



NIÊN KHÓA 2024-2025

## KIỂM TRA MẪU ĐỊNH KÌ LẦN 2

Môn: TOÁN HỌC TỔ HỢP

Thời gian làm bài: 60 phút, không kể thời gian phát đề

### ĐỀ MẪU

**Câu 1.** Gọi  $a_r$  là số nghiệm của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = r \quad (r \geq 0)$$

trong đó  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3, x_4$  là số nguyên chẵn không âm.

a) Tính hàm sinh của dãy  $\{a_r\}_{r \geq 0}$ .

b) Tính  $a_{20}$ .

**Câu 2.** Các ca sĩ  $a, b, c, d, e$  chọn các bài hát 1, 2, 3, 4, 5, 6 để trình diễn (mỗi ca sĩ chỉ hát một bài mình thích và không hát trùng bài với các ca sĩ khác). Biết rằng  $a$  không thích các bài 1 và 2,  $b$  không thích các bài 1, 2 và 3,  $c$  không thích bài 5,  $d$  không thích các bài 4, 5 và 6,  $e$  không thích bài 6. Hỏi nhóm các ca sĩ nói trên có bao nhiêu cách chọn bài hát để trình diễn ?

**Câu 3.** Cho  $a_0 = 0, a_1 = 1$  và  $a_{k+2} = a_{k+1} + a_k$  với mọi số nguyên dương  $k \geq 0$ . Tính hàm sinh của dãy  $\{a_r\}_{r \geq 0}$  và từ đó tính giá trị của  $a_{100}$ .

**Câu 4.** Sử dụng hàm sinh để tính giá trị của biểu thức

$$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3, n \geq 3.$$