Chapter 2

2節 交流回路

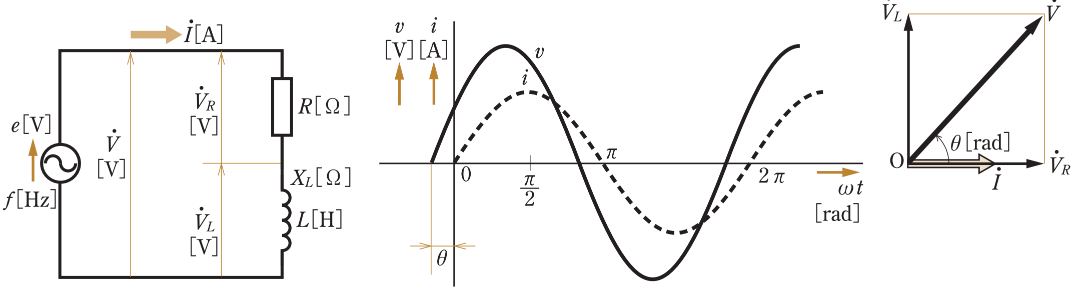
この節では，抵抗R，コイルL，コンデンサCを含む交流回路の性質について学ぶ。

直列回路では，回路のどの部分でも電流の流れる量が同じなので，電流を基準として表す。並列回路では，回路の並列部分では加わる電圧が同じなので電圧を基準として表す。

1 各種の交流回路

1 RL直列回路

図1(a)のように，抵抗とコイルの直列回路（負荷）に正弦波交流電圧を加えると，図(b)のような波形になる。このときのベクトル図を図(c)として示す。



(a) 回路図　(b) 電圧と電流の波形　(c) ベクトル図

図1 ***RL*直列回路**

抵抗をR，コイルの誘導性リアクタンスをX_Lとして表す。図に示すように，抵抗とコイルの直列回路に，電流I[A]が流れていると，抵抗およびコイルの両端には電圧V_R，V_Lが現れる。よって全電圧Vの大きさは次のように表される。

$$V=\sqrt{V_R{}^2+V_L{}^2}=\sqrt{(RI)^2+(X_LI)^2}=\sqrt{R^2+X_L{}^2}\cdot I\,[\mathrm{V}] \qquad (1)$$

電流，電圧の実効値I，Vの間には次の関係がある。

$$\frac{V}{I}=\sqrt{R^2+X_L{}^2} \qquad (2)$$

このとき，交流回路において負荷に加わる電圧Vを流れる電流Iで割った値を**インピーダンス**❶といい，記号Zで表し，単位［Ω］で表す。このインピーダンスは，交流の流れをさまたげる性質があり，インピーダンスZは次式で表される。

❶ impedance
式(3)より，Z，R，X_Lの関係は図2のような直角三角形で表すことができる。

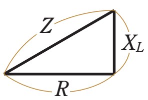


図2 *RL*直列回路のインピーダンス三角形

●**RL直列回路のインピーダンス**　$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ [Ω]　(3)

電流 I に対する電圧 V の位相角 θ は，次の式で表される。

●**位相角**　$\theta = \tan^{-1}\dfrac{V_L}{V_R} = \tan^{-1}\dfrac{X_L}{R}$　(4)

図 1(b)，(c)からもわかるように，RL 直列回路では，電流 I を基準とすると全電圧 V は θ だけ進む。

例題 1　RL 直列回路において，抵抗 $R = 3\,\Omega$，誘導性リアクタンス $X_L = 4\,\Omega$，電圧 $V = 20\,\text{V}$ であるとき，インピーダンス Z [Ω] と電流 I [A] の大きさはいくらか。

