Họ và tên: Nguyễn Thái Bảo MSSV 23120023

Đề 4

1)

Mệnh đề cần xét: $\{[p \to (q \vee \bar{r})] \Rightarrow p \vee q \vee r\}$

p	1	1	1	1	0	0	0	0
q	1	1	0	0	1	1	0	0
r	1	0	1	0	1	0	1	0
$\bar{r}$	0	1	0	1	0	1	0	1
$q \vee \bar{r}$	1	1	0	1	1	1	0	1
$p \to (q \vee \bar{r})$	1	1	0	1	1	1	1	1
$p \vee q \vee r$	1	1	1	1	1	1	1	0
$[p \to (q \vee \bar{r})] \to p \vee q \vee r$	1	1	1	1	1	1	1	0

~~Vậy xác suất mệnh đề đã cho đúng là $\frac{7}{8}$ = 87,5% và sai là $\frac{1}{8}$ = 12,5%~~

2)

a)

$$\begin{array}{l} q \\ t \to p \\ (p \wedge q) \to s \\ \hline \therefore\ t \to s \end{array}$$

Ta có

$$\begin{array}{l} q \\ (p \wedge q) \to s \\ \hline \therefore\ p \to s \end{array} \qquad \begin{array}{l} t \to p \\ p \to s \\ \hline \therefore\ t \to s \end{array}$$

Vậy suy luận trên là đúng.

b) $(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge [(s \vee q) \to t] \wedge \overline{t} \Rightarrow \overline{p} \wedge \overline{r}$

Ta viết:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ r \to s \\ (s \vee q) \to t \\ \overline{t} \\ \hline \therefore\ \overline{p} \wedge \overline{r} \end{array}$$

Ta có:

$$\begin{array}{l} (s \vee q) \to t \\ \overline{t} \\ \hline \therefore\ \overline{s \vee q} \end{array} \ ; \qquad \begin{array}{l} \overline{s \vee q} \\ \hline \therefore\ \overline{s} \wedge \overline{q} \end{array} \ ;$$

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \overline{q} \\ \hline \therefore\ \overline{p} \end{array} \ ; \qquad \begin{array}{l} r \to s \\ \overline{s} \\ \hline \therefore\ \overline{r} \end{array} \ ; \qquad \begin{array}{l} \overline{p} \\ \overline{r} \\ \hline \therefore\ \overline{p} \wedge \overline{r} \end{array}$$

Vậy suy luận trên là đúng.

3)

A = "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > x$".

Dạng phủ định : $\overline{A}$ = "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x$"

$\overline{A}$ đúng vì $\exists 0 \in \mathbb{R}, 0^2 \leq 0$.

Suy ra A sai.

Vậy $\overline{A}$ = "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 \leq x$" và mệnh đề A sai.

4)

Chứng minh quy nạp : $n^2 < 2^n, \forall n \geq 5$. (*)

- Trước tiên, ta để ý : $(n+1)^2 < 2n^2, \forall n \geq 3$.

Thật vậy : $\forall n \geq 3, n-1 \geq 2$

$\Rightarrow \forall n \geq 3, (n-1)^2 \geq 4$

$\Rightarrow \forall n \geq 3, (n-1)^2 > 2$

$\Rightarrow \forall n \geq 3, n^2 - 2n + 1 > 2$

$\Rightarrow \forall n \geq 3, n^2 - 2n - 1 > 0$

$\Rightarrow \forall n \geq 3, n^2 > 2n + 1$

$\Rightarrow \forall n \geq 3, 2n^2 > n^2 + 2n + 1$

$\Rightarrow \forall n \geq 3, 2n^2 > (n+1)^2$ (đpcm) (**)

- Xét bất đẳng thức : $n^2 < 2^n, \forall n \geq 5$

- Xét $n = 5$, bất đẳng thức (*) $\Leftrightarrow 5^2 < 2^5$

$\Leftrightarrow 25 < 32$ (luôn đúng)

Vậy $n = 5$ thì (*) đúng.

- Giả sử với $k \geq 5$, giả sử $n = k$ thì (*) đúng, nghĩa là: $k^2 < 2^k$ (***)

Ta chứng minh với $n = k+1$ thì (*) cũng đúng.

Thật vậy: $(k+1)^2 < 2k^2$ (do (**))

Mà: $2k^2 < 2.2^k = 2^{k+1}$ (do (***))

Suy ra: $(k+1)^2 < 2^{k+1}$ (đpcm)

Vậy $n^2 < 2^n$, $\forall n \geq 5$ (đpcm).