



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
PERNAMBUCO**  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO  
PARA ESCALONAMENTO E BALANCEAMENTO DA  
PRODUÇÃO DE EXTRUSORAS EM UMA EMPRESA DO  
SETOR DE PLÁSTICOS DO AGRESTE PERNAMBUCANO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO

POR

Ítalo Ruan Barbosa de Aquino

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Tatiana Balbi Fraga

CARUARU, Dezembro / 2017

ÍTALO RUAN BARBOSA DE AQUINO

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA  
ESCALONAMENTO E BALANCEAMENTO DA PRODUÇÃO DE EXTRUSORAS  
EM UMA EMPRESA DO SETOR DE PLÁSTICOS DO AGRESTE  
PERNAMBUCANO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
à Coordenação do Curso de Engenharia de  
Produção do Centro Acadêmico do Agreste  
da Universidade Federal de Pernambuco,  
para obtenção da graduação em Engenharia  
de Produção.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tatiana Balbi Fraga

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária – Paula Silva CRB/4 - 1223

A657d      Aquino, Ítalo Ruan Barbosa de.  
Desenvolvimento de um modelo matemático para escalonamento e balanceamento da produção de extrusoras em uma empresa do setor de plásticos do Agreste pernambucano. / Ítalo Ruan Barbosa de Aquino. – 2017.  
43f.;il.: 30 cm.

Orientadora: Tatiana Balbi Fraga  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Engenharia de produção, 2017.  
Inclui Referências.

1. Modelos matemáticos.      2. Produtividade industrial (Pernambuco).      3. Balanceamento de linha de produção.      4. Plásticos.      I. Fraga, Tatiana Balbi (Orientadora).  
II. Título.

658.5 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2017-262)

**ÍTALO RUAN BARBOSA DE AQUINO**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO  
PARA ESCALONAMENTO E BALANCEAMENTO DA  
PRODUÇÃO DE EXTRUSORAS EM UMA EMPRESA DO  
SETOR DE PLÁSTICOS DO AGRESTE PERNAMBUCANO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Engenharia de Produção  
do Centro Acadêmico do Agreste - CAA, da  
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, como  
requisito para a disciplina **Projeto Final de Curso**.

Área de concentração: Pesquisa Operacional

A banca examinadora composta pelos professores abaixo, considera o candidato  
ÍTALO RUAN BARBOSA DE AQUINO APROVADO COM NOTA\_\_\_\_\_.

Caruaru, 13 de dezembro de 2017.

Banca examinadora:

Profª. Tatiana Balbi Fraga \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Orientadora)

Prof. Lúcio Câmara e Silva \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Avaliador)

Profª. Maísa Mendonça Silva \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Avaliadora)

Profª. Thárcylla Rebecca Negreiros Clemente \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Avaliadora)

Prof. Thalles Vitelli Garcez \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Coordenador da disciplina)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido a oportunidade de chegar até aqui. À minha mãe e ao meu pai pelo apoio manifesto de diversas formas durante todo o tempo da graduação; sem eles, seria impossível alcançar esta presente etapa.

Agradeço à minha orientadora pela dedicação, paciência e disposição, oferecendo o direcionamento necessário ao desenvolvimento deste trabalho. À Sanplastil pela oportunidade concedida para realização deste trabalho em seu âmbito.

Também presto meus agradecimentos aos colegas e amigos pelos momentos de ajuda e apoio.

Por fim, presto minha gratidão a todos aqueles que direta e indiretamente contribuíram para minha formação. A vocês, meu muito obrigado.

## RESUMO

Devido à competitividade cada dia mais acentuada, as empresas buscam constantemente meios de melhorar as suas práticas, isto é, suas operações. Contudo, a procura por este aperfeiçoamento é feita, muitas vezes, de forma empírica, fazendo com que as empresas não aproveitem plenamente as suas vantagens competitivas. Um exemplo clássico se refere ao escalonamento da produção que, apesar de representar um elemento bastante importante para melhoria da eficiência produtiva, é normalmente realizado sem auxílio de ferramentas e métodos apropriados para tal. A literatura, por outro lado, propõe distintos algoritmos para solução de problemas dessa natureza com vista a obter diversos ganhos para as empresas. À vista disso, este trabalho aborda, especificamente, o problema de escalonamento da produção em uma empresa do setor de plásticos conhecida como Sanplastil, na qual se percebe que a programação da produção é feita de forma não sistêmica. Isso faz com que o processo de produção seja menos eficiente, elevando assim os custos gerados por este. Buscando dar suporte ao desenvolvimento de uma ferramenta capaz de programar a produção de forma mais eficiente e eficaz, este trabalho propõe um modelo matemático para escalonar a produção da supracitada empresa. Tal modelo é validado pela aplicação do *software* LINGO 15.0 em dois casos testes, e os resultados demonstram que o mesmo apresenta grande potencial para melhoramento da vantagem competitiva da empresa, aumentando sua eficiência e, consequentemente, reduzindo os custos do processo produtivo.

Palavras-chave: Escalonamento da produção. Balanceamento da produção. Sacolas plásticas. Extrusoras.

## **ABSTRACT**

Due to their ever-increasing competitiveness, companies are constantly seeking ways to improve their practices, that is, their operations. However, the search for this improvement is often done empirically, causing companies to not enjoy of their competitive advantage fully. A classic example refers to production scheduling which, although it is a very important element for improving productive efficiency, is usually carried out without the aid of appropriate tools and methods. The literature, on the other hand, proposes different algorithms for solving problems of this nature with a view to obtaining several gains for the companies. In view of this, this paper specifically addresses the problem of production scheduling in a plastics company known as Sanplastil, where it can be seen that production scheduling is done in a non-systemic way. This makes the production process less efficient, thus raising the costs generated by it. Seeking to support the development of a tool capable of scheduling production in a more efficient and effective way, this work proposes a mathematical model to schedule the production of the aforementioned company. This model is validated by the application of the LINGO 15.0 software in two test cases, and the results show that it has great potential for improving the competitive advantage of the company, increasing its efficiency and, consequently, reducing the costs of the production process.

**Keywords:** Production scheduling. Production balancing. Plastic bags. Extruders.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Esquema de uma possível solução para um problema do tipo <i>flow shop</i> com 3 tarefas e 3 máquinas .....	14
Figura 2.2 - Esquema de uma possível solução para um problema do tipo <i>flow shop</i> permutacional com 3 tarefas e 3 máquinas.....	15
Figura 2.3 - Esquema de uma possível solução para um problema do tipo <i>job shop</i> com 3 tarefas e 3 máquinas .....	16
Figura 2.4 - Fluxo produtivo em uma linha com três estações de trabalho.....	18
Figura 2.5 - Linhas de produção de modelo único, misto e multimodelo .....	19
Figura 3.1 - Esquema de cilindro com um conjunto de sacolas da cor verde .....	23
Figura 5.1 - Código do modelo matemático no <i>software</i> Lingo 15.0.....	33
Figura 5.2 - Valores ótimos gerados pelo Lingo 15.0 – Contexto 1 .....	33
Figura 5.3 - Valores ótimos gerados pelo Lingo 15.0 – Contexto 2 .....	34



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Formato de problema do tipo <i>open shop</i> .....	17
---	----

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	10
1.1	Objetivos	10
1.2	Metodologia	11
<b>2</b>	<b>EMBASAMENTO TEÓRICO</b>	12
2.1	O Planejamento da Produção	12
2.2	O Escalonamento da Produção	13
2.2.1	Problema de Escalonamento da Produção do Tipo <i>Flow Shop</i>	14
2.2.2	Problema de Escalonamento da Produção do Tipo <i>Job Shop</i>	15
2.2.3	Problema de Escalonamento da Produção do tipo <i>Open Shop</i>	16
2.2.4	Problema de Escalonamento da Produção de Uma Máquina	17
2.2.5	Problema de Escalonamento da Produção de Máquinas Paralelas	17
2.3	Balanceamento da Produção	18
2.4	Metodologias para a Resolução de Problemas de Escalonamento da Produção	19
2.4.1	Métodos de Soluções Exatas	20
2.4.2	Métodos de Soluções Aproximadas (ou Heurísticas)	20
<b>3</b>	<b>DESCRIÇÃO E ANÁLISE DO PROCESSO DE PRODUÇÃO DA SANPLASTIL</b>	22
<b>4</b>	<b>MODELAGEM DO PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DA PRODUÇÃO DAS EXTRUSORAS</b>	25
4.1	Índices Utilizados	25
4.2	Constantes do Modelo	25
4.3	Variáveis de Decisão Primárias e Secundárias	26
4.3.1	Variáveis Primárias	26
4.3.2	Variáveis Secundárias	27
4.4	Função Objetivo	28
4.5	Restrições do modelo	28
4.6	Modelo Matemático	30
<b>5</b>	<b>VALIDAÇÃO DO MODELO E ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	32
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS</b>	35
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	37
	APÊNDICE A – FLUXOGRAMA DA PRODUÇÃO DE SACOLAS PLÁSTICAS DA SANPLASTIL	43

## 1 INTRODUÇÃO

O plástico possui papel fundamental na sociedade hodierna. Seu pequeno custo, praticidade, maleabilidade, entre outras características, contribui para sua grande popularidade e, como vantagem adicional, este também pode ser reciclado para ser reaproveitado na produção de outros produtos. Essas razões, associadas a questões de cunho financeiro, fazem com que as indústrias do setor de plástico tenham grande importância social e econômica.

Inclusas neste amplo setor estão as empresas produtoras de sacolas plásticas. As indústrias desse ramo possuem a capacidade de produzir grande variedade de produtos, tendo em vista que existe demanda para os mais diversos tipos e tamanhos de sacolas. Contudo, tal variedade pode tornar a produção menos eficiente, elevando assim os custos de produção. Esse problema é agravado uma vez que, embora tais organizações procurem otimizar suas práticas, a programação da produção é feita de forma não sistêmica, não havendo, portanto, aproveitamento pleno de suas potenciais vantagens competitivas.

