



NIÊN KHÓA 2024-2025

Đề thi gồm 3 trang

KIỂM TRA ĐỊNH KÌ LẦN 2

Môn: Thực hành TOÁN HỌC TỔ HỢP

Thời gian làm bài: Nộp trước ngày 8 tháng 1 năm 2025

Họ và tên thí sinh: Mã số học viên
Ngày kiểm tra:

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (10,0 điểm- 5/5 cho các ý). Tính a_r với mỗi $r \geq 0$ biết hàm sinh $F(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k x^k$ có dạng như sau:

a) $F(x) = \frac{e^{4x} - xe^{3x} - 4x^2 e^{6x}}{3}$

b) $F(x) = -\frac{9x^4 - 43x^3 + 91x^2 - 49x + 8}{(x-1)^3 (3x-1)^2} + 3e^{x^2}$

Câu 2 (10,0 điểm- 5/5 cho các ý). Với mỗi số nguyên không âm r , xét phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq r \quad (3)$$

a) Với điều kiện $x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4$, gọi a_r là số nghiệm của (3) với mỗi số nguyên không âm r .

(i) Hàm sinh của bài toán trên là

(ii) Tính a_r với mọi $r \geq 0$ và áp dụng tính a_{2025} .

b) Với điều kiện $x_1 \geq -2$ và $x_i \geq 0$ với $i \neq 1$. Gọi a_r là số nghiệm của (3) với mỗi số nguyên không âm r .

Câu 3 (10,0 điểm- 5/2.5/2.5 cho các ý). a) Sử dụng hàm sinh để tính số cách chọn ra 30 quả bóng từ các loại bóng màu xanh, đỏ và vàng trong đó số bo đỏ không ít hơn 2, số vi xanh không ít hơn 6 và số bi vàng phải chia hết cho 3.

b) Giả sử $\left(\sum_{k=0}^{+\infty} a_k \frac{x^k}{k!}\right) \left(\sum_{k=0}^{+\infty} b_k \frac{x^k}{k!}\right) = \sum_{k=0}^{+\infty} c_k \frac{x^k}{k!}$. Chứng minh rằng

$$c_n = \sum_{k=0}^n C_n^k a_k b_{n-k}, \forall n \geq 0.$$

c) Có bao nhiêu chuỗi ngũ phân (chỉ dùng các chữ số 0, 1, 2, 3, 4) có độ dài $k (k \geq 0)$ sao cho số lần xuất hiện của 4 là số chẵn và số 3 xuất hiện không quá 9 lần.

Câu 4 (10,0 điểm-5/5 cho các ý). Cho biết khai triển sau

$$\sum_{k=0}^{+\infty} k^2 x^k = \frac{x^2 + x}{(1-x)^3}.$$

a) Tìm hàm sinh của dãy $(a_r)_{r \geq 0}$ với $a_r = r^2 (r+2), \forall r \geq 2$.

b) Với mỗi số n , đặt

$$S_n = \sum_{k=0}^n a_k = a_0 + a_1 + \dots + a_n.$$

Dùng hàm sinh để xác định công thức tổng quát của S_n . Áp dụng kết quả ý b) để tính S_{2025} .

Câu 5 (10,0 điểm-5/5 điểm cho các ý). a) Dùng công thức đệ quy để tìm công thức tổng quát của dãy Fibornaci được cho như sau

$$a_0 = a_1 = 1, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \forall n \geq 0.$$

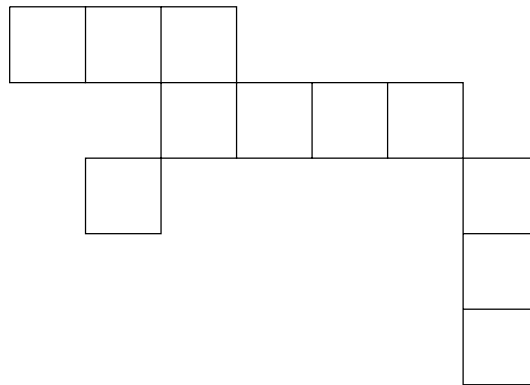
b) Tìm nghiệm của hệ thức đệ quy $a_0 = -\frac{1}{2}, a_1 = -2$ và

$$a_{n+2} = -2(n+2)a_{n+1} + 3(n^2 + 3n + 2)a_n + n^2(n+2)!, \forall n \geq 0.$$

Câu 6 (10,0 điểm- 5/5 điểm cho các ý'). a) Có bao nhiêu chữ số nhỏ hơn 10000 sao cho chúng có mặt các số 0, 5 và chia hết cho 2.

b) Cho hai tập hữu hạn có cùng phần tử $X = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ và $Y = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$. Có bao nhiêu ánh xạ $f: X \rightarrow Y$ sao cho $f(a_i) \neq b_i, \forall i = 1, 2, \dots, n$.

