班级________ 姓名 徐雨岑 学号________　　13826427576 拾到请电，谢!

练习 1 质点运动学

一、选择题：将符合题意的答案前的字母填入下表中相应题号的空格内，并在题后空白处写出解题过程。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	B	B	D	D	C	C	B	B	D	A

1. 以下五种运动形式中，$\vec{a}$ 保持不变的运动是：　　[D]

（A）单摆的运动

（B）匀速率圆周运动

（C）行星的椭圆轨道运动

（D）抛体运动

（E）圆锥摆运动

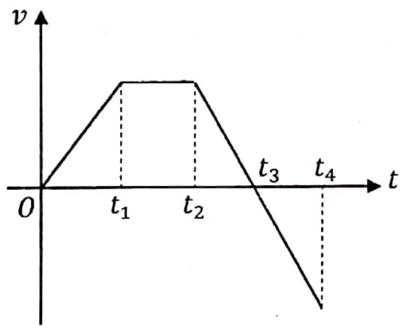
2. 某物体沿x轴方向运动，速度与时间的关系如图所示，则　　[D]

（A）$0-t_1$时间段内物体的加速度为零

（B）t_1-t_2时间段内物体的路程为零

（C）t_3时刻物体的位移为零

（D）t_3-t_4时间段物体的速度大小在增大



$0\to t_1$ 速度增大

t_1-t_2 匀速

t_2-t_3 速度减小

t_3-t_4 反向速度增大

3. 一质点在平面上作一般曲线运动，其瞬时速度为$\vec{v}$，瞬时速率为v，某一段时间内的平均速度为$\bar{\vec{v}}$，平均速率为$\bar{v}$，它们之间的关系必定有　　[B]

（A）$|\vec{v}|=v$，$|\bar{\vec{v}}|=\bar{v}$；　　（B）$|\vec{v}|=v$，$|\bar{\vec{v}}|\neq\bar{v}$；

（C）$|\vec{v}|\neq v$，$|\bar{\vec{v}}|\neq\bar{v}$；　　（D）$|\vec{v}|\neq v$，$|\bar{\vec{v}}|=\bar{v}$。

4. 如图所示，几个不同倾角的光滑斜面，有共同的底边，顶点也在同一竖直面上。若使一物体（视为质点）从斜面上端由静止滑到下端的时间最短，则斜面的倾角应选

（A）30°；（B）45°；（C）60°；（D）75°。 [B]

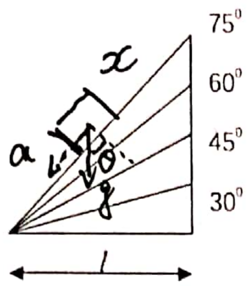
$a = g\sin\theta \qquad \frac{dv}{dt} = g\sin\theta$

$\int_0^v dv = \int_0^t g\sin\theta\, dt \qquad v = g\sin\theta\, t$

$\frac{dx}{dt} = g\sin\theta\, t \qquad \int_0^x dx = \int_0^t g\sin\theta\, t\, dt$

$x = \frac{1}{2} g\sin\theta\, t^2 \qquad x = \frac{l}{\cos\theta} \qquad \frac{l}{\cos\theta} = \frac{1}{2} g\sin\theta\, t^2$

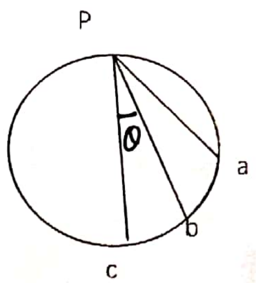
$t = \left(\frac{2l}{g\sin\theta\cos\theta}\right)^{\frac{1}{2}} = 2\left(\frac{l}{g\sin 2\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \theta = 45^\circ$



5. 图中 p 是一圆的竖直直径 pc 的上端点，一质点从 p 开始分别沿不同的弦无摩擦下滑时，到达各弦的下端所用的时间相比较是： [D]

（A）到 a 用的时间最短；（B） 到 b 用的时间最短；

（C）到 c 用的时间最短；（D）所用时间都一样。



由上题可知 $x = \frac{1}{2} g\cos\theta\, t^2$

c点，$2R = \frac{1}{2} g t^2 \qquad t^2 = \frac{4R}{g}$

a、b点，$2R\cos\theta = \frac{1}{2} g\cos\theta\, t^2$

$t^2 = \frac{4R}{g}$

6. 质点作曲线运动，$\vec{r}$ 表示位置矢量，S 表示路程，a_t 表示切向加速度，下列表达式中，

（1）$dv/dt = a$；（2）$dr/dt = v$；（3）$ds/dt = v$；（4）$|d\vec{v}/dt| = a_t$。

（A） 只有（1）、（4）是对的；（B） 只有（2）、（4）是对的；

（C）只有(2)是对的；（D） 只有(3)是对的。 [D]

(1) $\frac{dv}{dt} = a_\tau$ (2) $\frac{dr}{dt}$ 是课上讲的风筝线的放线速率

(4) $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} \qquad \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| = |\vec{a}| = a$