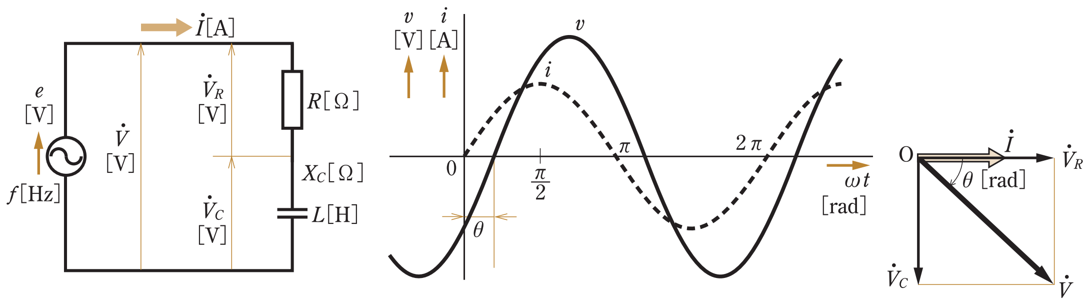
解答…　$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\Omega$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{20}{5} = 4\,\text{A}$$

問 1　RL 直列回路において，交流 100 V の電圧をかけたところ，抵抗 $R = 20\,\Omega$ の両端にかかる電圧 V_R は 80 V であった。回路に流れる電流 I [A] と回路全体のインピーダンス Z [Ω] の大きさを求めよ。

2　*RC* 直列回路

図 3(a)のように，抵抗とコンデンサの直列回路に正弦波交流電圧を加えると，図(b)のような波形となる。このときのベクトル図を図(c)として示す。



(a) 回路図　(b) 電圧と電流の波形　(c) ベクトル図

図 3　*RC* 直列回路

抵抗を R，コンデンサの容量性リアクタンスを X_C として表す。図 3(a)に示すように，抵抗とコンデンサの直列回路に，電流 I [A] が流れていると，抵抗およびコンデンサの両端には電圧 V_R，V_C が現れる。よって全電圧 V の大きさは次のように表される。

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{(RI)^2 + (X_C I)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2}\cdot I \qquad (5)$$

電流，電圧の実効値I，Vの関係から，インピーダンスZは次式で表される。

●RC直列回路のインピーダンス	$Z = \dfrac{V}{I} = \sqrt{R^2 + X_C{}^2}$ [Ω]	(6)❶

❶ 式(6)より，Z，R，X_Cの関係は図4のような直角三角形で表すことができる。

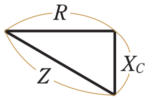


図4 RC直列回路のインピーダンス三角形

また，電流Iに対する電圧Vの位相角θは，次の式で表される。

●位相角	$\theta = \tan^{-1}\dfrac{V_C}{V_R} = \tan^{-1}\dfrac{X_C}{R}$ [rad] または [°]	(7)

図3(b)，(c)からもわかるように，RC直列回路では，電流Iを基準とすると，全電圧Vはθだけ遅れる。

例題2 RC直列回路において，抵抗$R = 6$Ω，容量性リアクタンス$X_C = 8$Ω，電圧$V = 100$Vであるとき，インピーダンスZ[Ω]と電流I[A]の大きさはいくらか。

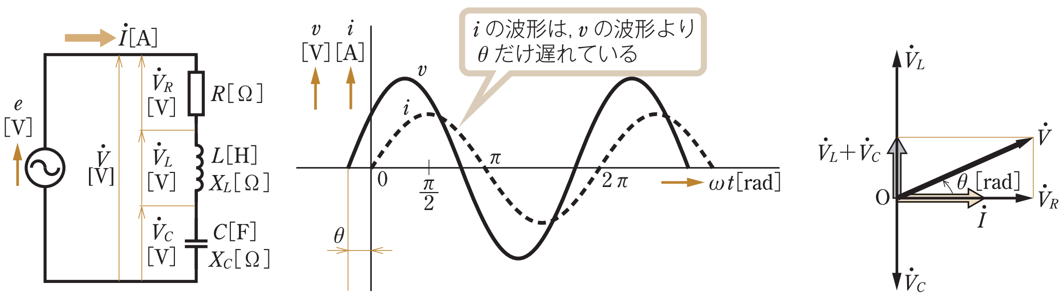
解答… $Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ Ω

$I = \dfrac{V}{Z} = \dfrac{100}{10} = 10$ A

問 2 RC直列回路において，交流15Vの電圧をかけたところ，容量性リアクタンス$X_C = 4$Ωの両端にかかる電圧V_Cは12Vであった。回路に流れる電流I[A]と抵抗の大きさR[Ω]を求めよ。

3 RLC直列回路

図5(a)の回路図のように，抵抗とコイル，コンデンサの直列回路に正弦波交流電圧を加えると，図(b)のような波形となる。このときのベクトル図を図(c)として示す。



(a) 回路図

(b) 電圧と電流の波形（$X_L > X_C$の場合）

(c) ベクトル図（$X_L > X_C$の場合）

図5 RLC直列回路

抵抗をR，誘導性リアクタンスをX_L，容量性リアクタンスをX_Cとし，電流I[A]が流れていると，R，X_L，X_Cそれぞれの両端には

電圧 V_R，V_L，V_C が現れる。よって全電圧 V の大きさは次のように表される。

$$V=\sqrt{V_R{}^2+(V_L-V_C)^2}=\sqrt{(RI)^2+\{(X_L-X_C)I\}^2}$$
$$=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}\cdot I\,[\mathrm{V}] \qquad (8)$$

電流，電圧の実効値 I，V の関係から，インピーダンス Z は次式で表される。

●***RLC*直列回路のインピーダンス**　$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}\,[\Omega]$　(9)

図5(c)からもわかるように，RLC 直列回路では，電流 I と全電圧 V の位相角 θ は，次の式で表される。

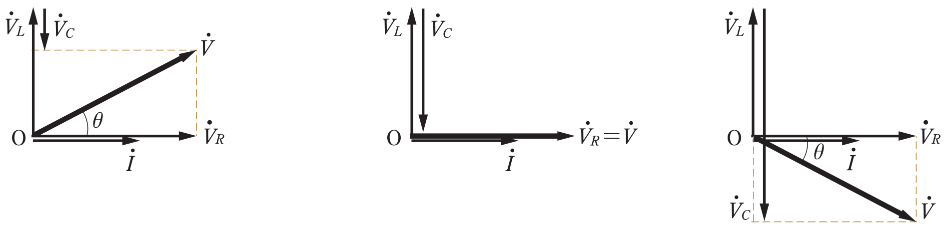
●**位相角**　$\theta=\tan^{-1}\left(\dfrac{V_L-V_C}{V_R}\right)=\tan^{-1}\left(\dfrac{(X_L-X_C)I}{RI}\right)=\tan^{-1}\left(\dfrac{X_L-X_C}{R}\right)$　(10)

このとき，θ の角度によって回路全体の性質が大きく変わる。

(a) $\theta>0$ の場合　図6(a)のように，$\theta>0$ となるとき，位相角 θ は正である。このとき回路全体としては $X_L>X_C$ となるので，RL 直列回路と同様に，電流を基準として全電圧の位相が進む。この性質を**誘導性**という。

(b) $\theta=0$ の場合　図(b)のように，$\theta=0$ となるとき，電流と全電圧の位相差はない（同相）。そのため，回路全体としては抵抗 R だけの回路と同じ性質となる。

(c) $\theta<0$ の場合　図(c)のように，$\theta<0$ となるとき，位相角 θ は負である。このとき回路全体としては $X_L<X_C$ となるので，RC 直列回路と同様に，電流を基準とすると全電圧の位相が遅れる。この性質を**容量性**という。



(a)　$\theta>0$ のとき（誘導性）　(b)　$\theta=0$ のとき　(c)　$\theta<0$ のとき（容量性）

図6　θ の角度と回路の性質

例題3　図7のように，抵抗17.3Ω，誘導性リアクタンス50Ωのコイル，容量性リアクタンス40Ωのコンデンサの直列回路に実効値100Vの正弦波交流電源を接続したとき，この回路に流れる電流を求めよ[1]。

