(xS)$ ; n- порядок разложения; eps – точность вычисления (погрешность по значению производной данной функции в точке экстремума); x1, y1 – координаты точки экстремума.

Et (xS: char; x0: real; f: string3; n: byte; eps: real; var x1: real; var y1: real);

#### **Параметрическая функция:**

Обозначения: tS - идентификатор параметрической переменной; t0 – ее начальное значение; f – формулы параметрических функции  $f_1(tS), f_2(tS)$ ; n- порядок разложения; eps – точность (погрешность по значению производной функции  $f'_2$  в точке t1); результаты: значение параметра  $t$  и координаты точки экстремума  $x1, y1$ .



Точка экстремума  $t_1$  находится из условия  $\frac{\partial f_2}{\partial t} = 0$  с точностью eps. Если при этом  $\left| \frac{\partial f_1}{\partial t} \right| < 10^{-6}$ , то выдается сообщение о неопределенности результата.

Etparamet (tS: char; t0: real; f: arrs7; n: byte; eps: real; var t1,x1,y1: real);

### Неявная функция, заданная условием $F(x, y) = F(x_0, y_0)$

Обозначения: xS, yS – идентификаторы переменных; x0,y0 – начальные значения координат точки экстремума; f – формула функции  $F(x_s, y_s)$ ; n- порядок разложения; eps – точность вычисления (по значению частной производной  $\partial F / \partial x$  в точке экстремума); x1, y1 – координаты точки экстремума.

Координаты  $(x_1, y_1)$  точки экстремума находятся как решение системы двух уравнений

$$\begin{cases} F(x, y) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0 \end{cases}$$

С начальным приближением  $x_0, y_0$  и с точностью eps по значению координаты  $x_1$ . Если в точке экстремума  $\left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| < 10^{-6}$ , то выдается сообщение о неопределенности результата.

Etimpl (xS,yS: char; x0,y0: real; f: string3; n: byte; eps: real; var x1,y1: real);

## 2.3 Решение системы двух уравнений

Обозначения: xS, yS – идентификаторы переменных; x0,y0 – начальные приближения искомых корней; f – формулы левых частей  $F(xS, yS)$ ; n- порядок разложения; eps – точность (и по значению функций f, и одновременно по значению корней); x1, y1 – значения корней.

Rootsys(xS,yS: char; x,y: real; f: arrs7; n: byte; eps: real; var x1,y1: real);

## 2.4 Вычисление определенного интеграла от явной функции

Обозначения: xS – идентификатор переменной; a,b – пределы интегрирования; f – формула функции интегранта; n- порядок разложения.

Integral(xS: char; a,b: real; f: string3; n: byte): real;

IntegralP(xS: char; a,b: real; f: string3; n: byte; PS: string1; Zn: arrofreal1;): real;

Где  $f = f(xS, PS)$ , PS – строка, содержащая идентификаторы используемых параметров; Zn – массив значений параметров.

IntegralB(xS: char; a,b: real; BS: string1; f: string3; gS: arrs7; n: byte;): real;

Где  $f = f(xS, BS)$ , BS – строка, содержащая идентификаторы используемых блочных функций (блоков); gS – массив для задания формул блоковых функций.

IntegralPB(xS: char; a,b: real; BS: string1; f: string3; gS: arrs7; n: byte; PS: string1; Zn: arrofreal1;): real;

Где  $f = f(xS, BS, PS)$ ,

## 2.5 Вычисление несобственного интеграла от быстроосциллирующей функции

Обозначения:  $xS$  – идентификатор переменной;  $fo$  – частота осцилляций ( $fo \gg 1$ );  $f$  – формула функции интегранта;  $n$  – порядок разложения.

Oscint( $xS$ : char;  $x0$ ,  $fo$ : real;  $fS$ : string3;  $n$ : byte): real;

## 2.6 Решение задачи Коши:

### Решение задачи Коши для ОДУ первого порядка

Обозначения:  $xS$ ,  $yS$  – идентификаторы переменных;  $a, b$  – пределы интегрирования;  $y0$  – начальное значение  $y_0 = y(a)$ ;  $f$  – формула правой части ОДУ;  $n$  – порядок разложения. Результат – значение  $y(b)$ .

