BÀI GIẢNG

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG 1

(**Cơ và Nhiệt**)

NGUYỄN THỊ HUYỀN NGA

Email: nthnga@hcmus.edu.vn

Chương 4 : Cơ học vật rắn

CHƯƠNG 4. CƠ HỌC VẬT RẮN

4.1. Các dạng chuyển động của vật rắn

4.2. Phương trình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

4.3. Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.4. Động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định

4.5. Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

Định nghĩa:

Vật rắn là một hệ chất điểm mà *khoảng cách giữa các chất điểm luôn giữ không đổi trong quá trình chuyển động*

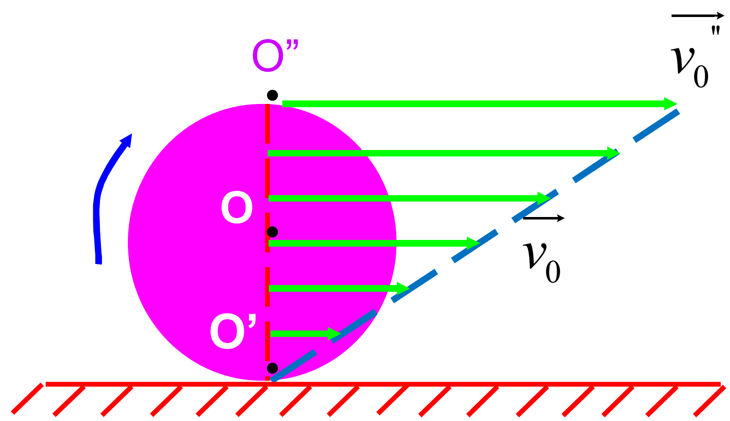
Có thể áp dụng các quy luật chuyển động của hệ chất điểm vào chuyển động của vật rắn!!!

Kim cương là một loại vật rắn!

Chuyển động của vật rắn

Chuyển động tịnh tiến

Chuyển động quay



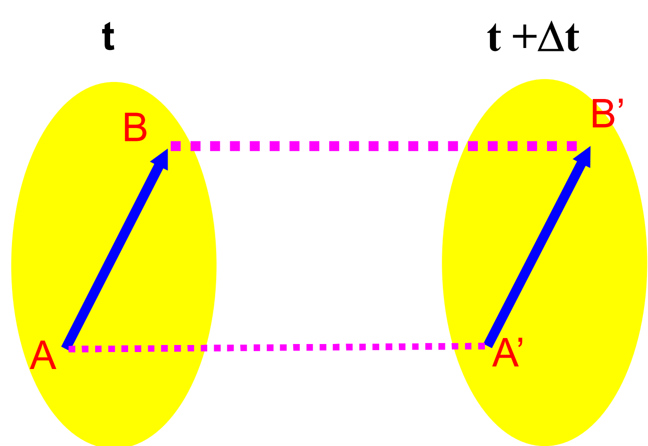
Hình 4.1: Sự lăn của hình trụ theo mặt phẳng là một chuyển động song phẳng

Chứng minh: Tổng hợp chuyển động của vật rắn được chứng minh qua chuyển động *song phẳng,* chuyển động trong đó mọi điểm của vật rắn được dịch chuyển trong những mặt phẳng song song với một mặt phẳng cố định

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

i. Định nghĩa: Chuyển động tịnh tiến là chuyển động mà trong đó đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của vật rắn luôn song song với chính nó.



Hình 4.2

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

ii. Đặc điểm: Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, mọi chất điểm của vật rắn có cùng véctơ vận tốc và cùng véctơ gia tốc.

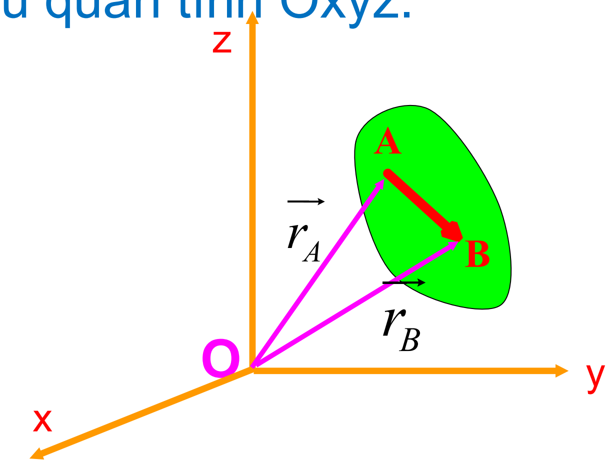
➢ Cho một vật rắn chuyển động trong hệ qui chiếu quán tính Oxyz.

Xét điểm A, B trên vật rắn:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \overrightarrow{AB}$$

Lấy đạo hàm hai vế biểu thức trên:

$$\frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\,\overrightarrow{AB}}{dt}$$



Hình 4.3 Chuyển động tịnh tiến của vật rắn

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

- $\overrightarrow{AB}$ luôn luôn song song với chính nó, nên:

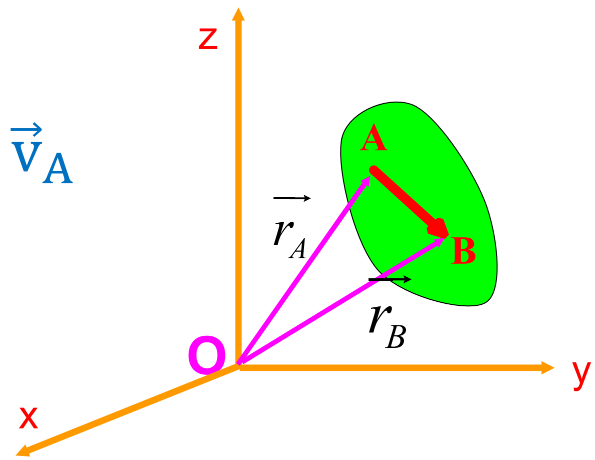
$$\frac{d\,\overrightarrow{AB}}{dt} = 0$$

Vậy: $\dfrac{d\vec{r}_B}{dt} = \dfrac{d\vec{r}_A}{dt} \Rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_A$

Vì A, B là hai điểm bất kỳ nên có thể suy ra:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{v}_C = \ldots \qquad (4.1)$$

Vậy: mọi điểm trên vật rắn đều có cùng véctơ vận tốc!!!



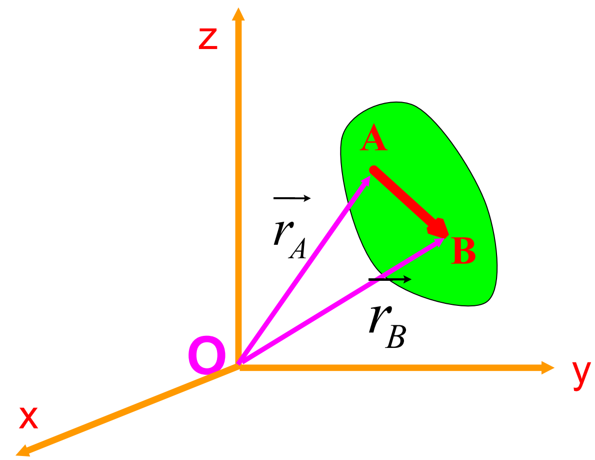
Hình 4.3 Chuyển động tịnh tiến của vật rắn

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

- Đạo hàm (4.1): $\frac{d\vec{v}_A}{dt} = \frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \ldots$
- Vậy: $\vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \ldots \quad (4.2)$

Nghĩa là:
Mọi điểm trên vật rắn đều có cùng véctơ gia tốc!!!