De acordo com Souza & Borgonhoni (2007), para uma melhor exploração da potencial vantagem competitiva faz-se necessário melhorar a eficiência da produção, que, apostilando, é o papel principal da administração de produção. Complementando essa ideia, Alves (2014) mostra que o melhoramento da eficiência produtiva pode ser conseguido através do escalonamento da produção, já que o mesmo atua a fim de que as empresas possuam um melhor aproveitamento dos seus recursos (tempo, matéria-prima, etc.). Isso se dá através de uma melhor estruturação do processo produtivo dos diversos produtos, sequenciando e organizando as diferentes tarefas que o constituem. Corroborando, Schettini (2010) afirma que a produtividade é um dos indicadores mais representativos em relação à competitividade, ou seja, quanto maior a produtividade, maior a competitividade. Logo, como o escalonamento pode melhorar a eficiência dos processos produtivos, isso faz com que os gestores sintam que “um planejamento e escalonamento mais científico das suas capacidades produtivas instaladas seja um elemento necessário para o sucesso, onde os métodos tradicionais empíricos tendem a falhar” (Alves, 2014). Em muitos casos, um aumento da eficiência também pode ser conseguido de outras formas, como por exemplo, pela otimização do balanceamento da linha de produção (Noso & Pelegrini, 2014). Cabe ainda salientar que as citadas formas de melhoramento da produção não são excludentes entre si.

### 1.1 Objetivos

O presente trabalho objetiva a proposição e validação de um modelo matemático para o

escalonamento da produção aplicado às máquinas extrusoras da Sanplastil, empresa atuante no setor de sacolas plásticas, com vista a contribuir para a melhoria do processo produtivo da mesma, gerando maior potencial de lucro.

A ênfase recai exclusivamente às máquinas extrusoras pois, nesta empresa, dentre as poucas etapas do processo de fabricação de sacolas plásticas, a mais importante é o processo de extrusão, tendo em vista que neste o material já adquire a forma do produto final. Além disso, nesta etapa há uma potencial capacidade de melhoria, e também a limitação de tempo tornou-se uma restrição à execução do trabalho em todas as etapas de produção.

Para atingimento do objetivo geral apresentado, os seguintes objetivos específicos são buscados:

- Análise detalhada do processo produtivo da Sanplastil, a fim de definir os parâmetros e variáveis necessários à elaboração do modelo matemático;
- Modelagem matemática do problema;
- Teste e validação do modelo.

## 1.2 Metodologia

Buscando atingir os objetivos demonstrados anteriormente, a metodologia utilizada foi constituída pelos seguintes passos:

**1º Passo:** Revisão Bibliográfica. Para um melhor entendimento do problema tratado e para que a aplicação dos conceitos estivesse inteiramente fundamentada, nesta fase foi realizada uma análise geral dos assuntos abordados. Esse passo encontra-se descrito na seção 2 deste trabalho.

**2º Passo:** Compreensão do problema. A fim de que o problema do escalonamento da produção na Sanplastil fosse melhor esclarecido e para que fosse possível o levantamento dos dados necessários ao próximo passo, nesta etapa, o processo produtivo foi entendido e descrito detalhadamente. Essa descrição é apresentada na seção 3 do presente trabalho.

**3º Passo:** Identificação de parâmetros e variáveis. Foram definidos os dados de entrada do modelo matemático, as variáveis de decisão do problema, os objetivos pretendidos e as restrições impostas ao problema. Este passo encontra-se na seção 4 deste trabalho.

**4º Passo:** Construção do modelo matemático. Com as informações levantadas na etapa anterior, o modelo matemático foi desenvolvido a fim de que o objetivo final pudesse ser atingido. A subseção 4.6 trata especificamente desta etapa.

**5º Passo:** Teste e validação do modelo. Nesta fase (seção 5) foram feitos testes para

verificar a eficácia do modelo proposto e para análise dos resultados dos mesmos.

## **2 EMBASAMENTO TEÓRICO**

Visando dar embasamento à leitura do vigente trabalho, esta seção, a princípio, trata genericamente do planejamento da produção, mostrando algumas decisões que são tomadas em cada nível organizacional. Em seguida, os problemas de escalonamento e balanceamento da produção são abordados com maior detalhamento.

### **2.1 O Planejamento da Produção**

De acordo com Corrêa & Corrêa (2006), o planejamento da produção consiste em dividir o problema em subproblemas menores, resolvendo os de maior horizonte até os de menor horizonte. Complementando, Tubino (2000) afirma que a necessidade de um planejamento da produção é concreta e esse planejamento deve ser feito em três níveis distintos: planejamento estratégico (longo prazo), planejamento tático (médio prazo) e planejamento operacional (curto prazo).

O planejamento estratégico refere-se às decisões de longo prazo. Nesse nível são feitos planos relativos ao que se pretende fazer, quais recursos são necessários e quais objetivos esperam-se alcançar (Slack *et al.*, 2002). Como exemplos de decisão nesse nível têm-se: a compra de equipamentos de produção; desenvolvimento de tecnologias de produção; ou até construção de novas instalações (Gaither & Frazier, 2002).

O nível tático é o planejamento que abrange cada departamento ou unidade da organização separadamente, sendo o nível intermediário entre os planos estratégico e operacional (Chiavenato, 2004). Um plano financeiro e um plano de marketing são exemplos de planos táticos (Alday, 2000).

Já o planejamento operacional é o planejamento específico que abrange cada operação ou atividade projetada em curto prazo e que envolve uma tarefa ou atividade (Chiavenato, 2004). Este último nível está relacionado ao cotidiano organizacional, ou seja, às decisões do dia-a-dia, estando presentes as decisões de *routing* (geração de rotas), *truck loading* (carregamento de produtos) e também as decisões de *scheduling* (escalonamento) (Alves, 2014). Apesar de não citado pelo autor, o balanceamento da produção também se trata de uma decisão no plano operacional.

Tendo em vista a necessidade de um método científico para melhoria da eficiência produtiva na Sanplastil, este trabalho trata especificamente das decisões em nível operacional

de escalonamento e balanceamento da produção. Portanto, as próximas subseções abordam enfaticamente estes assuntos.

## 2.2 O Escalonamento da Produção

Conforme citado por Muluk *et al.* (2003), o escalonamento da produção exerce um dos papéis mais importantes no desempenho de fabricação, sendo um dos elementos-chave do sistema de cadeia de suprimentos no nível micro. De acordo com os autores, qualquer melhoria na forma como a produção é escalonada desencadeia um impacto positivo sobre outras funções no nível micro e também no nível macro.

O escalonamento da produção tem por objetivo a programação da execução de um conjunto de trabalhos num conjunto de unidades de produção durante um determinado intervalo de tempo. Logo, o resultado final do escalonamento da produção é um programa de produção. Este programa pode ser observado desde o nível estratégico até o nível operacional, sendo manifesto neste último nível através de programas detalhados de produção no chão de fábrica (Varela, 2007).

Em respalda, Le Pape (2005) afirma que “um problema de escalonamento ‘puro’ consiste em decidir quando executar cada atividade”, de modo que as restrições (inclusive as restrições de recursos) sejam satisfeitas.

De forma mais específica, Hochbaum & Shmoys (1987) explicam que o problema de escalonamento da produção consiste em um conjunto de  $n$  trabalhos com seus respectivos tempos de processamento para serem alocados em  $m$  máquinas. O propósito é otimizar um ou mais objetivos (Pinedo, 2012). Dentre os objetivos mais usados em escalonamento da produção – listados por Hochbaum (1999) – encontra-se a minimização do *makespan*, que é o tempo total de execução de todo o processo de fabricação.

Existem alguns tipos padrão de problema de escalonamento encontrados na literatura. Amorim (2015) mostra que os principais são: *job shop*, *open shop* e *flow shop*. Morais *et al.* (2015) e López *et al.* (1995) acrescentam o problema de uma máquina (também chamado de problema de um processador ou máquina única), o problema com máquinas paralelas (processadores paralelos) e ainda variações dos tipos *job shop* e *flow shop*.

Os próximos tópicos tratam desses tipos de problema separadamente, mostrando as particularidades de cada um, respectivamente.

### 2.2.1 Problema de Escalonamento da Produção do Tipo *Flow Shop*

Nos problemas do tipo *flow shop* é considerado um conjunto de tarefas  $N=\{1,2,...,n\}$  a serem processadas por um conjunto de máquinas  $M=\{1,2,...,m\}$ , onde cada tarefa passa pelas máquinas em uma mesma ordem. Por exemplo, as tarefas passam pela máquina 1, depois pela máquina 2, até à máquina  $m$ . Assim, a decisão a ser tomada é escolher a melhor ordem em que as tarefas passarão pelas máquinas (Rossit *et al.*, 2017).

Neste tipo de problema, o processamento de uma tarefa deve ser concluído na máquina atual antes de o processamento ser iniciado na máquina seguinte. Adicionalmente, no momento inicial de processamento, todas as tarefas estão disponíveis e cada máquina está restrita ao processamento de apenas uma tarefa em um dado momento (Onwubolu & Davendra, 2006). É importante destacar que o fluxo dos trabalhos é unidirecional, isto é, eles não retornam para passar por alguma máquina novamente (Moraes *et al.*, 2015).

A Figura 2.1 exemplifica uma possível solução para um problema do tipo *flow shop* com 3 tarefas e 3 máquinas (M1, M2 e M3).

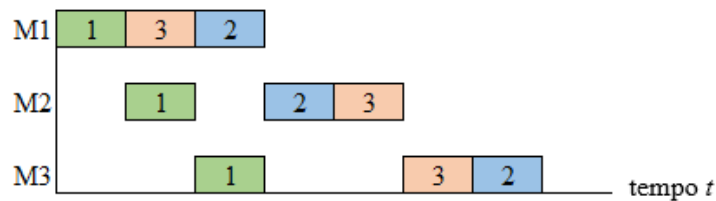


Figura 2.1 - Esquema de uma possível solução para um problema do tipo *flow shop* com 3 tarefas e 3 máquinas

Observe que, na Figura 2.1, a ordem com que as tarefas 1, 2 e 3 são processadas é a mesma. Ou seja, a tarefa 1 primeiro passa por M1, em seguida por M2 e por último passa por M3. Esta mesma ordem é obedecida para as tarefas 2 e 3.

Esta forma de abordagem apresenta  $(n!)^m$  possibilidades de solução, onde  $n$  é o número de tarefas e  $m$  o número de máquinas. Isto mostra que, mesmo em casos considerados pequenos, o número de soluções é alta. Por exemplo, um caso com 4 máquinas e 6 tarefas possui  $(6!)^4 \cong 2,68 \times 10^{11}$  soluções possíveis, aproximadamente. Assim sendo, tal número de possibilidades dificulta a identificação de um resultado ótimo (Fraga, 2006; Rossit *et al.*, 2017).

Existem ainda variações do *flow shop* tradicional. López *et al.* (1995) citam o *flow shop* de permutação (ou permutacional), que é um problema *flow shop* no qual a ordem de processamento das tarefas é a mesma em todas as máquinas.

