IMU 应用讲解 (第二期)

唐宝芳 李文涛 肖斯凯

2020 年 12 月 2 日

主要内容

IMU 误差分类

- 加速度计和陀螺仪的误差可以分为:确定性误差和随机误差.
- 确定性误差可以事先通过标定确定, 包括:bias,scale,nonorthogonality...
- 随机误差通常假设噪声服从高斯分布, 包括: 高斯白噪声,bias 随机游走...

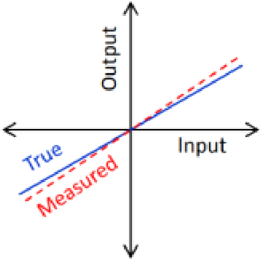
确定性误差

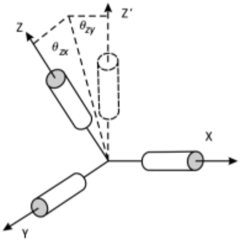
博智林机器人 Bright Dream Robotics

1. Bias　理论上, 当没有外界作用时,IMU 的输出应该为 0. 但是, 实际数据存在一个偏置 b, 加速度计 bias 对位姿估计的影响:

$$v_{err} = b^a t, \quad p_{err} = \frac{1}{2} b^a t^2 \tag{1}$$

2. Scale　scale 可以看成是理论数值和输出值之间的比值, 如下图所示.
3. Nonorthogonality/Misalignment Errors　多轴 IMU 传感器制作的时候, 由于制作工艺的问题, 会使得 xyz 轴可能不垂直, 如下图所示.





确定性误差标定

六面法标定加速度计 Bias/Scale 和 Nonorthogonality.

六面法: 将加速度计的 3 个轴分别朝上或朝下水平放置一段时间, 采集 6 个面的数据完成标定.

1. 如果各个轴是正交的, 那么很容易得到 bias 和 scale:

$$
\begin{aligned}
b &= \frac{l_f^{up} + l_f^{down}}{2} \\
S &= \frac{l_f^{up} - l_f^{down}}{2 \cdot ||g||}
\end{aligned} \tag{2}
$$

其中,l 为加速度计某个轴的测量值,g 为当地的重力加速度.

确定性误差标定

博智林机器人 Bright Dream Robotics

② 考虑轴间误差的时候, 实际加速度和测量值之间的关系为:

$$\begin{bmatrix} l_{ax} \\ l_{ay} \\ l_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{xx} & m_{xy} & m_{xz} \\ m_{yx} & s_{yy} & m_{yz} \\ m_{zx} & m_{zy} & s_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \tag{3}$$

水平静止放置 6 面的时候, 加速度的理论值为:

$$a1 = \begin{bmatrix} g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, a2 = \begin{bmatrix} -g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, a3 = \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix}, a4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix}, a5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, a6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中,l 为加速度计某个轴的测量值,g 为当地的重力加速度.

对应的测量值矩阵 L:

$$L = [I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6] \tag{5}$$

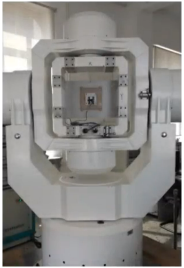
利用最小二乘就能够把 12 个变量求出来.

确定性误差标定

博智林机器人 Bright Dream Robotics

六面法标定陀螺 Bias/Scale 和 Nonorthogonality.

- 和加速度计六面法不同的是, 陀螺仪的真实值由高精度转台提供, 这里的 6 面是指各个轴顺时针和逆时针旋转.



IMU 随机误差分类

博智林机器人 Bright Dream Robotics

1. 高斯白噪声　IMU 数据连续时间上受到一个均值为 0, 方差为 σ, 各时刻之间相互独立的高斯过程 $n(t)$:

$$
\begin{aligned}
E[n(t)] &= 0 \\
E[n(t_1)n(t_2)] &= \sigma^2\delta(t1 - t2)
\end{aligned}
\tag{6}
$$

其中,$\delta()$ 表示狄拉克函数.

2. Bias 随机游走 通常用维纳过程 (wiener process) 来建模 bias 随时间连续变化的过程, 离散时间下称之为随机游走.

$$
\dot{b}(t) = n_b(t) = \sigma_b w(t) \tag{7}
$$

其中,w 是方差为 1 的白噪声.

问题: 实际上,IMU 传感器产生的原始数据是连续的, 而输出数据是离散的, 离散和连续高斯白噪声存在何种关系?

高斯白噪声的离散化

只考虑高斯白噪声的积分

$$n_d[k] \triangleq n(t_0 + \Delta t) \simeq \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(t) dt \tag{8}$$

协方差为:

$$\begin{aligned} E(n_d^2[k]) &= E(\frac{1}{\Delta t^2} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(\tau) n(t)) d\tau dt \\ &= \frac{1}{\Delta t^2} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} E(n(\tau) n(t)) d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t^2} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \delta(t - \tau) d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t} \end{aligned} \tag{9}$$

高斯白噪声的离散化

只考虑高斯白噪声的积分

$$n_d[k] \triangleq n(t_0 + \Delta t) \simeq \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(t)dt \tag{10}$$

协方差为:

$$\begin{aligned} E(n_d^2[k]) &= E(\frac{1}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(\tau)n(t))d\tau dt \\ &= \frac{1}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} E(n(\tau)n(t))d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \delta(t-\tau)d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t} \end{aligned} \tag{11}$$

高斯白噪声的离散化

博智林机器人 Bright Dream Robotics

只考虑高斯白噪声的积分

$$n_d[k] \triangleq n(t_0 + \Delta t) \simeq \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(t)dt \tag{12}$$

协方差为:

$$\begin{aligned} E(n_d^2[k]) &= E(\frac{1}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(\tau)n(t))d\tau dt \\ &= \frac{1}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} E(n(\tau)n(t))d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \delta(t-\tau)d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t} \end{aligned} \tag{13}$$

高斯白噪声的离散化

博智林机器人 Bright Dream Robotics

只考虑高斯白噪声的积分

$$n_d[k] \triangleq n(t_0 + \Delta t) \simeq \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(t)dt \tag{14}$$

协方差为:

$$\begin{aligned} E(n_d^2[k]) &= E(\frac{1}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} n(\tau)n(t))d\tau dt \\ &= \frac{1}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} E(n(\tau)n(t))d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t^2}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \delta(t-\tau)d\tau dt \\ &= \frac{\sigma^2}{\Delta t} \end{aligned} \tag{15}$$

Reference

博智林机器人
Bright Dream Robotics

[1] 如果各个轴是正交的