IntODE ( $xS, yS$ : char;  $a, b$ : real;  $y0$ : real;  $f$ : string3;  $n$ : byte): real;

### Решение задачи Коши для ОДУ высокого порядка $m \leq 5$

Обозначения:  $xS$  – идентификатор основной переменной;  $a, b$  – пределы интегрирования;  $LS$  – список идентификаторов для искомой функции и ее производных до порядка  $(m-1)$  (длина списка определяет порядок уравнения);  $Yn$  – их начальные значения;  $f$  – формула правой части ОДУ;  $n$  – порядок разложения;  $Z$  – имя выходного массива (значения на правом конце функции и ее производных).

IntHODE ( $xS$ : char;  $a, b$ : real;  $LS$ : string1;  $Yn$ : arrayofreal1;  $f$ : string3;  $n$ : byte; var  $Z$ : arrayofreal1);

### Решение задачи Коши для сингулярного ОДУ порядка $m \leq 5$

Обозначения:  $xS$  – идентификатор основной переменной;  $b$  – правый предел интегрирования  $b > 0$  (по умолчанию начальная точка  $a = 0$ );  $LS$  – список идентификаторов для искомой функции и ее производных до порядка  $(m-1)$  (длина списка определяет порядок уравнения);  $Yn$  – их начальные значения;  $f$  – формула правой части ОДУ;  $n$  – порядок разложения;  $Z$  – имя выходного массива (значения на правом конце функции и ее производных).

Должно выполняться ограничение  $n + m \leq 10$ .

IntSing ( $xS$ : char;  $b$ : real;  $LS$ : string1;  $Yn$ : arrayofreal1;  $fS$ : string3;  $n$ : byte; var  $Z$ : arrayofreal1);

### Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений

Обозначения:  $xS$  – идентификатор основной переменной;  $a, b$  – пределы интегрирования;  $LS$  – список идентификаторов искомых функций;  $Yn$  – их начальные значения;  $f$  – формулы правых частей ОДУ;  $n$  – порядок разложения;  $Z$  – имя выходного массива (значения  $LS(b)$ ).

Intsys( $xS$ : char;  $a, b$ : real;  $LS$ : string1;  $Yn$ : arrayofreal1;  $f$ : array7;  $n$ : byte; var  $Zn$ : arrayofreal1);

Рассмотрим процедуры получения значений функций (вычисление таблиц) на равномерной сетке (для различных видов функций).

## 2.7. Вычисление таблиц:

### Таблица для явной функции

Обозначения:  $xS$  – идентификатор переменных;  $f$  – формула функции;  $a, b$  – концы отрезка значений аргумента, на котором строится таблица;  $m$  – число интервалов;  $points1, points2$  – значения аргумента и функции соответственно.

Заданный отрезок  $[a, b]$  разбивается на  $Nt$  равных частей, и в узлах полученной равномерной сетки вычисляются табличные значения  $x, y = f(x)$ .

ExplTab ( $xS$ : char;  $f$ :string3;  $a$ : real;  $b$ :real;  $m$ : byte; var  $points1$ :arrofrealG; var  $points2$ : arrofrealG);

### Таблица для параметрической функции

Обозначения:  $tS$  – идентификатор параметрической переменной;  $f$  - формулы функций  $x = f_1(tS), y = f_2(tS)$ ;  $a, b$  - концы отрезка значений параметра  $tS$ , на котором строится таблица;  $m$  – число интервалов;  $pointsT, points1, points2$  – значения параметра, аргумента  $x$  и функции  $y$  соответственно.

ParametTab ( $tS$ : char;  $f$ : arrs7;  $a, b$ : real;  $m$ : byte; var  $pointsT$ :arrofrealG; var  $points1$ :arrofrealG; var  $points2$ : arrofrealG);

### Таблица для неявной функции заданной уравнением $F(x, y) = F(x_0, y_0)$

Обозначения:  $xS, yS$  – идентификаторы переменных;  $x_0, y_0$  – их начальные значения;  $f$  – формула функции  $F(xS, yS)$ ;  $m1, m2$  – число точек равномерной сетки аргумента  $xS$  слева от начального значения ( $m1$ ) и справа от начального значения ( $m2$ );  $h$  – шаг сетки;  $eps$  – точность;  $n$  – порядок разложения;  $points1, points2$  – полученные табличные значения.