Hình 4.3 Chuyển động tịnh tiến của vật rắn

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iii. Khối tâm vật rắn:

- Định nghĩa:

Khối tâm của một vật rắn (ký hiệu là C) là điểm trung bình theo phân bố khối lượng của vật thể, hay là điểm tập trung khối lượng của vật thể khi thu gọn về một điểm.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iii. Khối tâm vật rắn: Công thức tìm khối tâm vật rắn:

Xem vật rắn như một hệ gồm n chất điểm. C được gọi là khối tâm của vật rắn nếu vị trí của C thoả công thức:

$$\overrightarrow{OC} = \vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

$$\vec{r}_C = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \qquad (4.3)$$

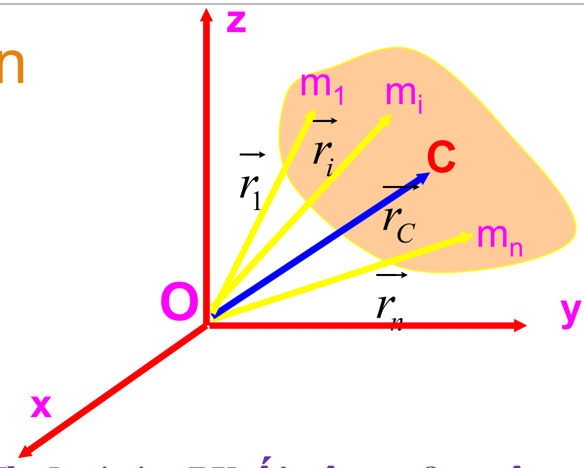
Trong đó:

- m_i và $\vec{r}_i$ lần lượt là khối lượng và véctơ vị trí của từng chất điểm thứ i.
- $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ là Tổng khối lượng vật rắn.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iii. Khối tâm vật rắn:



Hình 4.4: Khối tâm của vật rắn

- Nếu khối lượng của vật rắn là một phân bố liên tục thì (4.3) trở thành:

$$\vec{r}_C = \frac{1}{m}\int_m \vec{r}\,dm \qquad (4.4)$$

$$x_C = \frac{1}{m}\int_m x\,dm \qquad y_C = \frac{1}{m}\int_m y\,dm \qquad z_C = \frac{1}{m}\int_m z\,dm$$

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

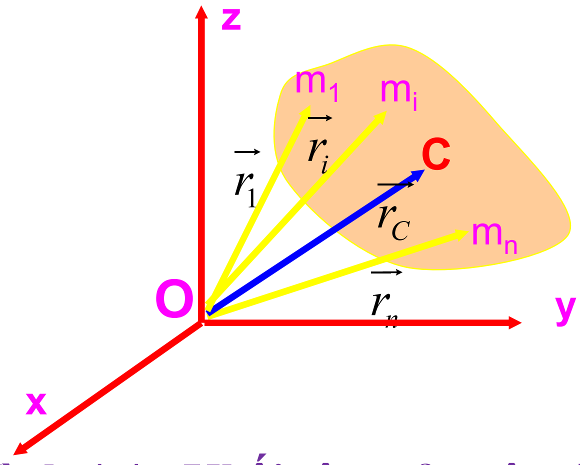
4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iii. Khối tâm vật rắn:

- Nếu chọn gốc tọa độ trùng với khối tâm C thì $\vec{r}_C = 0$ và từ (4.3) ta suy ra:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i = 0 \qquad (4.5a)$$

$$\int_m \vec{r}\, dm = 0 \qquad (4.5b)$$



Hình 4.4: Khối tâm của vật rắn

➢ Trong đó: $\vec{r}_i$ là bán kính vecto nối liền khối tâm với chất điểm m_i.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iii. Khối tâm vật rắn:

- Ví dụ: 1/ Khối tâm của hình cầu: tại tâm O của hình cầu vì hình cầu có tính đối xứng và các phần tử vật chất đều cách đều tâm của hình cầu cùng khoảng cách là R.

2/ Khối tâm của hình tam giác: là trọng tâm của giao điểm của 3 đường phân giác.

3/ Khối tâm của hình chữ nhật và hình vuông là giao của hai đường chéo.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iii. Khối tâm vật rắn:

❑ Đặc điểm của khối tâm:

1/ Vận tốc khối tâm: $\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$

➢ Mà động lượng vật rắn: $\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \vec{P}$

➢ Nên: $\vec{P} = m\vec{v}_c$

Vậy động lượng của vật rắn bằng tích số của khối lượng của vật rắn và vận tốc của khối tâm vật rắn đó !!!

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iii. Khối tâm vật rắn:

2. Gia tốc khối tâm: $\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{a}_i = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$

➢ Với: $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ là lực tổng hợp tác dụng lên vật rắn

$$\vec{F} = m\vec{a}_C \qquad (4.7)$$

Đây là phương trình động lực học của vật rắn bằng tích số của khối lượng vật rắn với **gia tốc của khối tâm** vật rắn đó=> giống phương trình động học của chất điểm khi vật rắn cđong tịnh tiến.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.1. Chuyển động tịnh tiến

iv. Kết luận:

- *Chuyển động tịnh tiến* của vật rắn tương đương với *chuyển động của khối tâm* của nó, với khối lượng m bằng khối lượng của vật rắn và ngoại lực F bằng hợp lực tác dụng lên vật rắn.
- Mặt khác **khối tâm cũng là một chất điểm**, do đó, có thể xem bài toán **chuyển động tịnh tiến của vật rắn như bài toán chuyển động của một chất điểm đặt tại khối tâm** và **có khối lượng bằng khối lượng của vật rắn**.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.2. Chuyển động tổng quát của vật rắn

❑ Xét chuyển động song phẳng bất kỳ của vật rắn

- Gọi C là khối tâm của vật rắn, M là một điểm bất kỳ của vật rắn nằm trong tiết diện S.
- Gọi O là gốc tọa độ, $\vec{r}_c$ và $\vec{r}_M$ là hai bán kính vectơ xác định vị trí của C và M.
- Theo qui tắc cộng vectơ, ta có: $\vec{r}_M = \vec{r}_C + \vec{r}$
- $\vec{r}$ là bán kính vectơ nối từ C tới M.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.2. Chuyển động tổng quát của vật rắn

➢ Lấy đạo hàm theo thời gian của biểu thức trên

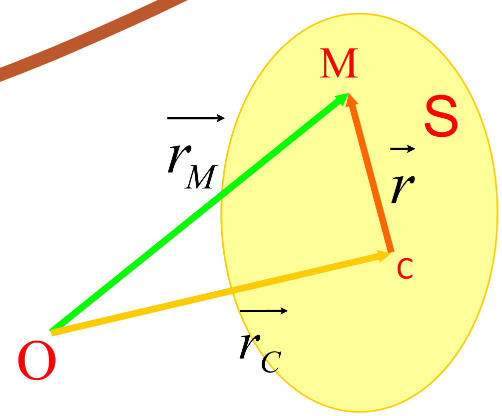
Vận tốc điểm M $\vec{v}_M$

Vận tốc khối tâm $\vec{v}_G$

$$\frac{d\vec{r}_M}{dt} = \frac{d\vec{r}_C}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\overrightarrow{v = \omega} \times \vec{r}$$

Vận tốc dài v của điểm M



Hình 4.5: Chuyeån ñoäng song phaúng cuûa vaät raén

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.2. Chuyển động tổng quát của vật rắn

➢ Vận tốc của điểm M trong chuyển động song phẳng bất kì.

$$\vec{v}_M = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Ý nghĩa

Chuyển động song phẳng bất kỳ của vật rắn bao giờ cũng có thể phân thành hai chuyển động thành phần:

- *Chuyển động tịnh tiến của khối tâm của vật rắn.*
- *Chuyển động quay của vật rắn quanh trục quay đi qua khối tâm.*

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.2. Chuyển động tổng quát của vật rắn

Lưu ý

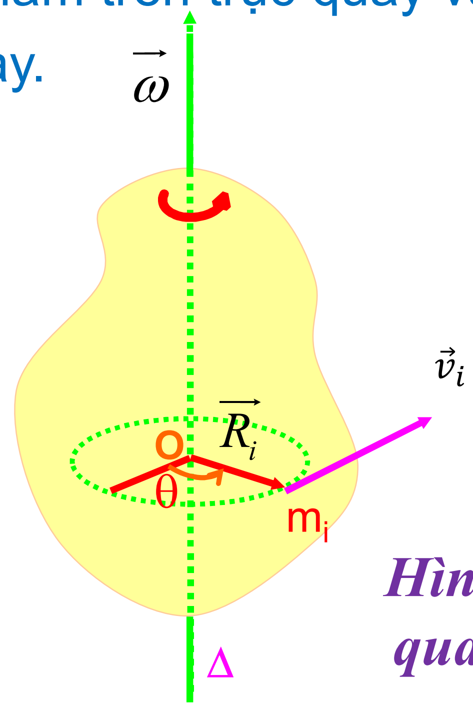
✓Trục quay trong trường hợp này không đứng yên mà luôn tịnh tiến trong không gian giống như khối tâm. Trục quay như thế gọi là *trục quay tức thời*.

✓Kết luận trên không chỉ đúng với khối tâm mà còn *đúng với một điểm bất kỳ trên vật rắn*.

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.3. Chuyển động quay quanh trục của vật rắn

- **Định nghĩa**: Là chuyển động mà các chất điểm của vật rắn có quĩ đạo là những vòng tròn tâm nằm trên trục quay và bán kính bằng khoảng cách từ chất điểm đến trục quay.



