

1. Cho hàm số  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  biến được xác định bởi

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 - x_1 - 2x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_3 + 1$$

a) Xét tính lồi/lõm của  $f$ .

b) Xác định các điểm cực tiểu/cực đại toàn cục và giá trị nhỏ nhất/lớn nhất tương ứng của (nếu có).

2. Khảo sát 2 đại lượng  $x, y$ . Cho bảng dữ liệu như sau:

x	1	2	3	4
y	5.5	7	9.5	12

Với mỗi mô hình được cho sau, dùng phương pháp *bình phương nhỏ nhất* (least squares) xác định các tham số  $a, b$  của mô hình, tính chuẩn vector *phần dư* (residual) và dự đoán giá trị của  $y$  tại  $x_0 = 5$

a)  $y = a + b \ln x$

b)  $y = ae^{bx}$

3. Cho xích Markov có ma trận chuyển trạng thái

	1	2	3
1	0.6	0.3	0.1
2	0.2	0.5	0.3
3	0.2	0.1	0.7

Tìm

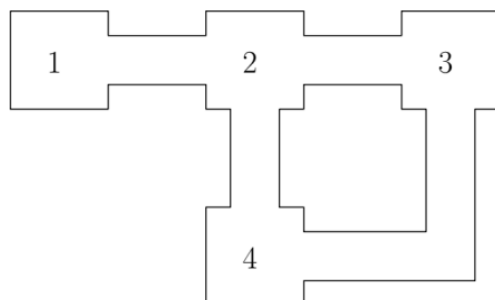
a)  $P(X_{10} = 1 | X_8 = 1, X_7 = 1)$

b)  $P(X_3 = 3)$

c)  $P(X_2 > X_1 > X_0)$

d)  $P(X_9 = 2 | X_{10} = 3)$

4. Một con chuột sống trong căn nhà gồm 4 phòng bố trí như hình sau



Giả sử mỗi ngày con chuột chỉ ở một phòng nào đó và lựa chọn ngẫu nhiên giữa việc tiếp tục ở lại và di chuyển sang “phòng bên” trong ngày kế tiếp. Chẳng hạn nếu đang ở Phòng 4 thì con chuột sẽ tiếp tục ở Phòng 4 hoặc di chuyển sang Phòng 2 hay Phòng 3 trong ngày kế tiếp với xác suất đều là  $1/3$

- a) Giả sử con chuột đang ở Phòng 1, tính xác suất con chuột vẫn ở Phòng 1 sau đó 5 ngày.
- b) Sau rất nhiều ngày, xác suất con chuột ở trong mỗi phòng là bao nhiêu?