Naderi & Ruiz (2010) corroboram definindo o problema *flow shop* permutacional como uma simplificação do *flow shop* tradicional, onde a mesma permutação de tarefas é mantida em todas as máquinas.

A Figura 2.2 mostra um exemplo de uma possível solução para um problema do tipo *flow shop* permutacional com 3 tarefas e 3 máquinas (M1, M2 e M3).

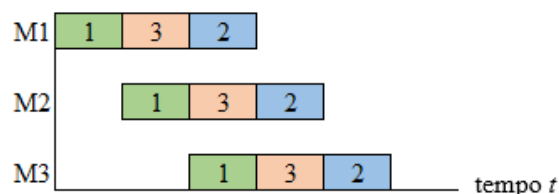


Figura 2.2 - Esquema de uma possível solução para um problema do tipo *flow shop* permutacional com 3 tarefas e 3 máquinas

Observe que, na Figura 2.2, as tarefas também são processadas em uma mesma ordem, ou seja, as tarefas 1, 2 e 3 primeiro passam por M1, em seguida por M2 e por último por M3. Porém, além disso, as máquinas M1, M2 e M3 processam as tarefas 1, 2 e 3 em uma mesma sequência. Ou seja, M1 processa as tarefas na seguinte ordem: 1, 3 e 2; esta sequência é mantida para M2 e M3.

O espaço de soluções para este tipo de problema é reduzido para  $n!$  possibilidades. Porém, ainda assim, o número de soluções pode ser alta a depender do número de trabalhos. Exemplificando, um problema com 9 tarefas tem  $3,62 \times 10^5$  soluções possíveis, aproximadamente. Dessa forma, mesmo com esta abordagem simplificada pode haver dificuldades na identificação de uma solução ótima (Fraga, 2006; Naderi & Ruiz, 2010).

Na literatura encontra-se vários trabalhos desenvolvidos com o objetivo de resolver problemas do tipo *flow shop*, e também suas variações. Amorim (2015), por exemplo, propõe uma solução baseada na metaheurística Colônia de Formigas para um problema do tipo *flow shop* em uma empresa prestadora de serviço no ramo de petróleo. Onwubolu & Davendra (2006) também apresentam a resolução de um problema de *flow shop* através de um algoritmo de evolução diferencial, desenvolvido para tal finalidade. Já Fuchigami (2005) trata de algumas soluções para variações do referido problema, a saber, *flow shop* permutacional e *flow shop* híbrido, que trata uma combinação do problema *flow shop* clássico e o problema de máquinas paralelas (este último é definido mais adiante).

### 2.2.2 Problema de Escalonamento da Produção do Tipo *Job Shop*

O problema do tipo *job shop* é considerado uma generalização do *flow shop*. Assim como no problema anterior, considera-se  $n$  tarefas a serem processadas em  $m$  máquinas, onde



cada máquina pode processar no máximo uma tarefa por vez. Porém, cada tarefa tem sua própria ordem de processamento nas máquinas, ou seja, cada tarefa tem o seu próprio fluxo ou rota específica através das máquinas. Assim, a sequência de máquinas através da qual cada tarefa é processada pode ser distinta para as diversas tarefas. Em alguns casos, considera-se que uma tarefa pode ser processada mais de uma vez em uma mesma máquina (Fraga, 2006; Gonçalves *et al.*, 2005; López *et al.*, 1995; Morais *et al.*, 2015).

A Figura 2.3 exemplifica uma possível solução para um problema do tipo *job shop* com 3 máquinas e 3 tarefas.

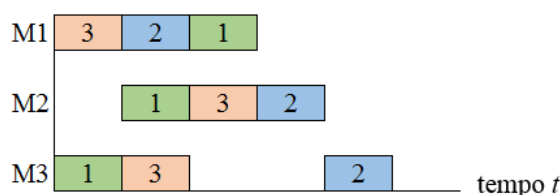


Figura 2.3 - Esquema de uma possível solução para um problema do tipo *job shop* com 3 tarefas e 3 máquinas

Observe que, na Figura 2.3, a sequência com que as tarefas 1, 2 e 3 são processadas não é a mesma. A tarefa 1 é processada na seguinte ordem: M3, M2 e M1. Já no trabalho 2 a sequência é: M1, M2 e M3. Por fim, a tarefa 3 possui a seguinte ordem de processamento: M1, M3 e M2. Logo, como o sequenciamento das tarefas não é o mesmo, caracteriza-se como um problema do tipo *job shop*.

Casos como este são muito abordados na literatura. Dentre eles, menciona-se o trabalho de Alves (2014), que apresenta um modelo de programação linear inteira mista para resolução do problema de escalonamento em uma indústria de produtos agroquímicos. Um caso real de *job shop* também é abordado por Tanev *et al.* (2004) em uma fábrica de injeção de plásticos. Ademais, muitos algoritmos para resolver este tipo de escalonamento são encontrados na literatura, tendo-se como exemplo a contribuição de Gonçalves *et al.* (2005).

### 2.2.3 Problema de Escalonamento da Produção do tipo *Open Shop*

No problema do tipo *open shop* as rotas das tarefas estão abertas, isto é, o fluxo de processamento das tarefas não está definido, podendo as mesmas serem sequenciadas em qualquer ordem de máquina (Morais *et al.*, 2015; Norman, 2003).

O *open shop* possui um espaço de soluções consideravelmente maior do que o *job shop* (Liaw, 2000). Portanto, dadas tais características, pode ser considerado como uma generalização do *job shop*.

A Tabela 2.1 trata de um problema do tipo *open shop* com  $n$  tarefas e  $m$  máquinas,

sendo  $T_{ij}$  o tempo de processamento da tarefa  $i$  na máquina  $j$ . Neste problema, a tarefa 1 deve ir para a máquina 1 por  $T_{11}$  unidades de tempo, para a máquina 2 por  $T_{12}$  unidades de tempo e assim sucessivamente; porém, não há restrição da ordem de máquinas através da qual a tarefa 1 será processada. O mesmo acontece com as demais tarefas.

Assim, o problema consiste em definir o sequenciamento de máquinas para cada tarefa, assim como o sequenciamento de tarefas em cada máquina, dados os respectivos tempos de processamento em cada máquina.

Tabela 2.1 -Formato de problema do tipo *open shop*

Tarefa	Máquina/ Operação			
	1	2	...	$m$
1	$T_{11}$	$T_{12}$	...	$T_{1m}$
2	$T_{21}$	$T_{22}$	...	$T_{2m}$
...	...	...	...	...
$n$	$T_{n1}$	$T_{n2}$	...	$T_{nm}$

Fonte: Adaptado de Senthilkumar & Shahabudeen (2006)

Algoritmos desenvolvidos para problemas do tipo *open shop* podem ser encontrados em Norman (2003), Liaw (2000), Blum (2005), dentre outros.

#### 2.2.4 Problema de Escalonamento da Produção de Uma Máquina

Este problema também é chamado na literatura de problema de máquina única. Neste tipo de escalonamento há apenas uma máquina a ser utilizada. As tarefas devem ser ordenadas para serem processadas nesta única máquina disponível (Moraes *et al.*, 2015; Varela, 2007).

Segundo Varela (2007), se a ordenação se resolve antes de se iniciar a execução das tarefas, o problema é de sequenciamento; se, porém, resolve-se ordenar durante a execução, ao passo que os trabalhos vão sendo concluídos e o processador ficando disponível, diz-se que se resolve um problema de despacho. Alguns problemas deste tipo são mostrados e resolvidos por Varela (2007), dentre outros autores.

#### 2.2.5 Problema de Escalonamento da Produção de Máquinas Paralelas

Neste tipo de escalonamento, as tarefas podem ser executadas em dois ou mais processadores idênticos ou não idênticos. Ou seja, uma tarefa pode ser processada em qualquer uma das máquinas, isto é, cada produto necessita de uma, e somente uma, destas máquinas (López *et al.*, 1995; Moraes *et al.*, 2015).

No entanto, mesmo entre máquinas idênticas em paralelo que realizam a mesma tarefa, podem existir máquinas mais eficientes que outras. Assim, isso constitui um fator importante para realização do escalonamento (Alves, 2014).

Para Varela (2007), o escalonamento da produção de máquinas paralelas é mais complexo que o problema anterior, pois envolve mais processadores e, além disso, requer a resolução de um problema adicional ao de sequenciamento: o problema de afetação (designação).

Dentre as contribuições encontradas na literatura, menciona-se Varela (2007), que mostra e resolve problemas deste tipo. Arroyo & Ribeiro (2004) também prestam sua contribuição apresentando um algoritmo para resolver o problema de escalonamento de tarefas em máquinas paralelas idênticas.

O problema abordado por este trabalho assemelha-se ao problema de escalonamento da produção de máquinas paralelas, pois o escalonamento, neste caso, é restrito às extrusoras, e essas máquinas atuam de forma paralela, ou seja, todas as tarefas precisam apenas de uma das extrusoras para serem processadas. Além disso, o problema também se caracteriza como um problema de balanceamento da produção, tendo em vista que há a possibilidade de se produzir simultaneamente mais de um produto nas máquinas. A seção 3 explica melhor este cenário.

### 2.3 Balanceamento da Produção

O balanceamento da linha de produção refere-se à atribuição de tarefas às estações de trabalho de modo que todas as estações requeiram aproximadamente o mesmo tempo para a execução das tarefas a elas designadas. Dessa forma, o tempo ocioso da mão-de-obra e dos equipamentos é minimizada (Aguiar *et al.*, 2007).

Para uma melhor compreensão, a Figura 2.4 mostra uma linha de produção onde os produtos passam de uma estação de trabalho para a outra (estações A, B e C, respectivamente). Assim, o tempo de execução da tarefa destinada a cada uma das estações de trabalho “deve ser o mesmo, ou o mais próximo possível, para que não exista atraso das demais atividades” (Aguiar *et al.*, 2007).

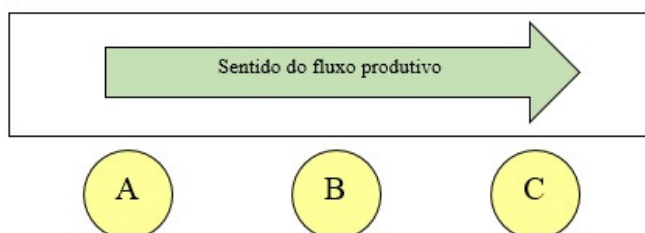


Figura 2.4 - Fluxo produtivo em uma linha com três estações de trabalho

Para se realizar o balanceamento, Martins & Laugeni (2005) mostram que primeiramente se deve determinar o tempo de ciclo, que é a frequência com que uma peça deve sair da linha, ou seja, o intervalo de tempo entre duas peças consecutivas. Nesse caso, considera-se um certo número de estações de trabalho fixo. Contudo, sendo o tempo de ciclo já determinado, Carravilla (1998) explica que o balanceamento de produção objetiva encontrar o menor número de estações de trabalho necessários.