Hình 4.6: Chuyển động quanh trục của vật rắn

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.3. Chuyển động quay quanh trục của vật rắn

2) Đặc điểm:
Khi vật rắn quay quanh một trục thì

Sau thời gian t như nhau các chất điểm ở vật rắn quay những góc bằng nhau.
$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \ldots$

Các chất điểm có cùng vận tốc góc

Các chất điểm có cùng gia tốc góc

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.3. Chuyển động quay quanh trục của vật rắn

Các chất điểm có cùng vận tốc góc

- Do góc quay bằng nhau nên: $\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{d\theta_3}{dt} = \cdots \rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \cdots$

- Với trục quay cố định thì véctơ vận tốc góc cũng bằng nhau:

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_3 = \cdots \qquad (4.9)$$

Lưu ý: Khi quay chất điểm nào càng xa trục thì vận tốc dài càng lớn, chất điểm nằm trên trục thì vận tốc dài bằng không.

$$\boxed{v_i = R_i\omega_i = R_i\omega}$$

4.1 CÁC DẠNG CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

4.1.3. Chuyển động quay quanh trục của vật rắn

Các chất điểm có cùng gia tốc góc

- Do vận tốc góc bằng nhau nên: $\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} = \cdots \rightarrow \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \cdots$

- Với trục quay cố định thì :

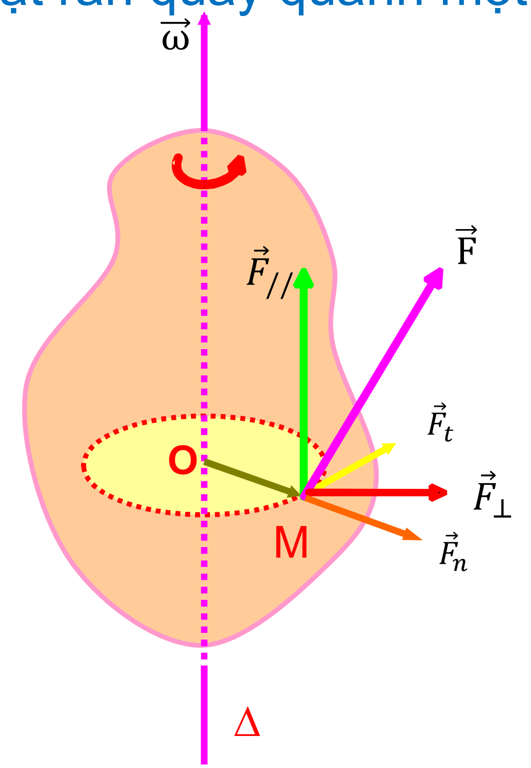
$$\vec{\beta}_1 = \vec{\beta}_2 = \vec{\beta}_3 = \cdots \qquad (4.10)$$

Lưu ý: Khi quay chất điểm nào càng xa trục thì gia tốc tiếp tuyến càng lớn, chất điểm nằm trên trục gia tốc tiếp tuyến bằng không.

$$\boxed{a_i = R_i\beta_i = R_i\beta}$$

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

➢ Xét vật rắn quay quanh một trục cố định dưới tác dụng của ngoại lực.



Hình 4.7: Lực tác dụng lên vật rắn quay quanh trục

Ta có thể phân tích $\vec{F}$ thành các thành phần khác nhau:

$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_\perp$$

Mà: $$\vec{F}_\perp = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

Vậy: $$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_t + \vec{F}_n}$$

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

$$\vec{F} = \boxed{\vec{F}_{//}} + \vec{F}_t + \boxed{\vec{F}_n}$$

Không thể làm cho vật rắn quay, nó chỉ có tác dụng làm cho vật rắn trượt dọc theo trục quay.

Không thể làm cho vật rắn quay, nó chỉ có tác dụng làm vật rắn dời khỏi trục quay, điều này cũng không thể có.

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

KẾT LUẬN

Trong chuyển động quay, tác dụng của lực $\vec{F}$ tương đương với tác dụng của thành phần $\vec{F}_t$ của nó.

Do đó, trong chuyển động quay quanh trục, để đơn giản ta chỉ xét đến những *lực tiếp tuyến* này !

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

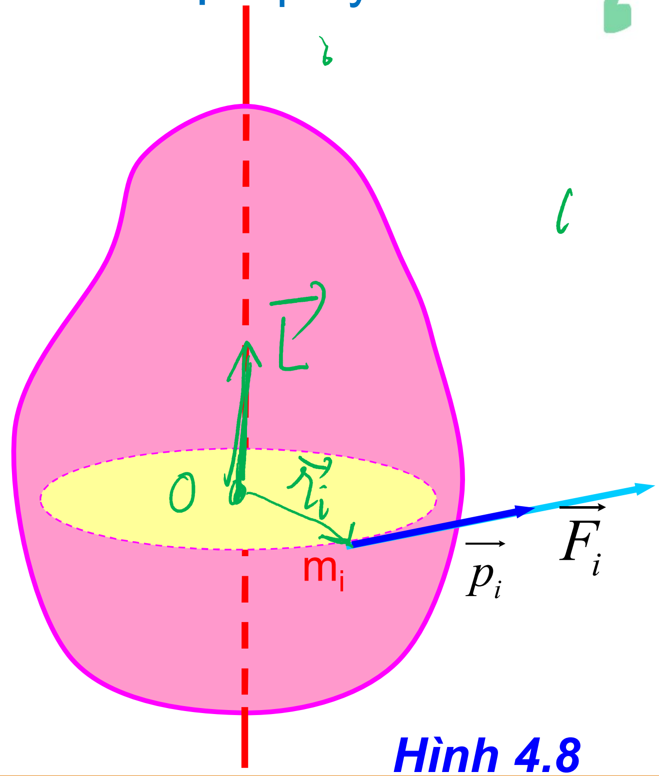
4.2.1. Mômen động lượng của vật rắn quay

➢ Mômen động lượng của chất điểm thứ i đối với trục quay là:

$$\vec{L}_i = \vec{R}_i \times \vec{p}_i$$

- $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$ **hướng theo phương *tiếp tuyến*.**
- $\vec{R}_i$ **hướng theo phương *bán kính*.**

⇨ $\vec{L}_i$ **hướng theo trục quay**



Hình 4.8

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

4.2.1. Mômen động lượng của vật rắn quay

➢ Véctơ mômen động lượng của vật rắn đối với trục quay:

$$\boxed{\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\mathrm{L}}_{\mathrm{i}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{R}_{\mathrm{i}} \ \mathrm{x}\ \vec{\mathrm{p}}_{\mathrm{i}}}$$

- $\vec{L}_i$ hướng theo trục quay nên $\vec{L}$ cũng hướng theo trục quay.
- Độ lớn: $$\mathrm{L} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{m_i R_i^2}\, \omega_{\mathrm{i}} \ vì\ p = mv = m.\omega.R$$
- Nên: $$\mathrm{L} = \omega \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{m_i R_i^2}$$

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

4.2.1. Mômen động lượng của vật rắn quay

- Đặt :

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 \qquad (4.12)$$

I gọi là Mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay (I tương đương với m đặc trưng cho mức quán tính trong cđông thẳng); Đơn vị: [I] = kg.m2

Vậy:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \qquad (4.13)$$

(Do $\vec{L}$ và $\vec{\omega}$ cùng phương)

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

4.2.2. Véctơ mômen lực đối với trục quay

➢ Véctơ mômen của lực $\vec{F}_i$ đối với trục quay :

$$\boxed{\overrightarrow{M_i} = \vec{R}_i x \vec{F}_i}$$

- $\vec{R}_i$ cánh tay đòn, là khoảng cách đến trục quay của véctơ lực tiếp tuyến.
- $\overrightarrow{M_i}$ hướng theo trục quay và có độ lớn: $M_i = R_i F_i$

➢ Véctơ mômen lực đối với trục quay tác dụng lên vật rắn:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{M_i} = \sum_{i=1}^{n} \vec{R}_i x \vec{F}_i \qquad (4.14)$$

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

4.2.3. Ptrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định quay

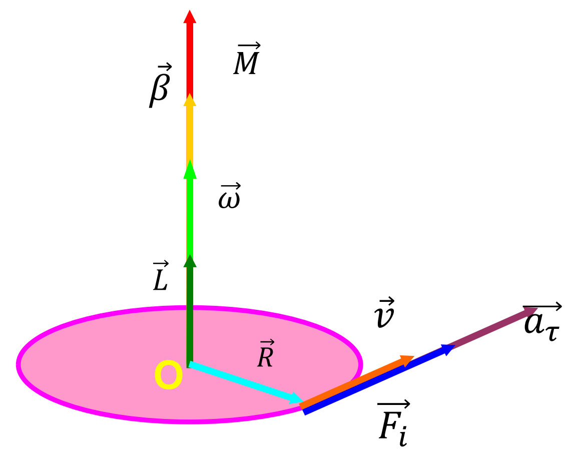
- Cho vật rắn quay quanh trục, ta có:

$$\vec{L}_i = \vec{R}_i x \vec{p}_i \qquad \Rightarrow \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{R}_i x \frac{d\vec{p}_i}{dt} + \frac{d\vec{R}_i}{dt} x \vec{p}_i = \vec{R}_i \text{ x } \vec{F}_i + \vec{v}_i \text{ x } m\vec{v}_i$$

- Vậy: $\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_i$

- Lấy tổng hai vế biểu thức trên ta có: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$

Kết luận: mối quan hệ giữa véctơ mômen động lượng $\vec{L}$ với véctơ mômen ngoại lực $\vec{M}$ đối với trục cũng có công thức giống như trường hợp đối với chất điểm.