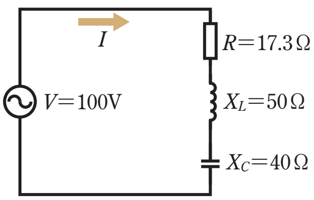


図7　回路図

解答…　式(9)から，インピーダンスZを求めると，

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{17.3^2+(50-40)^2}\fallingdotseq 20\,\Omega$$

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{100}{20}=5\,\text{A}$$

電流に対する電圧の位相は，式(10)より，

$$\tan\theta=\frac{X_L-X_C}{R}=\frac{50-40}{17.3}\fallingdotseq\frac{1}{\sqrt{3}}$$

図8から，$\theta=30°=\frac{\pi}{6}$[rad] となる。

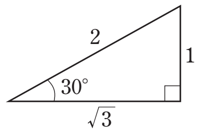


図8

[1] Z, R, Xの関係は，図9のようになる。

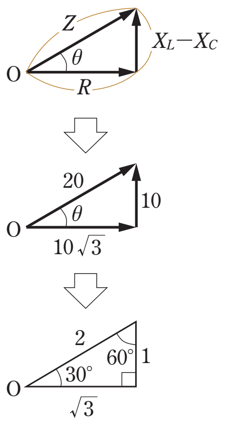


図9

問 3　抵抗3Ω，誘導性リアクタンス6Ω，容量性リアクタンス2Ωの直列回路に，100Vの交流電圧を加えたときのインピーダンスと電流を求めよ。

問 4　抵抗6Ω，誘導性リアクタンス2Ω，容量性リアクタンス10Ωの直列回路のインピーダンスはいくらか。また，この回路に実効値10Aの電流が流れたときの電源電圧を求めよ。

試してみよう　*RLC*直列回路の電圧をはかってみよう

低周波発振器（OSC）の出力を5V，5kHzとし，ディジタルマルチメータでV_R，V_L，V_Cを測定する。その結果から，

$$V=\sqrt{V_R{}^2+(V_L-V_C)^2}\,[\text{V}]$$

の関係がなりたつことを確かめてみよう。

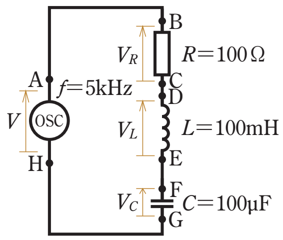


図10　回路図

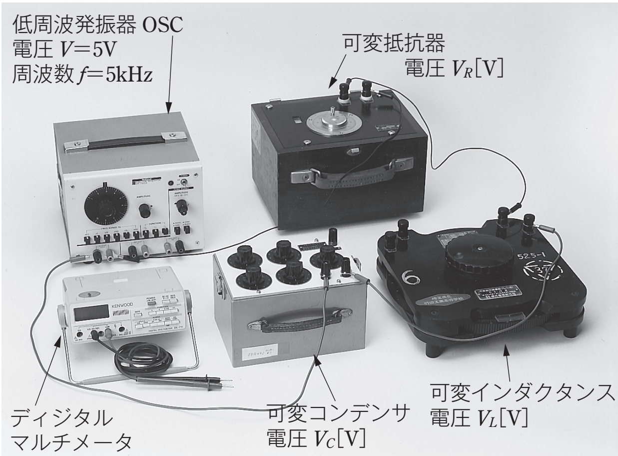


図11　実体配線図

＊可変抵抗器・可変インダクタンス・可変コンデンサは，それぞれ固定抵抗器・固定インダクタンス・固定コンデンサでもよい。ディジタルマルチメータがない場合は，交流電圧計で代用する。

2 共振回路

回路に流れる電流が，特定の周波数で，最大になったり最小になったりする回路を共振回路という。共振回路は，ラジオなど通信機器の周波数選択回路（同調回路）や，テレビ映像の信号で余分な周波数信号を除去する回路に利用されている。