O problema do balanceamento da produção não assume uma abordagem apenas. Em se tratando de tarefas para produção de um único produto, o problema é denominado de “problema de balanceamento de linha de montagem simples”. Quando se processa mais de um produto em alguma linha de montagem, há dois tipos de problemas diferentes: o “problema de modelo misto” e o “problema multimodelo”. No primeiro tipo, diferentes produtos são produzidos de forma misturada, já no segundo tipo “há sequências de lotes de cada modelo”, ou seja, os produtos são produzidos em lotes sequencialmente (Magatão *et al.*, 2011). A Figura 2.5 mostra a diferença entre os problemas apresentados, onde cada figura geométrica representa um produto diferente.

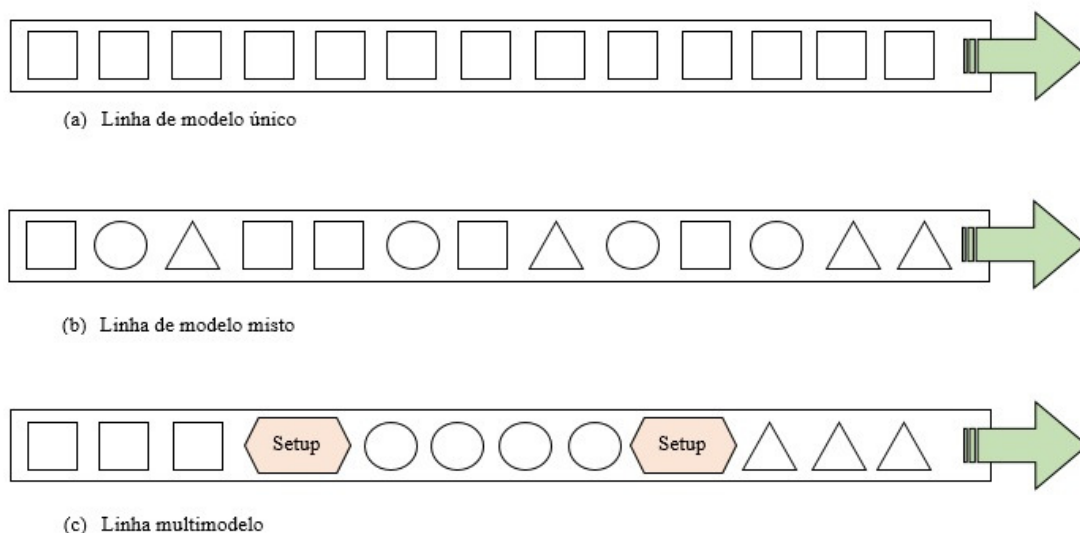


Figura 2.5 – Linhas de produção de modelo único, misto e multimodelo

Fonte: Adaptado de Becker & Scholl (2006)

Para resolução do problema de balanceamento em linhas de produção, pode-se utilizar modelos de programação linear, conforme mostram Noso & Pelegrini (2014), Magatão *et al.* (2011) e Fernandes *et al.* (2008).

## 2.4 Metodologias para a Resolução de Problemas de Escalonamento da Produção

Segundo Moraes *et al.* (2015), os métodos para resolução dos problemas de

programação da produção, seja qual for o tipo, dividem-se em duas categorias: métodos de soluções exatas ou ótimas e métodos de soluções aproximadas ou heurísticas.

#### 2.4.1 Métodos de Soluções Exatas

Os métodos de soluções exatas são aqueles que determinam a solução ótima para determinado problema. Fuchigami (2005) mostra algumas técnicas de otimização empregadas na literatura, a saber, a Programação Matemática e as técnicas de enumeração *Branch and Bound*.

Segundo Alves (2014), “a Programação Matemática consiste na formulação do problema de escalonamento em programação linear, não-linear, inteira ou mista, seguida da resolução do respetivo modelo”, e essa resolução pode ser efetuada através de *softwares* comerciais generalistas.

No *Branch and Bound*, uma árvore de soluções com todos os sequenciamentos possíveis é construída dinamicamente e esta técnica formula regras e procedimentos de modo que parte da árvore possa ser removida, fazendo com que o espaço de soluções seja reduzido (Fraga, 2006).

Os métodos de soluções ótimas, contudo, não são eficientes computacionalmente em problemas de grande e médio porte, e por isso, muitas heurísticas têm sido propostas para a solução do problema (Fuchigami, 2005). As mesmas serão tratadas a seguir.

#### 2.4.2 Métodos de Soluções Aproximadas (ou Heurísticas)

Determinados problemas de otimização, inclusive alguns de escalonamento da produção, podem apresentar um número muito grande de soluções possíveis, conforme já mostrado. Logo, pode haver um esforço e custo computacional inviáveis ao se utilizar métodos exatos para encontrar a solução ótima.

À vista disso, possibilidades mais econômicas têm surgido: as heurísticas. E os métodos heurísticos, a saber, são aqueles que não garantem soluções ótimas, embora ocasionalmente as encontrem (Rodrigues, 2000).

Então, o uso de heurísticas, ou métodos de aproximação, pode ser bastante viável economicamente, pois são métodos rápidos e que fornecem uma solução muito boa, mesmo não garantindo uma solução ótima (Fraga, 2006).

Tal rapidez das heurísticas justifica-se pelo fato de que as mesmas não percorrem todas as possibilidades para se chegar na solução. Assim, têm-se uma solução próxima à ótima em um tempo computacional aceitável. Além do mais, a diferença entre a solução heurística e a

ótima não justifica o grande esforço computacional feito para se atingir o valor ótimo (Fuchigami, 2005).

Os métodos de soluções aproximadas são geralmente baseados em algoritmos de procura e para isto é necessário ter uma solução inicial. Esta solução pode ser obtida de forma arbitrária ou através de um algoritmo construtivo. Após isso, a solução inicial será melhorada ao longo de iterações, seguindo-se um conjunto de regras (Alves, 2014).

Os métodos heurísticos podem ser classificados de diversas formas, sendo geralmente divididos em dois grupos: métodos construtivos e métodos iterativos (ou melhorativos). Estes últimos podem ainda ser subdivididos entre métodos de inteligência artificial e métodos de busca local (Fraga, 2006; Fuchigami, 2005; Gigante, 2010).

Os métodos construtivos usam os dados do problema para construir uma solução, passo a passo. Normalmente, nenhuma solução é obtida até o procedimento ser concluído (Silver, 2004). Já nos métodos melhorativos, segundo Gigante (2010), obtém-se uma solução inicial e posteriormente, através de algum procedimento iterativo, busca-se obter um sequenciamento das tarefas melhor que o atual, sendo essa busca geralmente feita trocando-se as posições das tarefas na sequência.

Os métodos de inteligência artificial, uma das subdivisões dos métodos melhorativos, são métodos baseados em mecanismos de raciocínios lógicos e analógicos. Um exemplo dessa técnica é o *ant colony optimization* (ACO), ou otimização por colônia de formigas, que é inspirada no comportamento desses animais, os quais depositam uma substância no chão para marcar algum caminho favorável que deve ser seguido por outros membros da colônia (Dorigo *et al.*, 2006; Fraga, 2006).

Já a outra subdivisão dos métodos iterativos, as heurísticas de busca local, são ferramentas eficazes quando o caminho para se encontrar a solução ótima não importa (Russel & Norvig, 2003). Os métodos de busca local funcionam da seguinte forma: começa-se com uma solução viável para o problema, que pode ser obtida através de um método construtivo ou randomicamente. Depois, são avaliadas as soluções possíveis na vizinhança da solução atual. A vizinhança de uma solução, a saber, é o conjunto de soluções que diferem da solução inicial apenas por um movimento. Assim, a heurística caminha, a cada iteração, de vizinho para vizinho de acordo com a vizinhança adotada (Ribeiro, 2009; Silver, 2004).

A literatura mostra várias heurísticas de busca local, como por exemplo, *Hill Climbing*, GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*), *Genetic Algorithms* (GA) – Algoritmos Genéticos – e *Simulated Annealing* (SA) – Recozimento Simulado.

Algumas dessas heurísticas também são tratadas como metaheurísticas, que são procedimentos de solução que combinam técnicas de busca local e estratégias de nível elevado para criar um processo capaz de escapar de ótimos locais e realizar uma busca robusta no espaço de solução do problema (Glover & Kochenberger, 2003). Ótimo local, a saber, é uma solução tão boa ou melhor do que qualquer solução vizinha a ela (Ribeiro, 2007). Então, o objetivo é produzir, em tempo mínimo, soluções mais próximas o possível da solução ótima (Chaves, 2003).

### **3 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DO PROCESSO DE PRODUÇÃO DA SANPLASTIL**

No intuito de aprofundar o conhecimento sobre o problema do escalonamento e balanceamento da produção tratados e buscando fundamentar o levantamento de dados apresentado na próxima seção, aqui é feita uma descrição de forma detalhada do processo produtivo das sacolas plásticas na empresa Sanplastil.

A empresa produz sacolas plásticas a partir de dois tipos de matéria-prima: polipropileno (PP) e polietileno (PE), onde o PP é apenas comprado virgem e o PE pode ser adquirido em sua forma virgem ou reciclada, ou ainda, no caso do PE, podem ser adquiridas sacolas plásticas utilizadas para geração de PE reciclado na própria fábrica.

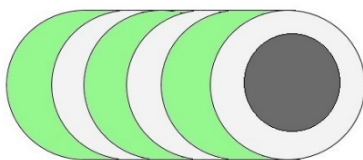
O processo produtivo das sacolas plásticas na Sanplastil é constituído de uma série de etapas que podem ser observadas também no fluxograma apresentado no (Apêndice 1).

