

$G(V, E)$, $|V| = n$, $|E| = m$

UG - undirected graph, DG - directed, DAG - directed acyclic graph

1. DAG, съществува път с $n-1$ ребра. Док. че може да се добави ребро, така че да се получи Хамилтонов цикъл. Алгоритъм, който намира краищата на това ребро.
2. UG, има два различни Хамилтонови цикъла. Док. че $|E| \geq n + 2$.
3. G : UG, T е MST (МПД), P е най-къс път от връх s до връх t , Q е най-широк път от s до t .

$G'(V, E')$: E' се получава като увеличим дължината на всяко ребро от E с 1. Док. или опровергайте:

- a) T е МПД в G'
- b) P е най-къс път между s и t в G'
- c) Q е най-широк път между s и t в G'

* Ширина на път: минималното тегло измежду теглата на ребрата в пътя

4. UG G : пирамида с основа правилен n -ъгълник. Док. G че има перфектно съчетание $\Leftrightarrow n$ е нечетно.
5. UG. M - съчетание, C - върхово покритие.
 - a) Док. че $|M| \leq |C|$
 - b) M - максимално съчетание, C - минимално върхово покритие. Док. че $2|M| \geq$

$|C|$

6. $S \subseteq V$. Док. че S е върхово покритие $\Leftrightarrow V \setminus S$ е независимо множество.
7. DG. Док или опровергайте:
 - a) Ако има само 1 силно свързана компонента, то съществува Хамилтонов цикъл
 - b) Ако съществува Хамилтонов цикъл, то има само 1 силно свързана компонента
8. Във всеки връх на свързан граф има плод с определен брой калории. Една маймунка яде плодовете един по един. След изядане на плод съответният връх се изтрива заедно с ребрата, излизащи от него. Ако графът се разпадне на няколко свързани компоненти, маймунката избира една от тях и продължава да яде от нея, а другите компоненти се изтриват. Целта на маймунката е да изяде максимум калории. Може ли да постигне целта с алчна стратегия: всеки път изяде най-калоричния плод и при разпадане на графа избира компонентата с най-калоричния плод?
9. UG. Алгоритъм, който намира дали в графа има цикъл с дължина 3.
10. UG. Алгоритъм, който намира дали в графа има цикъл с нечетна дължина.
11. UG с теглова функция $w: E \rightarrow \{1, 2\}$. Алгоритъм за най-краткия път от връх x до връх y .
12. UG с теглова функция $w: E \rightarrow \{a, b\}$, $0 < a < b$. Алгоритъм за сумата от ребрата на МПД.