Teoría de Conjuntos

Clasificación de los Números Complejos

$$Complejos: C \begin{cases} Reales: R \begin{cases} Racionales: Q \begin{cases} Enteros: Z \begin{cases} Naturales: N \\ 0 \\ Enteros\ Negativos: Z^- \end{cases} \\ Fraccionarios: Z' \end{cases} \\ Irracionales: Q' \end{cases} \\ Imaginarios: I \end{cases}$$

Relaciones entre conjuntos

- **Inclusión de conjuntos.** $(\subset: Subconjunto, \supset: Superconjunto)$

  $A \subset B \Leftrightarrow \forall x: x \in A \Rightarrow x \in B$

  Propiedades:

  Reflexividad: $\forall x: x \in A \Rightarrow x \in A; Verdad, \therefore A \subset A$
  Transitividad: Si $A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$
  Antisimétrica: Si $A \subset B \wedge B \subset A \Rightarrow A = B$

- **Igualdad de conjuntos.**

  $A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$

- **Conjuntos de partes.**

  Sea el conjunto *A*, con *n* elementos

  X: Subconjuntos de *A*

  $P(A)$: Conjunto de partes, con 2^n elementos

  $P(A) = \{X / X \subset A\}$

  $X \in P(A) \Leftrightarrow X \subset A$

Operaciones entre conjuntos

- **Unión de conjuntos.**

Caso general:

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n$$

Caso específico:

$$A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$$

- **Intersección de conjuntos.**

Caso general:

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n$$

Caso específico:

$$A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$$

- **Complemento de un conjunto.**

$$A^C = \{x / x \in U \wedge x \notin A\}$$

- **Diferencia de conjuntos.**

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin (A \cap B)\}$$

- **Diferencia simétrica de conjuntos.**

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$
$$A \Delta B = \{x / x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin (A \cap B)\}$$

Leyes de operaciones de conjuntos

- **Leyes de idempotencia.**

$$A \cup A = A$$
$$A \cap A = A$$

- **Leyes de identidad.**

$$A \cup \phi = A$$
$$A \cup U = U$$
$$A \cap \phi = \phi$$
$$A \cap U = A$$

- **Leyes de complemento.**

$$\phi^C = U$$
$$U^C = \phi$$
$$A \cup A^C = U$$
$$A \cap A^C = \phi$$
$$\left(A^C\right)^C = A$$

- **Leyes de diferencia.**

$$A - A = \phi$$
$$A - B = A \cap B^C$$
$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

- **Leyes conmutativas.**

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cap B = B \cap A$$

- **Leyes asociativas.**

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$
$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

- **Leyes distributivas.**

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

- **Leyes de Morgan.**

$$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$
$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$
$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$
$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$

- **Leyes de absorción.**

$$A \cap (A \cup B) = A$$
$$A \cup (A \cap B) = A$$

Relación entre la Teoría de Conjuntos y la Lógica Matemática.

- El conjunto vacío (ϕ), corresponde con una contradicción.

- El conjunto universal (U), corresponde con una tautología.

Conjuntos	$A \subset B$	$A = B$	$A \cup B$	$A \cap B$	A^C	$A - B$	$A \Delta B$
Proposiciones	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\neg p$	$p \wedge \neg q$	$p \vee q$

Cardinal de un conjunto.

Sean *A*, *B*, *C* tres conjuntos dados, entonces: El cardinal de cada conjunto respectivamente es: $n(A)$, $n(B)$, $n(C)$, por tanto tenemos las siguientes propiedades:

$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B)$$
$$n(A \Delta B) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$$
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Producto Cartesiano.

Símbolo: $A \times B$

Definición: $A \times B = \{(x, y) / x \in A \wedge y \in B\}$

O bien: $(x, y) \in A \times B \Leftrightarrow x \in A \wedge y \in B$

Si $B = A$, entonces $A^2 = A \times A = \{(x, y) / x \in A \wedge y \in A\}$

Partición de conjunto.

Sea el conjunto *A*, donde sus particiones son: $A_1 + A_2 + A_3 + \ldots$

Tales que:

- $A_i \cap A_j = \phi$ Si $i \neq j$ (Disjuntos)
- $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots = A$