

MA362 — 复分析

Assignment 5

Instructor: 姚卫红

Author: 刘逸灏 (515370910207)

— SJTU (Fall 2019)

习题 三 (一)/15

设函数 $f(z)$ 在 z 平面上解析, 且 $|f(z)|$ 恒大于一个正的常数, 试证 $f(z)$ 必为常数.

$$\left(\frac{1}{f(z)}\right)' = \frac{f'(z)}{f(z)^2}.$$

由 $|f(z)|$ 恒大于一个正的常数可知 $f(z) \neq 0$, 故 $\frac{1}{f(z)}$ 在 z 平面上解析, 为整函数, 且 $\left|\frac{1}{f(z)}\right|$ 恒小于一个正的常数, 即 $\frac{1}{f(z)}$ 有界. 故根据刘维尔定理可知 $\frac{1}{f(z)}$ 为常数, 即 $f(z)$ 为常数.

习题 三 (一)/16