

Livro em processo de elaboração.

Título: Combinatorial Optimization Problems

Autora: Tatiana Balbi Fraga.

Profa. do Núcleo de Tecnologia da UFPE.

Caso tenha interesse em participar da elaboração deste livro, enviar e-mail para: [tatiana.balbi@ufpe.br](mailto:tatiana.balbi@ufpe.br).

O mesmo endereço de e-mail poderá ser utilizado para críticas e sugestões. Desde já agradeço por qualquer contribuição.

O conteúdo apresentado neste livro estará sendo modificado ao longo de sua elaboração, caso o mesmo seja consultado para elaboração de algum trabalho, favor citar como referência o título, a autora, a data da consulta e o endereço da versão consultada no github.



## Chapter 1

# Problemas de Otimização Combinatória

Há três pontos chaves na construção de um algoritmo para solução de problemas de otimização combinatória que são: representação da solução; criação de solução inicial / nova solução dentro do espaço viável; e mecanismo de conversão.

Neste livro pretendo apresentar uma revisão da literatura focada nestes três tópicos, iniciando a abordagem sobre problemas de designação, depois passando pelos problemas de balanceamento, roteamento, e escalonamento até finalmente chegar aos complexos problemas mistos.

Com vista a este propósito, o livro será dividido em seis capítulos, sendo os dois primeiros capítulos voltados à apresentação de importantes classes de problemas de otimização combinatória (problemas de otimização combinatória e modelagem matemática), os três capítulos seguintes voltados aos três pontos chaves anteriormente discutidos (representação de soluções, construção de soluções viáveis e mecanismos de busca), e o último capítulo será utilizado para a apresentação de algoritmos conhecidos aplicados aos diferentes problemas e uma comparação entre tais algoritmos.

Esse livro partiu da ideia da criação de um solver capaz de solucionar problemas de otimização combinatória de diferentes classes.

Esse solver terá como princípio a identificação da natureza do problema, possivelmente através de um algoritmo de rede neural, e posterior solução focando nos três pontos chaves anteriormente discutidos.

Assim sendo, este livro será construído em conjunto com o solver (em C++), o qual poderá ser encontrado na pasta solver deste mesmo diretório.

Este projeto estará sendo desenvolvido em conjunto com outros projetos, de forma que não será possível desenvolvê-lo muito rapidamente...

Espero que essa ideia resulte em um material muito útil, relevante e interessante.

## 1.1 Problema de dimensionamento do tempo de processamento de lotes de produção

O problema de dimensionamento do tempo de processamento de lotes de produção surge quando um conjunto de produtos distintos são processados simultaneamente em um mesmo lote de produção, sendo a quantidade produzida de cada produto diretamente proporcional ao tempo de processamento, contudo, com taxa de produção (unidades/minuto) diferente para cada produto. Neste problema consideramos que há uma quantidade máxima permitida para a produção dos produtos do lote, definida tanto individualmente como para o conjunto, já que existe uma quantidade máxima de produção para cada produto e uma quantidade máxima de produção definida para o conjunto. A quantidade máxima de produção de cada produto é definida de acordo com a demanda do produto. Contudo é ainda possível estocar os produtos e/ou enviá-los para as lojas de fábrica. Tanto no caso do estoque em fábrica quanto no caso das lojas de fábrica, existe um limite para estocagem/envio de cada produto e um limite de estocagem/envio para o conjunto de produtos do lote. O problema consiste em definir o maior tempo de processamento do lote viável considerando um período fixo de planejamento e demanda variável dentro deste período.

### 1.1.1 Modelagem e solução matemática

seja:

$PI_i$  o limite individual de produção para o produto  $i$  (unidades);

$PC$  o limite de produção comum para todos os produtos do lote (unidades);

de forma que:

$$\sum_i PC_i \leq PC$$

sendo:

$PC_i$  a parte dessa capacidade utilizada pelo produto  $i$  (unidades).

seja ainda:

### 1.1. PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DO TEMPO DE PROCESSAMENTO DE LOTES DE PRODUÇÃO

$p_i$  a taxa de produção do produto  $i$  (unidades/unidades de tempo).

Assim temos que:

$$TI_i \leq PI_i/p_i$$

sendo  $TI_i$  a parte do tempo de processamento do produto  $i$  referente à  $PI_i$ ;

e:

$$TC_i = PC_i/p_i$$

sendo  $TC_i$  a parte do tempo de processamento do produto  $i$  referente à  $PC$ ;

temos que:

$$T = TI_i + TC_i = TI_j + TC_j$$

para qualquer conjunto  $\{i, j\}$  tal que  $i$  e  $j$  sejam dois produtos distintos do mesmo lote.

sendo  $T$  o tempo de processamento do lote limitado pela capacidade do processador (CP - em unidades de tempo).

Portanto temos o problema de otimização:

$$\max \quad T$$

*s.t.*

$$T = TI_i + PC_i/p_i \quad \forall i$$

$$\sum_i PC_i \leq PC$$

$$TI_i \leq PI_i/p_i \quad \forall i$$

$$T \leq CP$$

$$TI_i, PC_i \geq 0 \quad \forall i$$

#### 1.1.2 Solução matemática (em desenvolvimento)

Para dois produtos temos:

$$TI_1 + PC_1/p_1 = TI_2 + PC_2/p_2$$

$$PC_1/p_1 - PC_2/p_2 = TI_2 - TI_1$$

$$PC_2 = PC - PC_1$$

$$PC_1/p_1 - (PC - PC_1)/p_2 = TI_2 - TI_1$$

$$PC_1/p_1 + PC_1/p_2 = TI_2 - TI_1 + PC/p_2$$

$$(p_1 + p_2)PC_1 = (TI_2 - TI_1 + PC/p_2) * p_1 * p_2$$

$$PC_1 = (TI_2 - TI_1 + PC/p_2) * p_1 p_2 / (p_1 + p_2)$$

portanto é possível calcular  $PC_1$  e  $PC_2$ , definindo valores para  $TI_1$  e  $TI_2$  de forma que  $T \leq CP$

Exemplo de aplicação:

Considere um lote com dois produtos A e B.

A taxa de produção de A é de 60g/min enquanto que a taxa de produção de B é de 40g / min.

A fábrica tem estoque livre para no máximo 3000 g de qualquer produto, sendo que a gerencia de produção permite um estoque máximo de mais 3000 g do produto A e 2000 g do produto B.

Existe uma demanda de 1000 g do produto A e 500 g do produto B.

A fábrica tem um outlet que tem espaço livre em estoque de 1000 g, contudo devido à política de estoque, só poderá receber no máximo 600 g de cada um.

Usando os valores limites de produção para cálculo, temos:

$$PC_1 = (500/40 - 1000/60 + (1000 + 3000)/40) * 40 * 60 / (40 + 60)$$

$$PC_1 = 3100 \quad PC_2 = 900$$

$$T_1 = 51,66$$

Para três produtos, temos: