

3.

$$f(x, y, z) = \underbrace{\overline{x + \overline{y} + z}}_{\text{De Morgan (E22)}} + \underbrace{\overline{x} \cdot \overline{x} \cdot y}_{\text{Idempotenz (E19)}} + \underbrace{x \cdot (y + \overline{z})}_{\text{Distributivgesetz (A11)}}$$

$$\Rightarrow = (\underbrace{\overline{x} \cdot \overline{\overline{y}} \cdot \overline{z}}_{\text{Involution (E26)}}) + \underbrace{x \cdot y + x \cdot y + x \cdot \overline{z}}_{\text{Idempotenz (E18)}}$$

$$= \overline{x} \cdot y \cdot z + x \cdot y + x \cdot \overline{z}$$

Erweitern der Terme, um auf aDNF zu kommen:

$$= \overline{x} \cdot y \cdot z + \underbrace{x \cdot y \cdot (z + \overline{z})}_{[x \cdot y \cdot (z + \overline{z})]} + \underbrace{x \cdot \overline{z} \cdot (y + \overline{y})}_{[x \cdot \overline{z} \cdot (y + \overline{y})]} = \overline{x} \cdot y \cdot z + x \cdot y \cdot z + x \cdot y \cdot \overline{z} + x \cdot y \cdot \overline{z} + x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} + x \cdot y \cdot \overline{z}$$

Streichen doppelter Terme (Idempotenz (E18)):

$$= \underline{\underline{\overline{x} \cdot y \cdot z + x \cdot y \cdot z + x \cdot y \cdot \overline{z} + x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z}}} \quad (\text{aDNF})$$

→ Die aDNF ist keine minimale DNF, da man eine kürzere Formel verlängert, indem man mit fehlenden Variablen erweitert.

Somit ist die aDNF nicht die kürzeste Form, die möglich ist.