MA320 抽象代数 作业二

刘逸灏 515370910207

2018年3月27日

Ex. 2.1/6

若 $x^2 \neq e$,则 $(x^{-1})^2 \neq e$,且 $a \neq a^{-1}$ 。设 $S = \varnothing$,只需每次从有限群 G 中取出一个元 x,若 $x^2 \neq e, x \notin S$,则将 x 和 x^{-1} 都加入 S 中,所以 S 中必定有偶数个元素。当 G 中所有元都被取出时,其中满足 $x^2 \neq e$ 的元必定都在 S 中,故有偶数个这样的元。

Ex. 2.1/7

由上题得, $x^2 \neq e$ 的元有偶数个,故在偶数阶群中总共有偶数个元,故满足 $x^2 = e$ 的元也有偶数个。

Ex. 2.1/8

 $\forall a, b \in G, \ a^2 = e, b^2 = e, \$

$$(ab)^2 = abab = e = a^2b^2$$
$$ba = ab$$

故G为Abel群。

Ex. 2.2/4

$$(gh)a = g(ha) = g(ah) = (ga)h = (ag)h = a(gh)$$

故乘法封闭, $C_G(A)$ 为 G 的一个子群, 但 A 中元素不一定都满足交换律, 故 $C_G(A)$ 不一定包含 A。

- Ex. 2.2/5
- Ex. 2.2/7