1 直列共振回路

図12(a)の回路図のように，RLC直列回路で，電源の周波数を変化させると，ある周波数f_0のときに，$X_L = X_C$の状態となる。

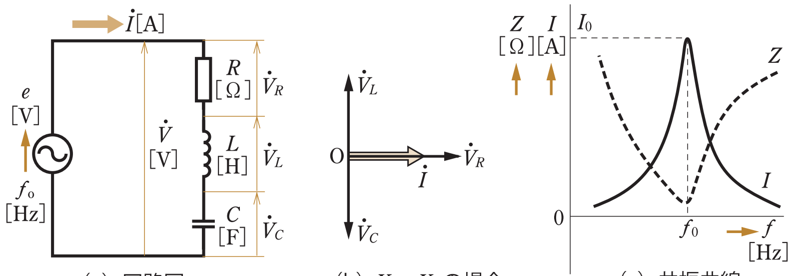


図12 直列共振回路の例

この状態では，図(b)のように，V_LとV_Cの大きさが等しくなりたがいに打ち消すことで，回路のインピーダンスZが抵抗Rだけとなり最小となる。ゆえに，回路に流れる電流が最大になる。この状態を**直列共振**[1]という。このときの周波数f_0を**共振周波数**[2]といい，次式で表される。

●**共振周波数**　$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\ [\mathrm{Hz}] \qquad (11)$$

直列共振の状態では，周波数と電流の関係は図(c)に示すような曲線を示し，共振周波数で，電流が最大の値I_0[3] [A] となる。

例題4　RLC直列回路で，$R=20\,\Omega$，$L=100\,\mu\mathrm{H}$，$C=100\,\mu\mathrm{F}$のときの共振周波数を求めよ。

解答…　式(11)から，

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\times\sqrt{100\times10^{-6}\times100\times10^{-6}}}$$
$$= 1.59\times10^3 = 1.59\mathrm{kHz}$$

問 5　図12(a)の回路において，$V=10\mathrm{V}$，$R=5\,\Omega$，$L=0.1\,\mathrm{mH}$，$C=10\,\mu\mathrm{F}$のときの共振周波数f_0[Hz]，および最大電流I_0[A] を求めよ。

[1] series resonance

図13のように，ある周波数f_0 [Hz] でX_LとX_Cが等しくなる。

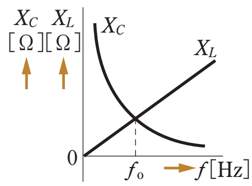


図13

[2] resonance frequency

[3] 直列回路のインピーダンスZは，

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

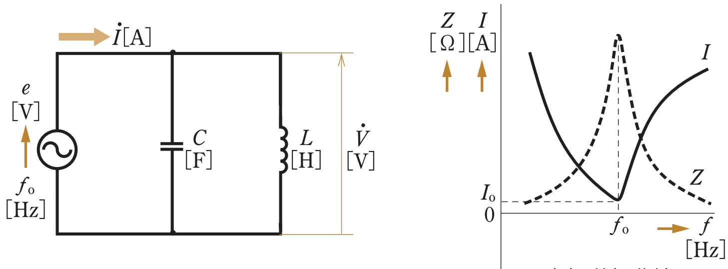
である。共振状態では，$X_L = X_C$なので，$Z = R$で最小となる。そのため共振時の電流I_0は，

$$I_0 = \frac{V}{Z} = \frac{V}{R}$$

となり，最大になる。

2　並列共振回路

図14のように，LC並列回路でも共振現象が発生する。



(a) 回路図　(b) 共振曲線

図14　並列共振回路の例

コイルL [H] とコンデンサC [F] の並列回路で，電源周波数を変化させると，ある周波数f_0のときに$X_L = X_C$となる。このとき，コイルとコンデンサに流れる電流は大きさが等しくなり，位相差が180°でたがいに打ち消し合うため，回路に流れる電流が最小 (0に近い) になる。この状態を**並列共振**[1]という。このときの共振周波数f_0は，直列共振と同じ式によって表すことができる。

並列共振の状態では，周波数と電流の関係は図(b)に示すような曲線を示し，共振周波数で，電流が最小の値I_0[2] [A] となる。

❶ parallel resonance

❷ 実際には，コイルに抵抗分が含まれているので0とはならない。