Hình 4.9

4.2 PTrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định

4.2.3. Ptrình cơ bản của vật rắn quay quanh trục cố định quay

- Theo (4.13): $\vec{L} = I\vec{\omega}$ và $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ và $\vec{\beta}$ = $d\overrightarrow{\omega}/dt$

- Vậy: $\boxed{\vec{M} = I\vec{\beta} \quad (4.15)}$

$\Downarrow$

Phương trình cơ bản của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.

CĐ VẬT RẮN

Tịnh Tiến $\Downarrow$ $\boxed{F = m\vec{a_c}}$

Cđộ Quay $\Downarrow$ $\boxed{\vec{M} = I.\vec{\beta}}$

$I = \sum m_i . r_i^2$

$\vec{r_c} = \frac{\sum m_i . \vec{r_i}}{\sum m_i}$

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.1. Công thức

- Mômen quán tính với một trục quay xác định cho vật rắn gồm các chất điểm phân bố rời rạc:

$$\boxed{I = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2}$$

- Khi vật rắn gồm các chất điểm phân bố liên tục:

$$\boxed{I = \int_m R^2 dm \qquad (4.16)}$$

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.1.1/ Mômen quán tính I của một thanh đồng chất đối với trục quay vuông góc với thanh tại trung điểm

➢ Bài toán 1:

Cho một thanh có chiều dài ℓ, khối lượng m, tiết diện S. Tìm mômen quán tính I đối với trục quay Δ là trung trực của thanh. Giả sử thanh nằm dọc theo trục Ox.

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.1.1/ Mômen quán tính I của một thanh đồng chất đối với trục quay vuông góc với thanh tại trung điểm $I = \int R^2 dm = \int x^2 . dm$

Chọn dm như hình vẽ. Ta có mlhe:

$$\frac{dm}{m} = \frac{dx}{l} \Rightarrow dm = m\frac{dx}{l}.$$

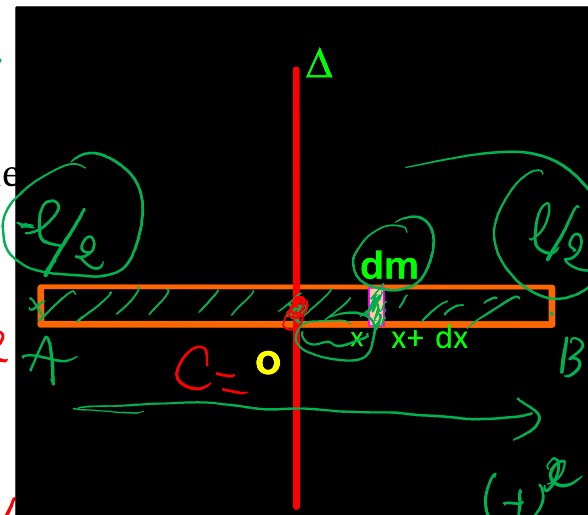
Type equation he

Thay vào (4.16), với R = x, ta có:

$$I = \int_m x^2\, dm \qquad \Rightarrow I = \frac{m}{l}.\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} x^2 dx = \frac{m}{l} \times \frac{x^3}{3}\Bigg|_{-l/2}^{l/2}$$

Với $\rho SI = m$ là khối lượng thanh.

➤Vậy: $\boxed{I = \frac{1}{12} m l^2 \qquad (4.17)}$ $\Rightarrow M = I\beta$



Hình 4.10: Mômen quán tính của thanh

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.1.2/ Mômen quán tính I của vòng tròn đối với trục quay là trục của vòng tròn

- Bài toán 2: (rỗng)

Cho vành tròn tâm O (hay khối trụ rỗng) bán kính R, khối lượng m. Tìm mômen quán tính của vòng tròn đối với trục quay là trục của vòng tròn.

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

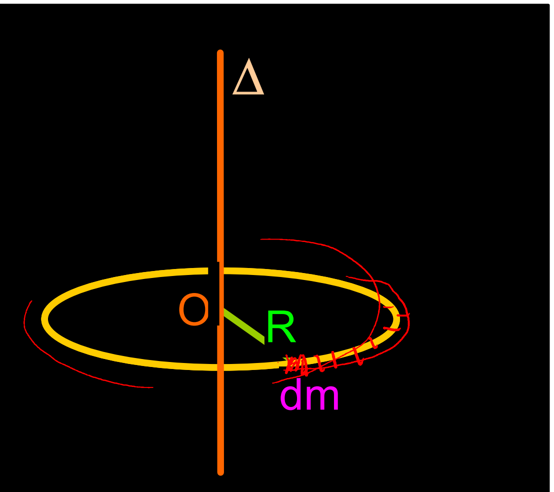
4.3.1.2/ Mômen quán tính I của vòng tròn đối với trục quay là trục của vòng tròn

➢ Giải:

Chia vòng tròn ra làm nhiều phần nhỏ có khối lượng dm, vì ở trên vòng tròn nên dm cách tâm O một khoảng bằng bán kính R. Vậy theo (4.16) ta có:

$$I = \int_m R^2 dm \Longrightarrow I = R^2 \int_m dm = mR^2$$

➢Vậy: $\boxed{I = mR^2 \quad (4.18)}$



Hình 4.11: Mômen quán tính của vòng tròn

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.1.3/ Mômen quán tính I của một đĩa tròn đối với trục quay là trục của đĩa

➢ Bài toán 3: (đồng chất) → đĩa CD

Cho một đĩa tròn mỏng tâm O (hay hình trụ đặc) bán kính R, khối lượng m. Tìm mômen quán tính của đĩa tròn đối với trục quay là trục của đĩa.

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.1.2/ Mômen quán tính I của vòng tròn đối với trục quay là trục của vòng tròn

$$\frac{dm}{M} = \frac{dx}{\ell} = \frac{dS}{S}$$

➢ Giải:

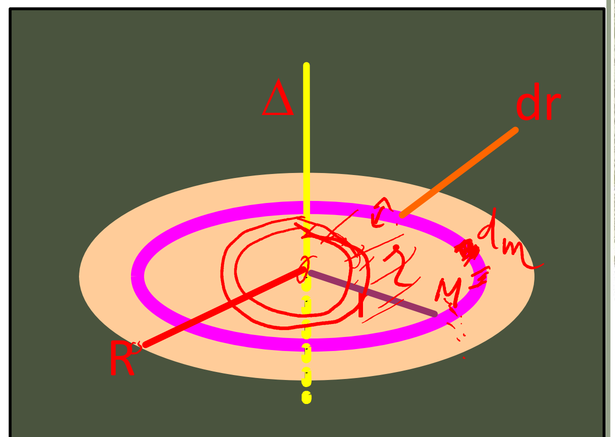
Chia đĩa thành nhiều vành có bề rộng rất nhỏ sao cho vành tròn tương đương những vòng tròn và lấy vành bất kỳ có bán kính trong r, bán kính ngoài r + dr,

πR^2

+ diện tích của vành là $dS = d(\pi r^2) = 2\pi r dr$ và

+ khối lượng của nó là: $dm = \frac{M}{S} \cdot dS$

$dm/M = dS/S \Rightarrow dm = \sigma dS$, với $\sigma = M/S$ là khối lượng trên đơn vị diện tích.