As etapas de produção são:

- 1) Recebimento das matérias-primas e estocagem das mesmas. Em se tratando do polietileno reciclado, o material pode chegar à fábrica pronto para ser processado ou não. Caso não esteja pronto, é feito um processo para prepará-lo para as etapas posteriores.
- 2) Pigmentação. Nesta etapa pode ou não haver a adição de um pigmento que dará cor ao plástico. Sem o tal pigmento, o plástico sai transparente, e na presença deste ele adquire uma cor.
- 3) Processo de extrusão. Neste estágio, a matéria-prima é encaminhada para um grande funil, onde será derretida. Depois, dentro da máquina extrusora, o material passa por um cilindro de ar para formar um balão. Tal balão sobe ao longo da máquina e o material resfria, ganhando mais resistência. Após isso, ele passa por mais dois cilindros para gerar o rolo de plástico; o mesmo pode ter seu tamanho ajustado no

mesmo processo. O rolo de plástico (bobina) sai pronto neste processo, já preparado para ser cortado.

Nesta etapa pode haver mistura de PE virgem e reciclado. Vale salientar, porém, que a adição de material reciclado ocorre apenas em alguns casos com o objetivo de baratear o produto para outros usos, como por exemplo, plástico de sacola de lixo, já que a presença de material reciclado diminui um pouco a qualidade final do plástico. Também é importante destacar que os cilindros das máquinas extrusoras possibilitam que as mesmas façam vários produtos, ou seja, vários tamanhos de sacola diferentes. As máquinas normalmente têm capacidade de fazer dois tamanhos de sacola simultaneamente; entretanto, se os tamanhos forem muito pequenos, as extrusoras conseguem produzir mais tamanhos de uma só vez. Esta produção simultânea dos tamanhos de sacola constitui o que será chamado de conjunto de produtos (vide Figura 3.1). Portanto, as máquinas possuem capacidade para produzir um conjunto de dois produtos ou mais, a depender do tamanho das sacolas. Diferentes cores, todavia, não podem ser trabalhadas de modo simultâneo, ou seja, uma cor deve ser processada por vez.



*Figura 3.1- Esquema de cilindro com um conjunto de sacolas da cor verde*

Na Sanplastil existem quatro máquinas extrusoras, sendo três exclusivamente usadas para fabricação de PE e uma para PP. Porém, o material necessita ser processado em apenas uma das máquinas. Dessa forma, o problema assemelha-se ao problema do escalonamento da produção de máquinas paralelas.

- 4) Impressão. O plástico pode ou não passar pela máquina de impressão, que é a inserção de “artes” (desenhos, frases, etc.) em sua superfície.
- 5) Processo de corte. O plástico passa pela máquina de corte, onde a mesma divide o comprimento da sacola e faz o corte das alças. O corte é feito através de alta temperatura, portanto, é de suma importância o ajuste da máquina para garantir sempre uma temperatura ideal. Na empresa em estudo existem três máquinas para o corte. Havendo sobra de PE nos cortes, o excedente é triturado por uma máquina específica para isso e passa pelo mesmo processo novamente, porém ele será tratado



como material reciclado. O mesmo procedimento ocorre se houver falha. Todavia, os excedentes ou falhas do PP não podem ser reaproveitados, tendo que ser descartados.

6) Embalagem e estoque dos produtos finais.

A principal etapa na fabricação de sacolas plásticas na Sanplastil é o processo de extrusão (etapa 3), pois é nesta fase onde o material já adquire a forma do produto final, porém ainda unificado em um rolo (bobina). Assim, a ênfase deste trabalho nesta etapa da fabricação foi escolhida devido à sua importância e potencial capacidade de melhoria, tendo em vista a limitação de tempo ao se trabalhar com todas as etapas de produção.

Na empresa em questão não há uma definição sistemática da quantidade e do momento em que cada produto deva ser produzido em cada extrusora. Ademais, há uma definição prévia, feita de forma empírica, de quais tipos de matéria-prima devem ser processadas em cada máquina, isto é, é definido pela empresa que uma extrusora trabalhe apenas com PP, outra apenas com PE virgem, outra com PE reciclado e ainda outra com a mistura de PE virgem e reciclado. Tal abordagem adotada pela Sanplastil impede o aproveitamento máximo de seus recursos. Portanto, para o melhoramento da eficiência da produção da empresa faz-se necessário o escalonamento da produção, feito através da definição sistemática da quantidade de cada produto a ser produzido em cada extrusora e dos momentos do dia em que serão produzidos.

Além disso, é importante definir como os vários conjuntos de produtos serão constituídos, já que é possível a fabricação de vários tamanhos simultaneamente. Portanto, o problema também consiste na determinação de quais tamanhos serão produzidos ao mesmo tempo, tomando a forma de um problema de balanceamento. Porém, o problema de balanceamento tratado aqui não se trata de máquinas em sequência no fluxo produtivo. Antes, o balanceamento é feito em cada extrusora especificamente, isto é, cada cilindro da extrusora deve ter um conjunto de produtos de forma que seja gasto um mesmo tempo para a produção dos produtos pertencentes a esse conjunto, gerando, por conseguinte, melhor aproveitamento do tempo.

Para uma melhor compreensão deste ponto considere a seguinte associação: o tempo de ciclo no problema de balanceamento convencional corresponde, neste caso, à largura do cilindro da extrusora e o número de estações de trabalho corresponde, aqui, aos conjuntos de produtos. Assim sendo, como o balanceamento convencional tem por objetivo encontrar o menor número de estações de trabalho dado um tempo de ciclo, aqui o objetivo consiste em definir os conjuntos de produção dada a largura dos cilindros das máquinas. Essa definição

tem em vista aproveitar da melhor forma a capacidade das extrusoras, inicialmente atendendo às restrições de demanda e, em seguida, gerando maior lucro potencial.

Assim, através do entendimento do processo produtivo da Sanplastil e do problema no escalonamento da produção da fábrica, a próxima seção trata do desenvolvimento do modelo matemático para escalonamento e balanceamento da produção nas extrusoras da empresa.

## **4 MODELAGEM DO PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DA PRODUÇÃO DAS EXTRUSORAS**

De acordo com o entendimento realizado na etapa anterior, esta seção descreve os parâmetros e variáveis necessários à modelagem matemática para escalonar e balancear a produção das máquinas extrusoras da Sanplastil. Isso foi feito após observação direta do processo produtivo e entrevista informal com o proprietário e funcionários da empresa.

### **4.1 Índices Utilizados**

Para a construção do modelo matemático são considerados quatro índices. Os mesmos são mostrados a seguir.

$i$  – Índice referente aos produtos, no caso, às sacolas plásticas.

$j$  – Índice referente aos conjuntos de produtos, ou seja, às sacolas que são feitas simultaneamente em cada cilindro da extrusora, pois, conforme já mostrado, no processo de extrusão do plástico o material passa por um cilindro que permite a produção simultânea de vários produtos.

$k$  – Índice relativo às extrusoras.

$d$  – Índice relativo aos dias considerados no planejamento.

### **4.2 Constantes do Modelo**

É imprescindível considerar alguns valores que se mantêm invariáveis no modelo matemático. Os mesmos são descritos a seguir.

$I$  – número total de produtos considerados no planejamento,  $i=1, \dots, I$ .

$J$  – número máximo de conjuntos considerados no planejamento,  $j=1, \dots, J$ .

$K$  – número total de extrusoras,  $k=1, \dots, K$ .

$D$  – número máximo de dias em análise,  $d=1, \dots, D$ .

$cap_k$  – capacidade de produção da extrusora  $k$  (horas/dia).

$L_k$  – largura do cilindro da extrusora  $k$  (em metros). Esta medida é determinante no que se refere à definição dos conjuntos de produtos, ou seja, quais produtos serão produzidos simultaneamente sobre o mesmo cilindro. Esta constante corresponde ao tempo de ciclo do problema de balanceamento da produção convencional, estando também os conjuntos de produtos associados ao número de estações de trabalho. Portanto, como o balanceamento tradicional objetiva a determinação do número de estações de trabalho necessários dado um tempo de ciclo, através da largura do cilindro da extrusora é possível definir os conjuntos de produção.

$q_{ek}$  – quantidade produzida pela extrusora  $k$  (kg/hora).

$SL_i$  – limite máximo para estoque do produto  $i$  (em kg).

$l_i$  – largura do produto  $i$  (em metro). Esta largura é importante para a definição do conjunto de produção, pois a soma das larguras dos produtos não pode exceder a largura do cilindro da extrusora.

$p_i$  – contribuição unitária do produto  $i$  (R\$/kg).

$c_i$  – custo de estoque do produto  $i$  (R\$/kg).

$v_{id}$  – quantidade vendida do produto  $i$  no dia  $d$  (em kg).

### 4.3 Variáveis de Decisão Primárias e Secundárias

Aqui estão descritas todas as variáveis cujos valores serão determinados em função da solução obtida pelo modelo.

#### 4.3.1 Variáveis Primárias

O objetivo do modelo é escalonar a produção de sacolas plásticas nas extrusoras, ou seja, determinar quais modelos de sacola serão processados em cada máquina, e em quais momentos, já que o material necessita ser processado por apenas uma das máquinas (problema de escalonamento da produção de máquinas paralelas).

Tendo em vista que as extrusoras processam conjuntos de produtos, faz-se necessário, antes, definir quais produtos pertencem a cada conjunto, ou seja, quais produtos serão feitos simultaneamente em cada cilindro e em cada momento. Essa determinação se dá através da variável binária  $x_{ijkd}$  apresentada a seguir, onde o valor 1 indica que o produto  $i$  pertence ao conjunto  $j$  processado na extrusora  $k$ , no dia  $d$ , e 0 indica que o produto  $i$  não pertence a esse conjunto.

$$x_{ijkd} = \begin{cases} 1, & \text{se o produto } i \text{ pertence ao conjunto } j \text{ processado pela extrusora } k \text{ no dia } d \\ 0, & \text{se não pertence} \end{cases}$$

De acordo com o objetivo do modelo, também faz-se necessário determinar os momentos em que cada conjunto será produzido. Para isso, deve ser feita a determinação dos horários de início e término de produção dos conjuntos, de acordo com as variáveis a seguir.

$s_{jkd}$  – horário de início de produção do conjunto  $j$  na extrusora  $k$  no dia  $d$ .

$e_{jkd}$  – horário de término de produção do conjunto  $j$  na extrusora  $k$  no dia  $d$ .