Таблица строится в узлах равномерной сетки отрезка  $[x_0 - m_1h, x_0 + m_2h]$  с общим числом точек ( $m := m_1 + m_2 + 1$ ), нумеруемых индексом  $i=0, 1, \dots, m$ . В каждом узле  $x_i$  значение  $y_i$  находится процедурой нахождения корня уравнения с параметром как корень (относительно  $y$ ) уравнения  $f_i(y) := F(x_i, y) - F(x_0, y_0) = 0$  с параметром  $x_i$ , с точностью  $eps$  по значению функции  $f_i$ .

ImplTab ( $xS, yS$ : char;  $x_0, y_0$ : real;  $f$ : string3;  $m1, m2$ : byte;  $h, eps$ : real;  $n$ : byte; var  $points1$ :arrofrealG; var  $points2$ : arrofrealG);

### Таблица для обратной функции

Обозначения:  $xS, yS$  – идентификаторы переменных;  $y_0$  – начальное значение  $y$ ;  $g$  – формула функции  $x = g(y)$ ;  $m1, m2$  – число точек равномерной сетки аргумента  $xS$  слева от начального значения  $x_0 := g(y_0)$  ( $m1$ ) и справа от начального значения ( $m2$ );  $h$  – шаг сетки;  $eps$  – точность;  $n$  – порядок разложения;  $points1, points2$  – полученные табличные значения.

Таблица строится в узлах равномерной сетки отрезка  $[x_0 - m_1 h, x_0 + m_2 h]$ . В каждом узле  $x_i$  значение  $y_i$  находится процедурой нахождения корня уравнения с параметром как корень уравнения  $g(y)=x_i$  с параметром  $x_i$ , с точностью eps по значению  $y$ .

Invtab(xS,yS: char; y0: real; g: string3; m1,m2: byte; h, eps: real; n: byte; var points1:arrofrealG; var points2: arrofrealG);

#### **Таблица для интегральной кривой для ОДУ первого порядка**

Обозначения: xS, yS – идентификаторы переменных; x0, y0 – их начальные значения; b – правый конец табличного отрезка (предполагается, что левый конец  $a = x_0$ ) f – формула правой части ОДУ; m – число интервалов разбиения отрезка [a, b]; n – порядок разложения; points1, points2 – полученные табличные значения.

ODETab(xS,yS: char; x0,y0,b: real; f: string3; m,n: byte; var points1:arrofrealG; var points2: arrofrealG);

#### **Таблица для интегральной кривой для ОДУ высокого порядка ( $m \leq 5$ )**

Обозначения: xS – идентификатор основной переменной; a – ее начальное значение; b – правый конец табличного отрезка; LS – список идентификаторов для искомой функции и ее производных до порядка (m-1) (длина списка определяет порядок уравнения); Yn – их начальные значения; f – формула правой части ОДУ; m – число интервалов разбиения отрезка [a, b]; n- порядок разложения; points1, points2 – полученные табличные значения.

HODETab(xS: char; a,b: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; f: string3; m, n: byte; var points1:arrofrealG; var points2: arrofrealG);

#### **Таблица для интегральной кривой для сингулярного ОДУ (порядка $m \leq 5$ )**

Обозначения: xS – идентификатор основной переменной; b – правый предел интегрирования  $b>0$  (по умолчанию начальная точка  $x_0 = 0$ ); LS – список идентификаторов для искомой функции и ее производных до порядка (m-1) (длина списка определяет порядок уравнения); Yn – их начальные значения; f – формула правой части ОДУ; m – число интервалов разбиения отрезка [a, b]; n- порядок разложения; points1, points2 – полученные табличные значения.

SingTab (xS: char; b: real; LS: string1; Yn: arrofreal1; f: string3; m, n: byte; var points1:arrofrealG; var points2: arrofrealG);