Hình 4.13: Mômen quán tính của đĩa tròn

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

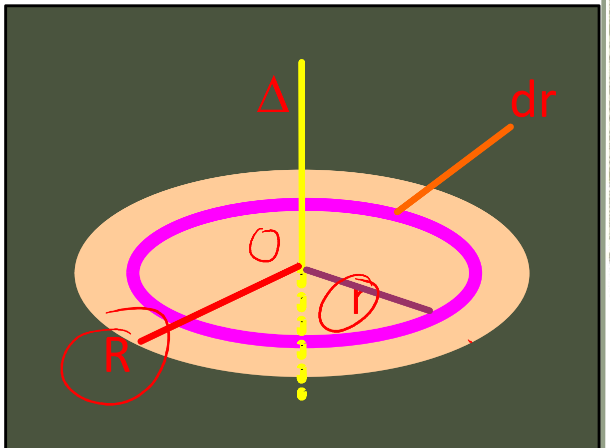
4.3.1.2/ Mômen quán tính I của vòng tròn đối với trục quay là trục của vòng tròn

$I = \int r^2 dm$

➢ Giải:

Theo công thức (4.18) tính mômen quán tính của vòng tròn ta được: $dI = r^2 dm$

$$dm = \sigma dS = \sigma 2\pi . rdr \Longrightarrow I = 2\sigma\pi \int_0^R r^3 dr = \frac{\sigma\pi}{2}[r^4]_0^R$$



Hình 4.13: Mômen quán tính của đĩa tròn

➢Với $m = \sigma\pi R^2$ nên:

$$\boxed{I = \frac{mR^2}{2} \qquad (4.19)}$$

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

Bài toán 4: Mômen quán tính của trụ rỗng, trụ đặc

Trụ rỗng

Chia trụ rỗng thành n vòng tròn, mỗi vòng có mômen quán tính:

$$I_i = m_i R_i^2 = m_i R^2$$

Mômen quán tính của trụ rỗng:

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 = R^2 \sum_{i=1}^{n} m_i = mR^2$$

Vậy: $\boxed{I = mR^2 \qquad (4.20)}$ ⇒ giống vành tròn

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

Bài toán 5: Mômen quán tính của trụ rỗng, trụ đặc

Trụ đặc

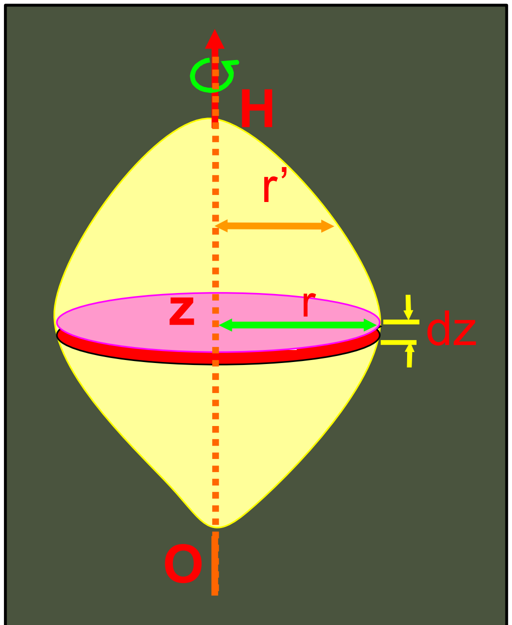
Chia hình trụ đặc thành n đĩa tròn, mỗi đĩa có mômen quán tính:

$$I_i = \frac{1}{2} m_i R_i^2 = \frac{1}{2} m_i R^2$$

Mômen quán tính của hình trụ đặc:

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i R^2 = \frac{1}{2} R^2 \sum_{i=1}^{n} m_i$$

Vậy: $$\boxed{I = \frac{1}{2} mR^2 \qquad (4.21)}$$ ⇒ giống đĩa tròn.



Hình 4.13

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

Bài toán 6: Mômen quán tính của các vật tròn xoay

- **Khái niệm:** *Vật tròn xoay* là những vật mà bề mặt của chúng được tạo thành bởi sự quay của một đường cong phẳng quanh một trục nằm trong mặt phẳng chứa đường cong đó.

Bài toán :

Tính mômen quán tính của vật tròn xoay đối với trục Oz khi biết sự phụ thuộc hàm r(z) và mật độ ρ.

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.1.5/ Mômen quán tính của các vật tròn xoay

- Giải:
- Ta chia vật thành những đĩa mỏng có chiều cao dz. Mômen quán tính của mỗi đĩa được tính theo (4.19):

$$dI = \frac{1}{2}dmr^2 = \frac{1}{2}\pi\rho r^4 dz$$

- Với dm = $\rho\pi r^2 dz$ là khối lượng của đĩa.
- Vậy mômen quán tính của hình tròn xoay:

$$I = \int_{vt} dI = \frac{1}{2}\pi\rho\int_0^H r^4 dz \qquad (4.22)$$

⇒ Áp dụng (4.22) ta tính mômen quán tính của hình nón và hình cầu.

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

Bài toán 7: Mômen quán tính của các vật tròn xoay

Hình nón

- Đối với hình nón thì hàm r(z) có dạng:

$$r = \frac{R}{H} z$$

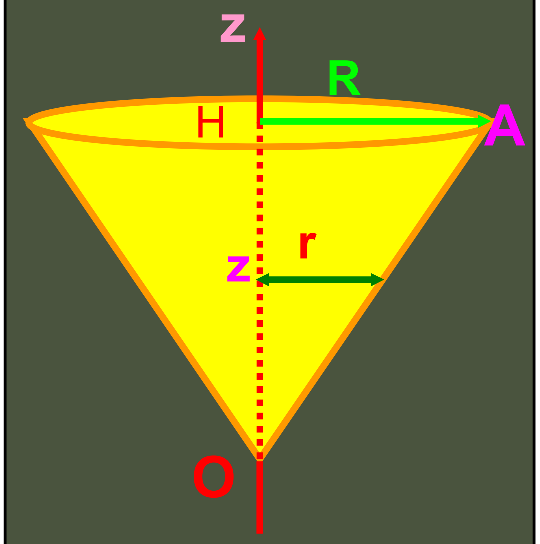
- Thay r vào (4.22), ta có:

$$I = \frac{1}{2}\pi\rho\left(\frac{R}{H}\right)^4 \int_0^H z^4 dz = \frac{1}{2}\pi\rho\left(\frac{R}{H}\right)^4 \frac{H^5}{5}$$

- Khối lượng hình nón: $m = \pi R^2 H\rho$

Vậy:

$$\boxed{I = \frac{3}{10} mR^2 \qquad (4.23)}$$



Hình 4.14

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

Bài toán 8: Mômen quán tính của các vật tròn xoay

Hình cầu

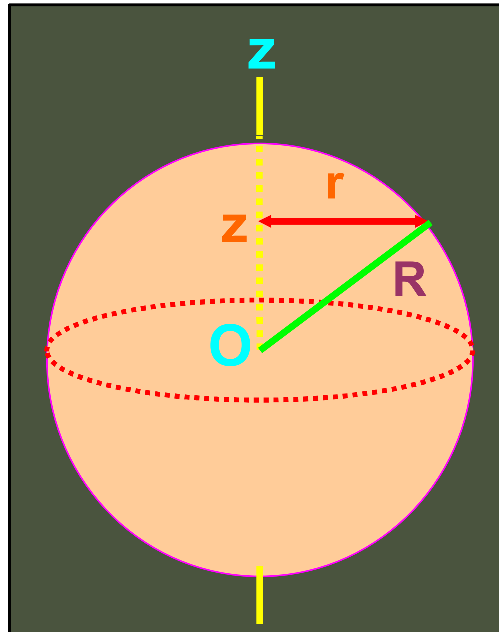
- Từ hình vẽ ta có: $r^2 = R^2 - z^2$
- Thay r vào (4.22), ta được:

$$I = \frac{1}{2}\pi\rho\int_{-R}^{R} r^4 dz = \pi\rho \int_{-R}^{R} (R^2 - z^2)^2 dz$$

$$= \pi\rho\left(R^5 - \frac{2}{3}R^5 + \frac{1}{5}R^5\right) = \frac{8}{15}\pi\rho R^5$$

- Với khối lượng quả cầu: $m = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$

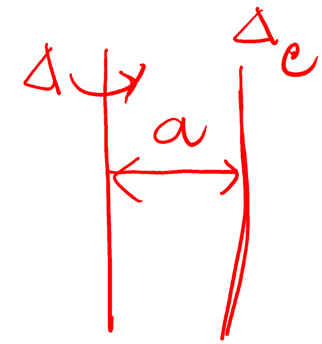
Vậy: $\boxed{I = \frac{2}{5}mR^2 \qquad (4.24)}$



Hình 4.15

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.2. Định lý Steiner – Huyghens cho mômen quán tính I đối với một trục bất kỳ không qua khối tâm



- Định lý Steiner – Huyghens

$$I_{\Delta} = I_C + ma^2 \qquad (4.25)$$

- *Với Δ: trục quay bất kỳ không qua khối tâm*

  Δ_c: trục quay qua khối tâm của vật và song song với $\Delta // \Delta_c$

  I : mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ bất kỳ.