#### 4.3.2 Variáveis Secundárias

Uma vez definidos os momentos de início e término de cada conjunto, o tempo de produção dos conjuntos ( $T_{jkd}$ ) pode ser obtido subtraindo-se o horário de término de produção pelo horário de início, para cada conjunto, conforme as equações em (4.1):

$$T_{jkd} = e_{jkd} - s_{jkd}, \quad \text{para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.1)$$

O cálculo da quantidade produzida de cada conjunto por extrusora em cada dia ( $QP_{jkd}$ ) é obtido multiplicando-se o tempo de produção de cada conjunto ( $T_{jkd}$ ) pela quantidade produzida por hora por extrusora (em kg/hora), a saber:  $qe_k$ . Portanto:

$$QP_{jkd} = T_{jkd} * qe_k, \quad \text{para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.2)$$

A variável  $ap_{id}$  se trata da quantidade produzida do produto  $i$  no dia  $d$  (em kg). Para obtê-la é necessário somar a quantidade produzida de todos os conjuntos aos quais o produto  $i$  pertence. Logo:

$$ap_{id} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (QP_{jkd} * x_{ijkd}), \quad \text{para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.3)$$

Na empresa existe uma quantidade estocada de cada produto, e esta quantidade depende da quantidade que deve ser produzida de cada produto em cada dia ( $ap_{id}$ ). Assim, faz-se necessário considerar a quantidade estocada (em kg) do produto  $i$  no dia  $d$  ( $QS_{id}$ ) como umas das variáveis de decisão. Para obter esta quantidade, é considerada a quantidade estocada do produto  $i$  no dia anterior ( $d-1$ ), a qual é somada à quantidade produzida do produto  $i$  no dia atual. Além disso, a quantidade de produto  $i$  vendida no dia  $d$  deve ser subtraída, pois não faz mais parte do estoque. Logo, tem-se:

$$QS_{id} = QS_{i(d-1)} + ap_{id} - v_{id}, \quad \text{com } QS_{i0} = ap_{i0}, \quad \text{para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.4)$$

É importante destacar que  $QS_{i0}$ , ou seja, a quantidade estocada do produto  $i$  no momento inicial de planejamento ( $d=0$ ), é uma constante do modelo.

#### 4.4 Função Objetivo

O objetivo do problema consiste em, através do escalonamento e balanceamento da produção, aumentar o potencial de lucro ( $PL$ ) da Sanplastil por meio da produção de produtos com maior contribuição unitária. A maximização do potencial de lucro será buscada pela utilização adequada da capacidade extra das extrusoras, uma vez que a solução deverá sempre atender às restrições de demanda (apresentadas na próxima subseção).

O aumento do potencial de lucro também será buscado por meio da diminuição do custo de estoque. Para tanto, o objetivo proposto irá priorizar soluções nas quais os produtos são produzidos próximos às datas em que os mesmos são necessários. Com base nessas premissas, a função objetivo foi elaborada da seguinte forma:

$$\text{Maximizar } PL = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{d=1}^D (x_{ijkd} * QP_{jkd} * p_i) - \sum_{i=1}^I \sum_{d=1}^D (c_i * QS_{id}) \quad (4.5)$$

A primeira parte da Equação (4.5) equivale ao potencial de lucro buscado pela maximização da contribuição unitária. A segunda parte da Equação (4.5) equivale à diminuição do custo de estoque.

Vale salientar que este modelo não considera todos os parâmetros necessários a um cálculo sofisticado de potencial de lucro. Esta função objetivo trata-se de uma simplificação, porém considerando aspectos importantes, como o custo de estocagem e a contribuição unitária dos produtos.

#### 4.5 Restrições do modelo

Várias são as restrições impostas ao problema de escalonamento da produção na Sanplastil. As mesmas são explicadas a seguir.

Conforme já mostrado, os cilindros das máquinas permitem a fabricação de vários tamanhos de sacolas plásticas simultaneamente. Porém, a soma das larguras dos produtos que estão sendo produzidos concomitantemente em cada extrusora não pode exceder a largura total dos cilindros das máquinas. As restrições em (4.6) definem essa situação.

$$\sum_{i=1}^I (x_{ijkd} * l_i) \leq L_k, \text{ para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.6)$$

As restrições em (4.7) fazem com que o tempo necessário para a produção diária dos conjuntos de produtos não exceda à capacidade das máquinas em horas/dia.

$$\sum_{j=1}^J T_{jkd} \leq cap_k, \text{ para } k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.7)$$

As restrições em (4.8) fazem com que o modelo não atribua aos horários de término valores acima do horário de funcionamento da empresa/ capacidade das máquinas. Sem esta restrição, os valores de  $T_{jkd}$  continuariam sendo viáveis, porém os horários de início e término seriam muito altos e ineficazes. Portanto, as restrições em (4.8) atribuem valores dentro da faixa permitida.

$$e_{jkd} \leq cap_k, \text{ para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.8)$$

As restrições em (4.9) fazem com que o horário de término de produção de um conjunto seja igual ou superior ao horário de início. Esses horários são iguais no caso em que o conjunto não é produzido. Portanto, sem estas restrições,  $T_{jkd}$  poderia receber valores negativos, já que  $s_{jkd}$  poderia ser maior que  $e_{jkd}$  e, ainda assim, as restrições (4.7) não seriam violadas, gerando, assim, uma incompatibilidade com as características do problema.

$$e_{jkd} \geq s_{jkd}, \text{ para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.9)$$

Para que a demanda seja sempre atendida, a quantidade produzida de cada produto no dia atual somada com a quantidade estocada do dia anterior deve ser no mínimo igual à quantidade vendida no dia atual. As restrições em (4.10) tratam disso.

$$ap_{id} + QS_{i(d-1)} \geq v_{id}, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.10)$$

Faz-se necessário estabelecer um limite de modo que a quantidade estocada dos produtos não exceda o máximo permitido. As restrições em (4.11), portanto, impedem que a produção de cada produto atinja valores altos, para que não haja sobra indesejada de produtos. A quantidade estocada no dia anterior também é considerada a fim de evitar mais sobras.

$$ap_{id} + QS_{i(d-1)} \leq SL_i, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.11)$$

As restrições em (4.12) fazem com que a quantidade estocada de todos os produtos nunca exceda o limite da capacidade de estoque da empresa.

$$\sum_{i=1}^I QS_{id} \leq \sum_{i=1}^I SL_i, \text{ para } d = 1, \dots, D \quad (4.12)$$

As restrições em (4.13) são definidas para que distintos conjuntos não possam ser processados simultaneamente em uma mesma máquina em um mesmo dia.

$$e_{jkd} \leq s_{(j+1)kd}, \text{ para } j = 1, \dots, (J-1), \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.13)$$

O conjunto de restrições em (4.14) faz com que a quantidade produzida dos produtos em cada extrusora em cada dia não exceda a capacidade (em kg) da mesma. Tal capacidade é obtida pela multiplicação da capacidade em horas/dia ( $cap_k$ ) pela quantidade produzida pela extrusora  $k$  em kg/hora ( $qe_k$ ).

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ijkd} * QP_{jkd}) \leq (cap_k * qe_k), \text{ para } k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.14)$$

O conjunto de restrições em (4.15) garante que a variável  $x_{ijkd}$  seja binária, conforme mostrado na seção 4.3.1.

$$x_{ijkd} \in \{0,1\}, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.15)$$

Por fim, o conjunto de restrições em (4.16) garante que todas as variáveis primárias, e consequentemente as secundárias, sejam maiores ou iguais a zero.

$$s_{jkd}, e_{jkd}, ap_{id} \geq 0, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.16)$$

#### 4.6 Modelo Matemático

Tendo em vista as informações apresentadas anteriormente e as características do problema tratado por este trabalho, tem-se a seguir o modelo matemático a fim de encontrar um resultado satisfatório para o problema.

Dado que:

$$x_{ijkd} = \begin{cases} 1, & \text{se o produto } i \text{ pertence ao conjunto } j \text{ processado pela extrusora } k \text{ no dia } d \\ 0, & \text{se não pertence} \end{cases}$$

$s_{jkd}$  – horário de início de produção do conjunto  $j$  na extrusora  $k$  no dia  $d$ .

$e_{jkd}$  – horário de término de produção do conjunto  $j$  na extrusora  $k$  no dia  $d$ .

$$\text{Maximizar } PL = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{d=1}^D (x_{ijkd} * QP_{jkd} * p_i) - \sum_{i=1}^I \sum_{d=1}^D (c_i * QS_{id}) \quad (4.5)$$

Sujeito à:

$$\sum_{i=1}^I (x_{ijkd} * l_i) \leq L_k, \text{ para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.6)$$

$$\sum_{j=1}^J T_{jkd} \leq cap_k, \text{ para } k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.7)$$

$$e_{jkd} \leq cap_k, \text{ para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.8)$$

$$e_{jkd} \geq s_{jkd}, \text{ para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.9)$$

$$ap_{id} + QS_{i(d-1)} \geq v_{id}, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.10)$$

$$ap_{id} + QS_{i(d-1)} \leq SL_i, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.11)$$

$$\sum_{i=1}^I QS_{id} \leq \sum_{i=1}^I SL_i, \text{ para } d = 1, \dots, D \quad (4.12)$$

$$e_{jkd} \leq s_{(j+1)kd}, \text{ para } j = 1, \dots, (J-1), \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.13)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (x_{ijkd} * QP_{jkd}) \leq (cap_k * qe_k), \text{ para } k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.14)$$

$$x_{ijkd} \in \{0,1\}, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.15)$$

$$s_{jkd}, e_{jkd}, ap_{id} \geq 0, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.16)$$

Onde:

$T_{jkd}$  – tempo de produção do conjunto  $j$  na extrusora  $k$  no dia  $d$ . Obtido conforme as equações em (4.1):

$$T_{jkd} = e_{jkd} - s_{jkd}, \quad \text{para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.1)$$

$QP_{jkd}$  – quantidade produzida do conjunto  $j$  na extrusora  $k$  no dia  $d$  (em kg). Obtida conforme as equações em (4.2):

$$QP_{jkd} = T_{jkd} * qe_k, \quad \text{para } j = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.2)$$

$ap_{id}$  – quantidade produzida do produto  $i$  no dia  $d$  (em kg). Obtida conforme as equações em (4.3):

$$ap_{id} = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (QP_{jkd} * x_{ijkd}), \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.3)$$

$QS_{id}$  – quantidade estocada do produto  $i$  no dia  $d$  (em kg). Obtida conforme as equações em (4.4):

$$QS_{id} = QS_{i(d-1)} + ap_{id} - v_{id}, \text{ com } QS_{i0} = ap_{i0}, \text{ para } i = 1, \dots, I, \quad d = 1, \dots, D \quad (4.4)$$

$I$  – número total de produtos considerados no planejamento.

$J$  – número máximo de conjuntos considerados no planejamento.

$K$  – número total de extrusoras.

$D$  – número máximo de dias em análise.