Câu 7 (10,0 điểm-5/5 điểm cho các ý). Cho bàn cờ như hình vẽ



a) Viết biểu thức đa thức quân xe cho bàn cờ trên.

b) Có bao nhiêu cách phân bổ 5 bạn A, B, C, D, E cho 7 nhiệm vụ a, b, c, d, e, f, g biết rằng

- A không đủ điều kiện để làm nhiệm vụ a, b, c, d .
- B không đủ tiêu chí để làm nhiệm vụ a, f, g .
- C không đủ tiêu chí để làm nhiệm vụ e, g .
- D, E không đủ tiêu chí để làm nhiệm vụ f .

Câu 8 (10,0 điểm- 5/2.5/2.5 cho các ý). Đặt S_n^k là số cách xếp n vật khác nhau vào k hộp giống nhau sao cho không có hộp nào trống. Gọi B_n là số phép phân hoạch của một tập hợp có n phần tử.

a) Tính giá trị của S_4^2, S_5^2, S_4^3 và S_5^4 .

b) Cho $N = 2790090303$. có bao nhiêu cách để phân tích N thành tích của nhiều hơn ba số nguyên > 1 .

c) Hãy cho biết cho bao nhiêu cách phân tích số $M = 147874786059$ thành tích các số nguyên lớn hơn 1

Câu 9 (10,0 điểm-5/5 điểm cho các ý). a) Cho $n \geq 3$ là số tự nhiên và bảng $n \times n$. Ta tiến hành tô các ô của bảng (nhưng không nhất thiết là tô tất cả) bảng màu đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách tô sao cho không có bất kì bảng con kích thước $(n-1) \times (n-1)$ được tô màu đỏ tất cả các ô.

b) Cho tập A gồm các số từ 1 đến 1323. Ban đầu ta chọn ba số phân biệt trong tập A , gọi là a_1, a_2, a_3 . Sau đó ta chọn thêm ba số phân biệt b_1, b_2, b_3 khác trong các số còn lại (khác a_1, a_2, a_3). Tính xác suất để chọn được các số sao cho một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước $a_1 \times a_2 \times a_3$ bỏ được trong chiếc hộp hình hộp chữ nhật kích thước $b_1 \times b_2 \times b_3$.

Câu 10 (10,0 điểm-5/5 điểm cho các ý). Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số sao cho

a) Các chữ số được tạo thành có đúng 3 chữ số nào đó xuất hiện đúng 2 lần.

b) Mỗi chữ số xuất hiện đúng hai lần và các chữ số giống nhau không được đứng gần nhau.

———— HẾT ————

1. Gửi qua mail `ttdat1323@gmail.com` file pdf chứa tất cả bài làm và gửi 1 lần duy nhất (kiểm tra cẩn thận trước khi gửi bản đầy đủ).
2. Hình thức : Có thể **đánh máy** hoặc **viết tay** và tổng hợp lại thành file pdf sau khi hoàn thành. Những trường hợp miễn thi gửi file pdf trắng với nội dung "Sinh viên được miễn làm bài".
3. Tên file pdf có format như sau(không dấu): ngày học_ ca học_MSSV_Họ và tên.
Ví dụ Nguyễn Văn A học ca 2 sáng thứ hai, lớp CTT2 và MSSV là 2023xxxxxx thì tên file sẽ là `S2C2_CTT2_2023xxxxxx_NguyenVanA`
Nguyễn Văn B học ca 2 chiều thứ ba, lớp CTT4 và MSSV là 2023xxxxxx thì tên file sẽ là `C3C2_CTT4_2023xxxxxx_NguyenVanB`
4. Nội dung mail:

The screenshot shows an email composition window. At the top, the sender is 'Dat Trần Tấn (ttdat1323@gmail.com)'. The subject line is 'Nộp bài thi đợt 2 môn TH Toán học Tổ hợp'. The body of the email contains labels for 'Họ và tên', 'Lớp', 'MSSV', and 'file PDF + code đính kèm(nếu có)', followed by a vertical line. At the bottom, there are two attachments: 'S4C1_CTT3_2023xxxxxx_NguyenVanA.pdf (4.776K)' and 'S4C1_CTT3_2023xxxxxx_NguyenVanA.txt (1K)', each with a close button (x).

5. *Yêu cầu làm bài:* Trình bày đầy đủ, logic và tính toán đúng đáp án.