  I_c: mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ_c qua khối tâm C.

  m : khối lượng của vật rắn

  a : khoảng cách giữa hai trục Δ và Δ_c

4.3 Mômen quán tính của một vài vật rắn đơn giản

4.3.2. Định lý Steiner – Huyghens cho mômen quán tính I đối với một trục bất kỳ không qua khối tâm

- Do đó: $I = I_C + ma^2$

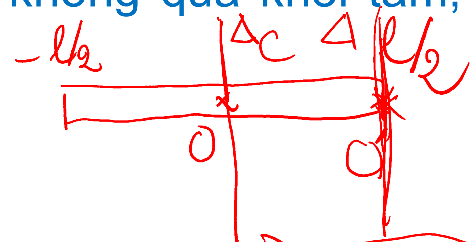
❖ Ví dụ: Tính mômen quán tính của thanh với trục quay không qua khối tâm, với *trục quay ở đầu thanh*=> a = l/2.

$$I = I_C + ma^2 \rightarrow a = \frac{l}{2}$$

$$I = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

Δ

$$\Rightarrow I_\Delta > I_c$$



$$I_{\Delta_C} = \frac{1}{12} m . l^2$$

4.4 Động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định

- Vật rắn quay quanh một trục có động năng K bằng động năng của tất cả các chất điểm tạo nên vật rắn $K = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i v_i^2$

Do: $v_i = R_i \omega_i$ nên $\quad K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 \omega_i^2$

Trong chuyển động quay thì mọi điểm có cùng vận tốc góc nên

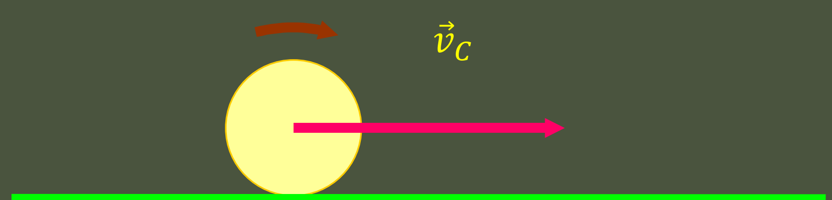
$$K = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Động năng quay của vật rắn: $\boxed{K = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad (4.16)}$

4.4 Động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định

- Động năng tịnh tiến: $Ktt = \frac{1}{2}mv_c^2$
- Nếu vật lăn: vừa tịnh tiến vừa quay thì: $K = K_{tt} + K_q$

$$\boxed{\mathbf{K = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}I\omega^2}}$$



Hình 4.18: Chuyển động quay và tịnh tiến của vật rắn

4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

4.5.1 Trường hợp một vật rắn

- Cho vật rắn quay quanh một trục cố định. Vật rắn cô lập thì mômen lực M tác dụng lên nó bằng không nên: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0$
- Vậy: $\boxed{\vec{\mathbf{L}} = \mathbf{I}\vec{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{const}}$

Khi vật rắn không bị tác dụng của ngoại lực hay tổng mômen ngoại lực tác dụng lên nó bằng không thì mômen động lượng của nó được bảo toàn.

4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

4.5.1 Trường hợp một vật rắn

❑ Ví dụ: Tốc độ quay của vũ công.

➢ Một vũ công quay tròn, ngoại lực tác dụng lên vũ công là trọng lực, vì trọng lực song song với trục quay nên:

$$\vec{M} = 0$$

➢ Vậy: $\boxed{\vec{\mathbf{L}} = \mathbf{I}\vec{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{const}}$

Một vũ công múa balê

4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

4.5.1 Trường hợp một vật rắn:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i R_i^2$$

R tăng

⬇

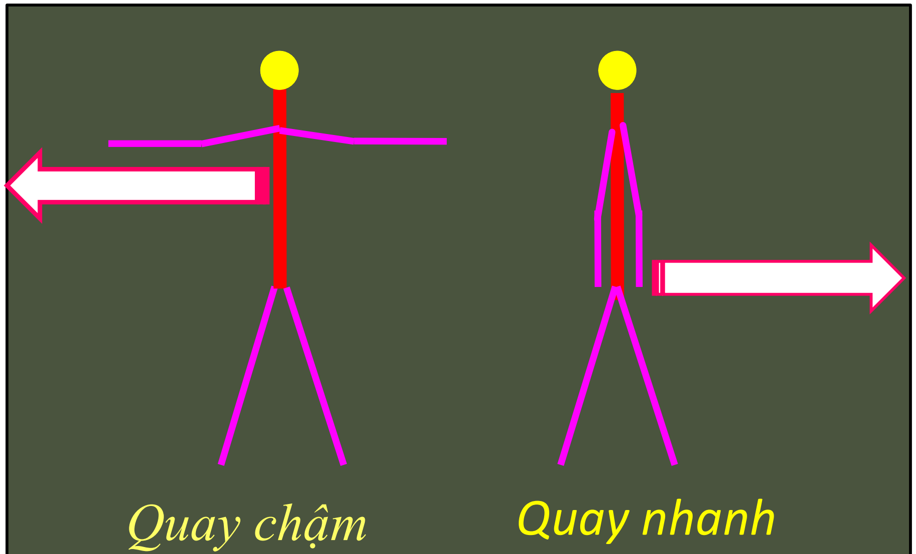
I tăng

⬇

ω giảm

⬇

quay chậm



Hình 4.19: Ví dụ định luật bảo toàn momen động lượng

R giảm

⬇

I giảm

⬇

ω tăng

⬇

quay nhanh

4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

4.5.2. Hệ gồm nhiều vật rắn quay quanh trục

- Gọi $\vec{L}_i$ mômen động lượng của vật rắn thứ i.
- $\vec{L}$ là mômen động lượng của hệ vật rắn.

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i$$

- Mà: $\vec{L}_i = I_i \vec{\omega}_i$

- Nên: $\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} I_i \vec{\omega}_i$

4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

4.5.2. Hệ gồm nhiều vật rắn quay quanh trục

- Gọi $\vec{M}$ là mômen lực toàn phần tác dụng lên vật rắn.
- Ta có: $$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$
- Vì: $$\vec{M} = 0 \Longrightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Longrightarrow \vec{L} = const$$
- Vậy: $$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} I_i \vec{\omega}_i = const \qquad (4.29)$$

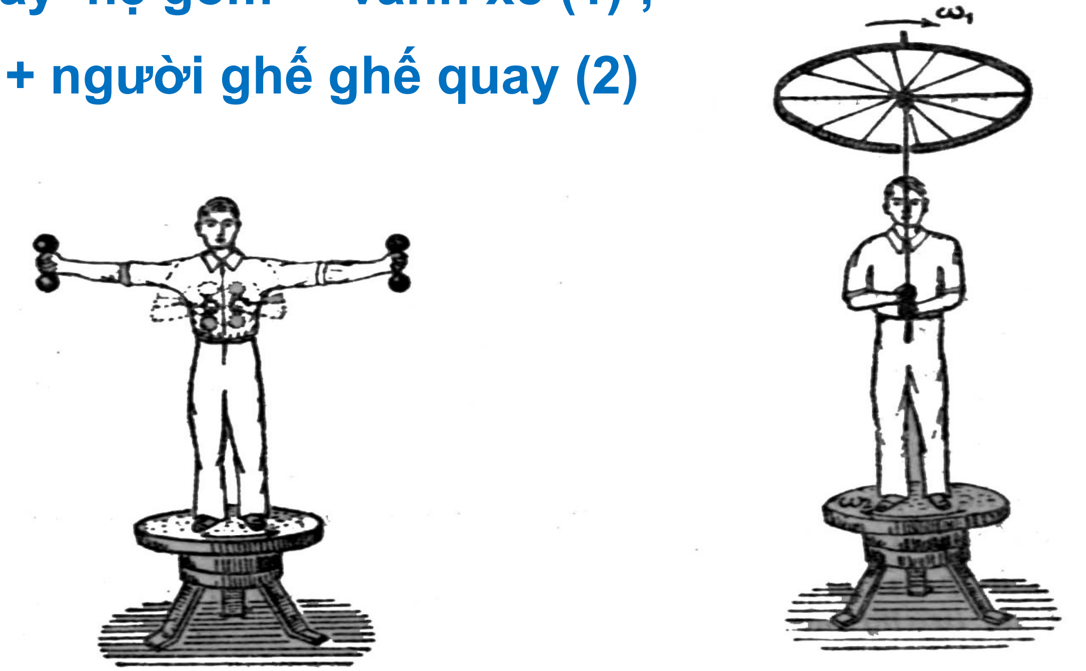
Nếu hệ cô lập hay mômen lực tổng hợp tác dụng lên hệ vật bằng không thì mômen động lượng của hệ được bảo toàn.

4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

4.5.2. Hệ gồm nhiều vật rắn quay quanh trục

<u>Ví dụ</u>: Ghế Xoay hệ gồm + vành xe (1) ;

+ người ghế ghế quay (2)



Hình 4.20

4.5 Định luật bảo toàn mômen động lượng của vật rắn quay

4.5.2. Hệ gồm nhiều vật rắn quay quanh trục

Giải thích

- Theo định luật bảo toàn mômen động lượng

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = 0$$

- I_1 là mômen quán tính của vành xe.
- I_2 là mômen quán tính của người và ghế.
- Ta suy ra: $\vec{\omega}_2 = -\dfrac{I_1}{I_2}\vec{\omega}_1$

Dấu trừ trong biểu thức trên chứng tỏ người và ghế quay ngược chiều so với chiều quay của vành xe như thực nghiệm đã xác nhận.