$cap_k$  – capacidade de produção da extrusora  $k$  (horas/dia).

$L_k$  – largura do cilindro da extrusora  $k$  (em metros).

$qe_k$  – quantidade produzida pela extrusora  $k$  (kg/hora).

$SL$  – limite máximo para estoque (em kg).

$l_i$  – largura do produto  $i$  (em metro).

$p_i$  – contribuição unitária do produto  $i$  (R\$/kg).

$c_i$  – custo de estoque do produto  $i$  (R\$/kg).



$v_{id}$  – quantidade vendida do produto  $i$  no dia  $d$  (em kg).

A modelagem matemática apresentada trata de um modelo de Programação Não-Linear Inteira Mista, tendo em vista que uma das variáveis assume apenas valores inteiros (mais especificamente, binários) e, além disso, a função objetivo e algumas restrições não são de natureza linear.

## 5 VALIDAÇÃO DO MODELO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para validação do modelo matemático, dois contextos foram criados exemplificando situações reais.

No primeiro contexto, a empresa de sacolas plásticas possui apenas uma máquina extrusora ( $K=1$ ) e deseja fazer o escalonamento da produção na mesma. Isso será feito em apenas um dia ( $D=1$ ), para fins de avaliação. A empresa produz apenas dois tamanhos de sacolas plásticas ( $I=2$  e, conseqüentemente,  $J=2$ ). A largura do cilindro da extrusora ( $L_k$ ) é de apenas 1 metro. A capacidade de produção da máquina ( $cap_k$ ) é de 20 horas/dia e a quantidade produzida por hora ( $qek$ ) é de 20 kg de plástico. O limite máximo para estoque de ambos os produtos é de 400 kg.

Os produtos possuem as seguintes características:

Produto 1 – Largura: 0,6 metro. Contribuição unitária: R\$ 15,00/kg. Custo de estocagem: R\$ 3,00/kg.

Produto 2 – Largura: 0,55 metro. Contribuição unitária: R\$ 14,00/kg. Custo de estocagem: R\$ 2,00/kg.

A quantidade a ser vendida dos produtos no dia em análise é, respectivamente: 117 kg e 110 kg. Por fim, o dia em análise começa com a seguinte quantidade estocada dos produtos, respectivamente: 100 kg e 90 kg.

Através desses dados, o problema de escalonamento da produção foi resolvido utilizando-se o modelo matemático proposto na seção 4. A resolução foi executada através do *software* LINGO 15.0, que possui a capacidade de resolver problemas de programação matemática de vários tipos.

A Figura 5.1 mostra o código do modelo matemático no *software* LINGO 15.0, que serve de entrada para resolução do problema.

```

MAX = x1111*QP111*15 + x1211*QP211*15 + x2211*QP211*14 + x2111*QP111*14 - 3*QS11 - 2*QS21;

!Variáveis Secundárias;
T111=e111-s111;
T211=e211-s211;

QP111=T111*20;
QP211=T211*20;

ap11 = QP111*x1111 + QP211*x1211;
ap21 = QP111*x2111 + QP211*x2211;

QS11= 100 + ap11 - 117;
QS21= 90 + ap21 - 110;

!Restrições em (4.6);
x1111*0.6 + x2111*0.55 <= 1;
x1211*0.6 + x2211*0.55 <= 1;

!Restrições em (4.7);
T111 + T211 <= 20;

!Restrições em (4.8);
e111 <= 20;
e211 <= 20;

!Restrições em (4.9);
e111 >= s111;
e211 >= s211;

!Restrições em (4.10);
ap11 + 100 >= 117;
ap21 + 90 >= 110;

!Restrições em (4.11);
ap11 + 100 <= 400;
ap21 + 90 <= 400;

!Restrições em (4.12);
QS11 + QS21 <= 800;

!Restrições em (4.13);
e111 <= s211;

!Restrições em (4.14);
x1111*QP111 + x1211*QP211+ x2111*QP111+ x2211*QP211*20 <= (20*20);

!Restrições em (4.15);
@BIN(x1111);
@BIN(x1211);
@BIN(x2111);
@BIN(x2211);

```

Figura 5.1 - Código do modelo matemático no software LINGO 15.0

Após a escrita do modelo matemático no *software*, o mesmo retornou um potencial de lucro ótimo de R\$ 4.891,00 em 1,00 segundo. O valor ótimo da função objetivo e das variáveis estão mostrados na Figura 5.2.

Local optimal solution found.	
Objective value:	4891.000
Objective bound:	4891.000
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	2
Total solver iterations:	49
Elapsed runtime seconds:	1.00
Variable	Value
X1111	0.000000
QP111	310.0000
X1211	1.000000
QP211	90.00000
X2211	0.000000
X2111	1.000000
QS11	73.00000
QS21	290.0000
T111	15.50000
E111	15.50000
S111	0.000000
T211	4.500000
E211	20.00000
S211	15.50000
AP11	90.00000
AP21	310.0000

Figura 5.2 - Valores ótimos gerados pelo LINGO 15.0 – Contexto 1

Através da Figura 5.2, nota-se que, como a variável  $x_{1111}$  é igual 0 e  $x_{2111}$  é igual a 1, apenas o produto 2 faz parte do conjunto 1 de produção. Já a variável  $x_{1211}$  é igual 1 e  $x_{2211}$  é igual a 0, então apenas o produto 1 faz parte do conjunto 2 de produção. Ou seja, cada conjunto possui apenas um produto, isto é, em nenhum momento os produtos são feitos

simultaneamente.

O conjunto 1, que contém exclusivamente o produto 2, deve ser produzido durante  $T_{111}=15,5$  horas, resultando, assim, em  $ap_{21} = 310$  kg produzidos do produto 2. O conjunto 2, que contém apenas o produto 1, deve ser produzido durante as últimas 4,5 horas (ver  $T_{211}$ ), resultando, assim, em  $ap_{11} = 90$  kg produzidos do produto 1.

Note que o produto 2 possui uma quantidade estocada ( $QS_{21}$ ) maior que o produto 1 ( $QS_{11}$ ). Isso ocorre, pois o custo de estocagem do produto 2 é mais baixo (R\$ 2,00/kg), logo, a empresa não terá impacto negativo se possuir muito desse produto em estoque.

Aumentando-se o custo de estocagem do produto 2 para R\$ 4,00/kg, o *software* altera a quantidade estocada deste produto de  $QS_{21} = 290$  kg para  $QS_{21} = 80$  kg. Por outro lado, a quantidade em estoque do produto 1 aumentou, significativamente, de  $QS_{11} = 73$  kg para  $QS_{11} = 283$  kg. Isso ocorre porque o custo de estocagem do produto 2 aumentou, não valendo mais a pena para a empresa manter uma grande quantidade desse produto em estoque. Por outro lado, como o custo de estocagem do produto 1 (R\$ 3,00/kg) agora passa a ser menor que o do produto 2 (R\$ 4,00/kg), a empresa aumenta o estoque do produto 1.

No segundo contexto, a empresa produz apenas um produto ( $I=1$  e, consequentemente,  $J=1$ ), mas possui duas extrusoras ( $K=2$ ), e ainda  $D=2$ . A largura do cilindro da extrusora ( $L_k$ ) é de 1 metro. A capacidade de produção das duas máquinas é de 20 horas/dia e a quantidade produzida por hora de ambas é de 20 kg de plástico. O limite máximo para estoque é de 400 kg. O produto possui as seguintes características: Largura: 0,6 metro. Contribuição unitária: 15,00 R\$/kg. Custo de estocagem: R\$ 3,00/kg. A quantidade a ser vendida nos dois dias é, respectivamente: 117 kg e 134 kg. O primeiro dia começa com 100 kg estocados do produto.

Através do *software* LINGO 15.0, têm-se um potencial de lucro ótimo de R\$ 5.457,00 obtido em 0,06 segundos, conforme mostrado na Figura 5.3.

Local optimal solution found.			
Objective value:		5457.000	
Objective bound:		5457.000	
Infeasibilities:		0.000000	
Extended solver steps:		0	
Total solver iterations:		6	
Elapsed runtime seconds:		0.06	
Variable	Value	Variable	Value
X1111	1.000000	S111	0.000000
QP111	15.76543	T112	19.93827
X1112	1.000000	E112	19.93827
QP112	398.7654	S112	0.000000
X1121	1.000000	T121	0.6172839E-01
QP121	1.234568	E121	0.6172839E-01
X1122	1.000000	S121	0.000000
QP122	1.234568	T122	0.6172839E-01
QS11	0.000000	E122	0.6172839E-01
QS12	266.0000	S122	0.000000
T111	0.7882716	AP11	17.00000
E111	0.7882716	AP12	400.0000

Figura 5.3 - Valores ótimos gerados pelo LINGO 15.0 – Contexto 2

Através da Figura 5.3 nota-se que, no dia 1, a produção do produto está distribuído nas duas extrusoras, já que  $x_{1111}$  e  $x_{1121}$  são iguais a 1. A mesma situação ocorre no dia 2, pois  $x_{1112}$  e  $x_{1122}$  também são iguais a 1. Somando-se os tempos de produção dos conjuntos no primeiro dia ( $T_{111}$  e  $T_{121}$ ) e no segundo dia ( $T_{112}$  e  $T_{122}$ ), percebe-se que essas somas não excedem a capacidade das máquinas, que é 20 horas/dia para ambas. Portanto, a produção nas duas extrusoras poderia ser facilmente condensada para apenas uma máquina e, dessa forma, o valor ótimo também poderia ser atingido. Isso ocorre pois para esta situação há mais de uma solução ótima. Portanto, às vezes faz-se necessário realizar análises a exemplo desta a fim de identificar outros valores ótimos ou mais viáveis em situações reais.

Por fim, dada as situações já expostas, a eficácia do modelo evidencia-se através do resultado ótimo encontrado para as situações mostradas, e ainda, nas Figuras 5.2 e 5.3, a linha “Infeasibilities” mostra que 0 (zero) restrições foram violadas. Além disso, os valores das variáveis atendem as características do problema, já que foi definido quais produtos devem ser processados em cada máquina e os momentos em que isso deve ser feito. Ademais, essa determinação permite com que se obtenha o menor número de conjuntos de produção necessários em cada máquina; isto é, o modelo matemático permite um melhor balanceamento da produção, já que cada máquina produz vários produtos ao mesmo tempo, promovendo uma melhor utilização do tempo.

Para validação, outras situações de maior complexidade também foram criadas, mas a versão usada do *software* apresentado é restrita à resolução de problemas com poucas variáveis.