Tổng kết: **Momen quán tính của một số vật đồng chất đối với trục đối xứng của nó.**

1/ Thanh dài ℓ, tiết diện nhỏ: $I = \frac{1}{12}ml^2$

2/ Vành tròn có bán kính R (hay hình trụ rỗng):

$$I = m.R^2$$

3/ Đĩa tròn dày đặc có bán kính R (hay hình trụ dày đặc):

$$I = \frac{1}{2}.m.R^2$$

4/ Khối cầu đặc bán kính R: $I = \frac{2}{5}.m.R^2$

Vận dụng : Các bước làm cho các bài chuyển động của vật rắn:

+ Bước 1: Vẽ sơ đồ lực cho mỗi vật.
+ Bước 2: Chọn hệ tọa độ thích hợp.
+ Bước 3: Viết phương trình động lực học:

➢ Vật rắn quay quanh một trục:

$$\boxed{\sum \vec{M} = I\vec{\beta} \Rightarrow \sum M = I\beta \quad (4.15)}$$

➢ Vật rắn chuyển động lăn:

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m\vec{a} \\ \sum \vec{M} = I\vec{\beta} \end{cases}$$

Ví dụ 1: Tính gia tốc của hình trụ đặc lăn trên dốc nghiêng

Ví dụ: Tính gia tốc của hình trụ đặc?

Giải: Phương trình động lực học:

$$\vec{F}_{msn} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \qquad \vec{M}_{(F_{msn})} = I\vec{\beta}$$

Phương trình độ lớn:

$$P\sin\alpha - F_{msn} = ma (1)$$

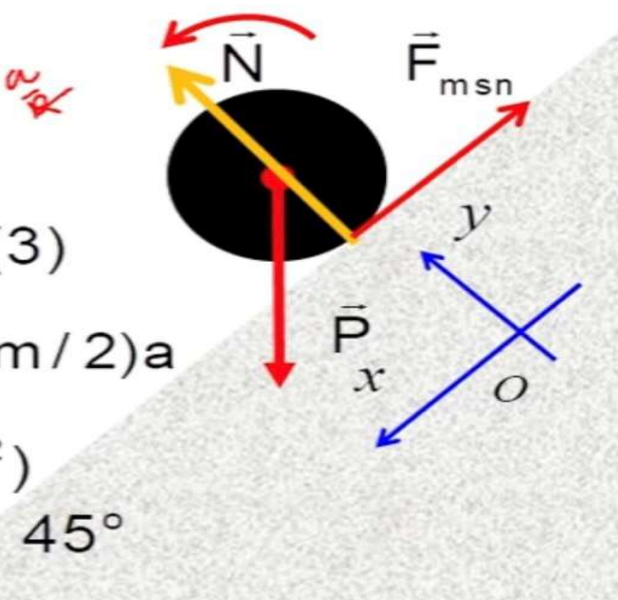
$$R x F_{msn} = I\beta (2)$$

Với: $\beta = a / R$ $\quad = \frac{1}{R}\cdot\frac{1}{2}m\cancel{R^2}\cdot\frac{a}{\cancel{R}}$

$$(2) \Rightarrow F_{msn} = \frac{I\beta}{R} = \frac{ma}{2} (3)$$

$$(1) + (3) \Rightarrow P\sin\alpha = (m + m/2)a$$

$$a = \frac{2}{3}g\sin\alpha = 4,4 (m/s^2)$$



Ví dụ 1: Tính gia tốc của hình trụ đặc lăn trên dốc nghiêng

Giải: Phương trình động học:

$\overrightarrow{F_{msn}} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$; $\overrightarrow{M_{(Fmsn)}} = I\vec{\beta}$

Phương trình độ lớn:

+ Theo ox: P.sin$\alpha - F_{msn} = ma$ (1)

+ Ptrinh chđộng quay: $RxF_{msn} = I\beta$ (2) $với$ $\beta = \frac{a}{R}$ và $I = \frac{1}{2}mR^2$

.

Từ (2) => $F_{msn} = \frac{I\beta}{R} = \frac{ma}{2}$ *(3)*

Thay (3) vào (1) => P.sinα = mg.sin$\alpha = \left(m + \frac{m}{2}\right)a$

=> $a = \frac{2}{3}g.\sin\alpha = 4{,}4\left(\frac{m}{s^2}\right)$

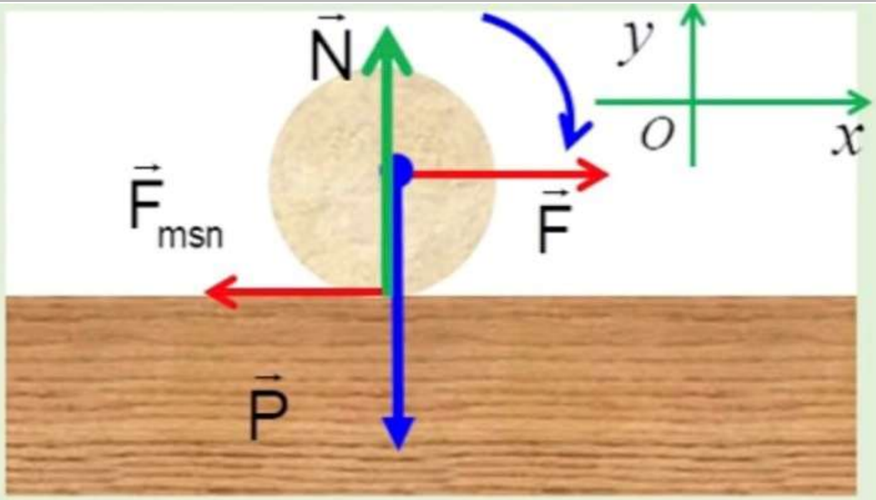
Ví dụ 2:

Quả cầu đặc nặng 5kg, tác dụng lực 20N làm nó không trượt trên mặt phẳng ngang, xác định gia tốc của nó?

Tóm tắt: $F = 20N, m = 5kg,$

$$Mômen\ quán\ tính\ của\ quả\ cầu\ đặc: I = \frac{2}{5}mR^2$$

Tính a =?



Tóm tắt:

$$\begin{cases} F = 20N; I = \dfrac{2}{5}mR^2; m = 5kg \\ a = ? \end{cases}$$

Giải: Phương trình động học:

$$\overrightarrow{F_{msn}} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a};\ \overrightarrow{M_{(Fmsn)}} = I\vec{\beta}$$

Phương trình độ lớn:

+ Theo ox: F$-F_{msn} = ma\ (1)$

+ Ptrinh chđộng quay: $RxF_{msn} = I\beta\ (2)\ \ với\ \beta = \frac{a}{R}\ \text{và I} = \frac{2}{5}\text{mR}^2$

.

Từ (2) => $F_{msn} = \frac{I\beta}{R} = \frac{2ma}{5}\ (3)$

$$Thay\ (3)\ vào\ (1) => F = \left(m + \frac{2m}{5}\right)a \Rightarrow a = \frac{5F}{7m} = 2{,}85\ (\frac{m}{s^2})$$

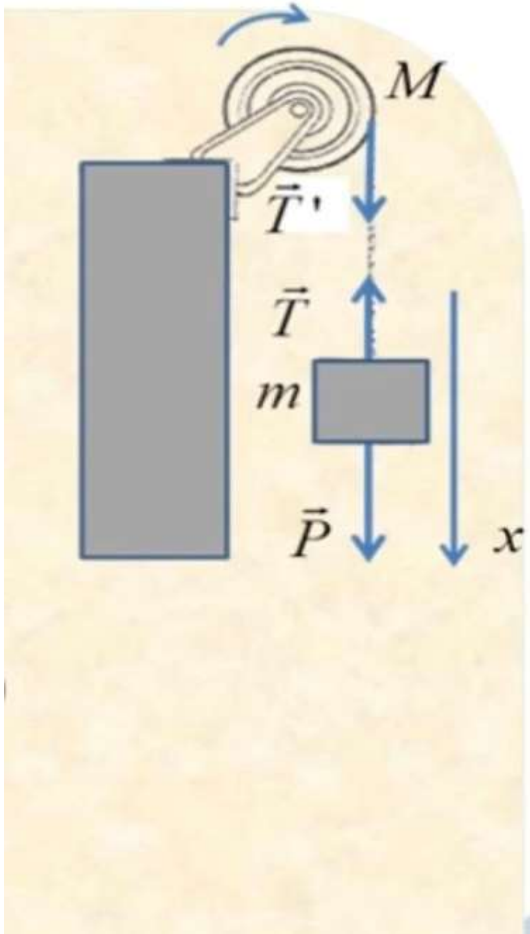
Ví dụ 3:

Cho một bánh xe có bán kính R, khối lượng M, Mômen quán tính I, quay xung quanh một trục nằm ngang không ma sát. Một sợi dây nhẹ được quấn quanh bánh xe và được buộc với một vật có khối lượng m như hình bên. Tìm gia tốc dài của vật và gia tốc góc của bánh xe?

(hình vẽ)

Giả thiết cho: R, M, I và m.

Tính a, và $\beta = \frac{a}{R}$ =?


M
$\vec{T}'$
$\vec{T}$
m
$\vec{P}$
x

Giải: Phương trình động học:

$+ \; Vật\ m\ tịnh\ tiến: \; \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a};$

$+ \; Ròng\ rọc\ M\ cđộng\ quay: \; \overrightarrow{M_{(T)}} = I\vec{\beta}$

Phương trình độ lớn:

+ Theo ox: $\mathrm{P} - \mathrm{T} = ma \; (1)$

+Ptrinh chđộng quay:$\mathrm{RxT'} = I\beta \; (2) \;\; với \; \beta = \frac{a}{R}$; $\mathrm{T} = \mathrm{T'}$ và $\mathrm{I} = \mathrm{MR}^2$

. Từ (2) => $\mathrm{T'} = \mathrm{T} = \frac{I\beta}{R} = \frac{Ia}{R^2}$ *(3)*

Thay (3) vào (1) => $P = \left(\mathrm{m} + \frac{I}{\mathrm{R}^2}\right) a \Rightarrow a = \frac{mg}{\left(\mathrm{m} + \frac{I}{\mathrm{R}^2}\right)}$

Gia tốc góc:

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{mg}{\left(\mathrm{m} + \frac{I}{\mathrm{R}^2}\right)R}$$

Ví dụ 4:

Một vận động viên trượt băng quay quanh một trục thẳng đứng với tốc độ góc 15 rad/s với hai tay dang ra, momen quán tính của người lúc này đối với trục quay là 1,8 kg.m^2. Sau đó, người này đột ngột thu tay lại dọc theo thân người, trong khoảng thời gian nhỏ tới mức có thể bỏ qua ảnh hưởng của ma sát với mặt băng. Momen quán tính của người lúc đó giảm đi 3 lần so với lúc đầu.

Tính động năng của người lúc đầu và lúc cuối.

$I_2 = I_1/3$

Giải:

- Động năng lúc đầu là :

$$W_{d1} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} .1,8.15^2 = 202,5J$$

- Vì tổng momen của các ngoại lực tác dụng lên hệ bằng 0, nên momen động lượng của hệ được bảo toàn :

$$I_2 w2 = I_1 w1 \Rightarrow w2 = 3w1$$

- Động năng lúc cuối là :

$$W_{d2} = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2} . \frac{I_1}{3} (3\omega_1)^2 = 3W_{d1} = 3x202,5 = 607,5J$$

Ví dụ 5:

Một bánh xe đạp chịu tác dụng của momen lực M_1 không đổi là 20 N.m. Trong 10 s đầu tốc độ góc của bánh xe tăng đều từ 0 đến 15 rad/s. Sau đó momen M_1 ngừng tác dụng, bánh xe quay chậm dần đều và dừng hẳn lại sau 30 s. Cho biết độ lớn momen của lực ma sát không đổi trong thời gian bánh xe quay và bằng $0{,}25M_1$.

a) Tính gia tốc của bánh xe trong các giai đoạn quay nhanh dần đều và chậm dần đều.

b) Tính momen quán tính của bánh xe đối với trục.

c) Tính động năng quay của bánh xe ở đầu giai đoạn chậm dần đều.

Giải:

a) Gia tốc của bánh xe

– Giai đoạn quay nhanh dần đều :

$$\gamma_1 = \frac{\omega_1 - \omega_o}{\Delta t_1} = \frac{15 - 0}{10} = 1,5 (rad/s)$$

– Giai đoạn quay chậm dần đều :

$$\gamma_2 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t_2} = \frac{0 - 15}{30} = -0,5 (rad/s)$$

b) Tính momen quán tính của bánh xe đối với trục (do msat sinh ra):

Ta có: Mms = 0,25M1.

$$I = \frac{M_{ms}}{\gamma_2} = \frac{-0,25.20}{-0,5} = 10 kg.m2$$

c) Động năng quay :

$$Wd = \frac{1}{2} I\omega_1^2 = \frac{1}{2}.10.15^2 = 1125(J)$$

Ví dụ 6:

Một điã tròn đồng chất có khối lượng m = 1 kg, bán kính R = 20 cm, đang quay đều quanh trục vuông góc với mặt điã và đi qua tâm của điã với tốc độ góc w0 = 10 rad/s . Tác dụng lên điã một momen hãm. Điã quay chậm dần đều và dừng lại sau khi đã quay được một góc 10 rad.

a) Tính momen hãm đó. ($M = I\gamma$=?)

b) Tính thời gian từ lúc chịu momen hãm đến khi điã dừng hẳn.

a) Momen hãm

Gia tốc góc :

$$\gamma = \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{2\varphi} = \frac{0 - 10^2}{2.10} = -5 rad/s2$$

Momen quán tính : $I = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{2}.1.(0,2)^2 = 0.02 kgm/s2$

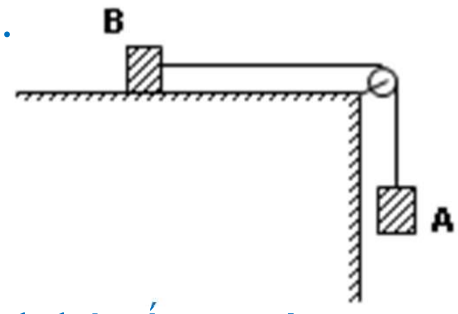
Momen hãm : $M = I\gamma = 0{,}02x(-5) = -0{,}1 N.m$

b) Thời gian điã quay đến khi dừng :

$$t = \frac{\omega - \omega_o}{\gamma} = \frac{0 - 10}{-5} = 2s$$

Ví dụ 7:

Hai vật A và B có cùng khối lượng m = 1 kg, được liên kết với nhau bằng một dây nhẹ, không dãn, vắt qua ròng rọc có bán kính R = 10 cm và momen quán tính I = 0,05 $kg.m^2$. Biết dây không trượt trên ròng rọc nhưng không biết giữa vật B và bàn có ma sát hay không. Lúc đầu, các vật đứng yên, sau đó hệ được thả ra. Người ta thấy sau 2 s, ròng rọc quay quanh trục của nó được 2 vòng và gia tốc của các vật A, B không đổi. Cho g = 9,8 m/s^2. Coi ma sát ở trục của ròng rọc không đáng kể.



a) Tính gia tốc góc của ròng rọc.

b) Tính gia tốc của hai vật.

c) Tính lực căng của dây ở hai bên ròng rọc.

d) Có ma sát giữa vật B và mặt bàn hay không ? Nếu có hãy tính hệ số ma sát.

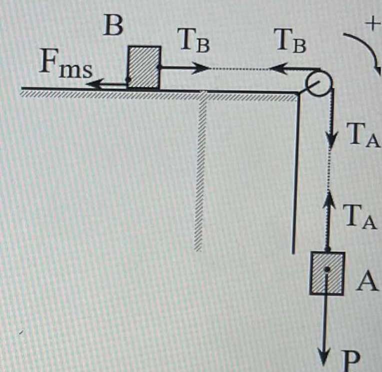
Giải:

a) Gia tốc góc γ của ròng rọc

Từ công thức $\varphi = \frac{1}{2}\gamma t^2 \Rightarrow \gamma = \frac{2\varphi}{t^2} = \frac{2.4\pi}{2^2} = 6{,}28\ \text{rad/s}^2$

b) Gia tốc a của hai vật

$$a = R\gamma = 0{,}1.6{,}28 \approx 0{,}63\ \text{m/s}^2$$



c) Lực căng T_A, T_B của dây ở hai bên ròng rọc

– Xét vật A : $mg - T_A = ma$

Suy ra : $T_A = m(g - a) = 1(9{,}8 - 0{,}63) \approx 9{,}17\ \text{N}$

– Xét ròng rọc : $(T_A - T_B)R = I\gamma$

Suy ra : $T_B = T_A - I\frac{\gamma}{R} = 9{,}17 - 0{,}05.\frac{6{,}28}{0{,}1} = 6{,}03\ \text{N}$

d) Hệ số ma sát μ : Vì $T_B = 6{,}03\ \text{N} > ma = 1.0{,}63\ \text{N}$, nên giữa vật B và bàn có ma sát

– Xét vật B : $T_B - F_{ms} = ma$

Suy ra lực ma sát : $F_{ms} = T_B - ma = 6{,}03 - 0{,}63 = 5{,}4\ \text{N}$

Hệ số ma sát giữa vật B và mặt bàn : $\mu = \frac{F_{ms}}{mg} = \frac{5{,}4}{1.9{,}8} = 0{,}55$