## 6 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

A contribuição deste trabalho em termos de escalonamento e balanceamento da produção não se restringe ao desenvolvimento de um modelo para uma aplicação prática. Estende-se, ademais, a uma contribuição a nível teórico através da conceituação dos temas supracitados, tais como definições, classificações e métodos de solução a fim de providenciar um entendimento acerca dos assuntos trabalhados.

De outra parte, o modelo matemático foi desenvolvido com o objetivo de contribuir com a empresa Sanplastil, para que a mesma possua uma ferramenta científica para realizar o escalonamento da produção em suas máquinas extrusoras.

Para validação dessa ferramenta, foram elaboradas duas situações-exemplo. O modelo foi aplicado em ambas e mostrou-se eficaz, pois o valor ótimo foi encontrado e os valores das

variáveis de decisão mostraram-se compatíveis com as características do problema. Assim, a Sanplastil pode beneficiar-se ao utilizar o modelo proposto por este trabalho.

Para continuidade deste trabalho, propõe-se a aplicação do modelo matemático em outras situações-exemplo de maior complexidade e também a aplicação da ferramenta na Sanplastil com todos os dados reais fornecidos pela empresa. Além disso, este trabalho sugere a utilização de vários métodos de aproximação para resolução do problema na dimensão real da empresa, a fim de que possa haver uma comparação entre os mesmos, possam ser analisadas as vantagens e desvantagens de cada um e também a possibilidade de avaliar um método melhor adequado às características do problema proposto. Por fim, propõe-se a realização do escalonamento da produção em todas as máquinas da Sanplastil, isto é, abrangendo todas as etapas de produção, para que a empresa possa ser ainda mais beneficiada em face a aplicação, em amplitude plenificada, de uma ferramenta capaz de fomentar melhorias no processo produtivo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, Giancarlo F.; PEINADO, Jurandir; GRAEML, Alexandre R. **Simulações de arranjos físicos por produto e balanceamento de linha de produção** - O estudo de um caso real no ensino para estudantes de engenharia. In: XXXV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. 2007.
- ALDAY, Hernan E. Contreras. O Planejamento Estratégico dentro do Conceito de Administração Estratégica. **Rev. FAE**, Curitiba, v.3, n.2, p.9-16, maio/ago. 2000.
- ALVES, P.C. **Otimização do Planeamento e Escalonamento da Produção na Indústria de Produtos Agro Químicos** - Aplicação ao Caso da SAPEC Agro. 2014. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Gestão Industrial) - Técnico Lisboa. 2014.
- AMORIM, Eryca Tatyane Martinho de. **Problema de Escalonamento de Projetos com Restrição de Recursos** - Uma Aplicação no Ramo de Petróleo. 2015.
- ARROYO, José Elias Claudio; RIBEIRO, Ralf Luís Pierre. Algoritmo Genético para o problema de escalonamento de tarefas em máquinas paralelas com múltiplos objetivos. **XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, v. 1, p. 1-11, 2004.
- BECKER, Christian; SCHOLL, Armin. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. **European journal of operational research**, v. 168, n. 3, p. 694-715, 2006.
- BLUM, Christian. Beam-ACO—Hybridizing ant colony optimization with beam search: An application to open shop scheduling. **Computers & Operations Research**, v. 32, n. 6, p. 1565-1591, 2005.

CARRAVILLA, Maria Antónia. **Layouts** - Balanceamento de linhas. 1998. 23 f. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

CHAVES, Antonio Augusto. **Modelagens exata e heurística para resolução do problema do caixeiro viajante com coleta de prêmio**. 2003. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado). Faculdade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto-MG.

CHIAVENATO, Idalberto. **Introdução à Teoria Geral da Administração**. 7.ed. São Paulo: Campus, 2004.

CORRÊA, Henrique L; CORRÊA, Carlos A. **Administração de produção e operações: manufatura e serviços: uma abordagem estratégica**. 2ª Ed. São Paulo: Atlas, 2006.

DORIGO, Marco; BIRATTARI, Mauro; STUTZLE, Thomas. Ant colony optimization. **IEEE computational intelligence magazine**, v. 1, n. 4, p. 28-39, 2006.

FERNANDES, F.C.F.; FILHO, M.G.; CUTIGI, R.A.; GUIGUET, A.M. O uso da programação inteira 0-1 para o balanceamento de linhas de montagem - modelagem, estudos de caso e avaliação. **Production**, v. 18, n. 2, p. 210-221, 2008.

FRAGA, Tatiana Balbi. **Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional para a Programação da Produção de Empresas do Setor de Confecções do Município de Nova Friburgo**. 2006. Dissertação (Pós-Graduação em Modelagem Computacional) - Instituto Politécnico, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, RJ.

FUCHIGAMI, Hélio Yochihiro. **Métodos heurísticos construtivos para o problema de programação da produção em sistemas flow shop híbridos com tempos de**

**preparação das máquinas assimétricos e dependentes da seqüência.** 2005. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

GAITHER, Norman; FRAZIER, Greg. **Administração de produção e operações.** 8. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

GIGANTE, Rodrigo Luiz. **Heurística construtiva para a programação de operações flow shop permutacional.** Dissertação (Mestrado). 90 p. 2010. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. **Handbook of Metaheuristics.** Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003.

GONÇALVES, J. F.; MENDES, J. J. M.; RESENDE, M. G. C. A hybrid genetic algorithm for the job-shop scheduling problem. **European Journal of Operation Research**, v. 167, n. 1, pp. 77-95, 2005.

HOCHBAUM, D. S. (1999). **The Scheduling Problem.** Obtido em 25 de 01 de 2014, de RIOT: Remote Interactive Optimization Testbed: <http://riot.ieor.berkeley.edu/Applications/Scheduling/algorithms.html>

HOCHBAUM, Dorit S. ; SHMOYS, David B. Using Dual Approximation Algorithms for Scheduling Problems: Theoretical and Practical Results, **Journal of the Association for Computing Machinery**, vol. 34, n. 1, pp. 144-162, Janeiro 1987.

LE PAPE, Claude. **Constraint-based scheduling** - A tutorial. Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Summer School on Constraint Programming. 2005.



LIAW, Ching-Fang. A hybrid genetic algorithm for the open shop scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 124, n. 1, p. 28-42, 2000.

LÓPEZ, Oscar Ciro; BARCIA, Ricardo M.; EYADA, Osama. Problema de programação da produção um esquema de classificação. **Production**, v. 5, n. 2, p. 145-168, 1995.

MAGATÃO, Leandro; RODRIGUES, Luiz Carlos de Abreu; MARCILIO, Ivair; SKRABA, Marco. **Otimização do balanceamento de uma linha de montagem de cabines de caminhões por meio de programação linear inteira mista**. Proc. of XLIII SBPO, Ubatuba, p. 1-12, 2011.

MARTINS, Petrônio G.; LAUGENI, Fernando P. **Administração da produção**. Saraiva. São Paulo, 2005.

MORAIS, Márcia de Fátima; ROCHA, Rony Peterson da; CARVALHO, Larissa de. **Problemas de Programação da Produção - Uma Visão Geral dos Métodos de Solução**. 2015.

MULUK, Asmuliardi; AKPOLAT, Hasan; XU, Jichao. Scheduling problems—An overview. **Journal of Systems Science and Systems Engineering**, v. 12, n. 4, p. 481-492, 2003.

NADERI, B.; RUIZ, Rubén. The distributed permutation flowshop scheduling problem. **Computers & Operations Research**, v. 37, n. 4, pp. 754-768, 2010.

NORMAN, Matthew. **Scheduling Algorithms for the Open-shop Problem**. 2003. Tese de Doutorado. University of Leeds, School of Computer Studies.

NOSO, Fabio Tadashi; PELEGRINI, Fernando Tiago. **Otimização do balanceamento de uma linha de montagem de caixas de transmissão utilizando modelos matemáticos**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

ONWUBOLU, G., DAVENDRA, D. Scheduling flow shops using differential evolution algorithm. **Journal of Scheduling**, n. 8, pp. 145-159, 2006.

PINEDO, Michael. **Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems**. New York: Springer, 2012.

RIBEIRO, Celso Carneiro. Metaheurísticas e Aplicações. 2007. 223 slides.

RIBEIRO, F. F. **Um algoritmo genético adaptativo para a resolução do problema de sequenciamento em uma máquina com penalização por antecipação e atraso da produção**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2009.

RODRIGUES, Marco Antonio Pereira. **Problema do caixeiro viajante** - Um algoritmo para resolução de problemas de grande porte baseado em busca local dirigida. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

ROSSIT, Daniel Alejandro; TOHMÉ, Fernando; FRUTOS, Mariano. The non-permutation flow-shop scheduling problem: a literature review. **Omega**, 2017.

RUSSEL, Stuart; NORVIG, Peter. **Artificial Intelligence - A Modern Approach**, 2003. EUA: Prentice Hall.

- SCHETTINI, Daniela Carla Decaro. **Eficiência produtiva da indústria de transformação nas regiões brasileiras: uma análise de fronteiras estocásticas e cadeias espaciais de Markov**. 2010. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.
- SENTHILKUMAR, P.; SHAHABUDEEN, P. GA based heuristic for the open job shop scheduling problem. **The international journal of advanced manufacturing technology**, v. 30, n. 3, p. 297-301, 2006.
- SILVER, Edward Allen. An overview of heuristic solution methods. **Journal of the operational research society**, v. 55, n. 9, p. 936-956, 2004.
- SLACK, Nigel; CHAMBERS, Stuart; JOHNSTON, Robert. **Administração da Produção**. 2ª edição. Tradução de Maria Teresa Corrêa de Oliveira e Fábio Alher. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2002.
- SOUZA, M. D. d; BORGONHONI, P. **A consolidação dos três níveis de planejamento e controle de produção**. In: Caderno de Administração. v. 15, n.2, p. 19-28, jul/dez. 2007.
- TANEV, Ivan T.; UOZUMI, Takashi; MOROTOME, Yoshiharu. Hybrid evolutionary algorithm-based real-world flexible job shop scheduling problem: application service provider approach. **Applied soft computing**, v. 5, n. 1, p. 87-100, 2004.
- TUBINO, Dalvio Ferrari. **Manual de planejamento e controle da produção**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.
- VARELA, Maria Leonilde Rocha. **Uma contribuição para o escalonamento da produção baseado em métodos globalmente distribuídos**. Tese de Doutorado, Universidade do Minho, Portugal, 2007.

## APÊNDICE A – Fluxograma da produção de sacolas plásticas da Sanplastil