班级__________ 姓名__________ 学号__________

7、 某物体的运动规律为 $dv/dt=-kv^2t$，式中的 k 为大于零的常数。当 $t=0$ 时，初速为 v_0，则速度 v 与时间 t 的函数关系是： [C]

(A) $v=\frac{1}{2}kt^2+v_0$；(B) $v=-\frac{1}{2}kt^2+v_0$；(C) $\frac{1}{v}=\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$；(D) $\frac{1}{v}=-\frac{kt^2}{2}+\frac{1}{v_0}$。

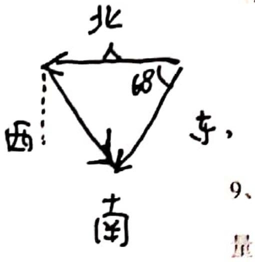
$\frac{dv}{dt}=-kv^2t$ $\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2}=-k\int_0^t t\,dt$

$-\frac{1}{v}\Big|_{v_0}^{v}=-\frac{1}{2}kt^2$ $-\frac{1}{v}+\frac{1}{v_0}=-\frac{1}{2}kt^2$ $\frac{1}{v}=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{2}kt^2$

8、 某人骑自行车以速率 v 向西行驶，今有风以相同速率从北偏东30°方向吹来，试问人感到风从哪个方向吹来？ [C]

风向问题最好画图。

(A) 北偏东30°；(B) 南偏东30°；(C) 北偏西30°；(D) 西偏南30°。



这道题其实是以人为参考系，计算风的相对速度。以谁为参考系，就让其它的矢量减去它就可以了。

9、 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表示式为 $\vec{r}=at^2\vec{i}+bt^2\vec{j}$（其中 a、b 为常量）则该质点作： [B]

(A) 匀速直线运动；(B) 变速直线运动；(C) 抛物线运动；(D) 一般曲线运动。

$\begin{cases} x=at^2 \rightarrow v_x=2at \rightarrow a_x=2a \\ y=bt^2 \rightarrow v_y=2bt \rightarrow a_y=2b \end{cases}$ 速度变化

$\begin{cases} x=at^2 \\ y=bt^2 \end{cases}$ $y=\frac{b}{a}x$，轨迹为直线

10、 一个质点在做匀速率圆周运动时 [B]

(A) 切向加速度改变，法向加速度也改变；(B) 切向加速度不变，法向加速度改变；
(C) 切向加速度不变，法向加速度也不变；(D) 切向加速度改变，法向加速度不变。

切向加速度为零矢量，切向加速度不变。
法向加速度大小不变，但方向在变，则法向加速度改变。

11、 质点作半径为 R 的变速圆周运动时的加速度大小为（v 表示任一时刻质点的速率）

(A) $\frac{dv}{dt}$；(B) $\frac{v^2}{R}$；(C) $\frac{dv}{dt}+\frac{v^2}{R}$；(D) $\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\left(\frac{v^4}{R^2}\right)\right]^{1/2}$。 [D]

$a_t=\frac{dv}{dt}$ $a_n=\frac{v^2}{R}$ $a=\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\left(\frac{v^2}{R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

12. 一质点作直线运动，某时刻的瞬时速度为 $v=2m/s$，瞬时加速度为 $a=-2m/s^2$，则一秒钟质点的速度 [A]

(A) 不能确定.

(B) 等于零.

(C) 等于－2m/s.

(D) 等于 2m/s.

二、填空题：将正确答案填入空格处，并在题后空白处写出计算过程。

1. 悬挂在弹簧上的物体在竖直方向上振动,振动方程为 $y = A\sin\omega t$,其中 A、ω 均为常量,则

(1) 物体的速度与时间的函数关系为 $v = A\omega\cos\omega t$ ；

* (2) 物体的速度与坐标的函数关系为 $\frac{y^2}{A^2}+\frac{v^2}{A^2\omega^2}=1$ 。

可以写成 $v=\omega\sqrt{A^2-y^2}$

$$v=\frac{dy}{dt}=A\omega\cos\omega t \qquad \cos\omega t=\frac{v}{A\omega}$$

$$y=A\sin\omega t \qquad \sin\omega t=\frac{y}{A}$$

$$\frac{y^2}{A^2}+\frac{v^2}{A^2\omega^2}=1$$

2.在 x 轴上作变加速直线运动的质点，已知其初速度为 v_0 ，初始位置为 x_0 加速度为 $a=Ct^2$ (其中 C 为常量)，则其速度与时间的关系 $v=$ $v_0+\frac{1}{3}Ct^3$ ，运动方程为 $x=$ $x_0+v_0t+\frac{1}{12}Ct^4$ 。

$$a=ct^2 \qquad \frac{dv}{dt}=ct^2 \qquad \int_{v_0}^{v}dv=\int_0^t ct^2dt$$

$$v=v_0+\frac{1}{3}ct^3 \qquad \frac{dx}{dt}=v_0+\frac{1}{3}ct^3$$

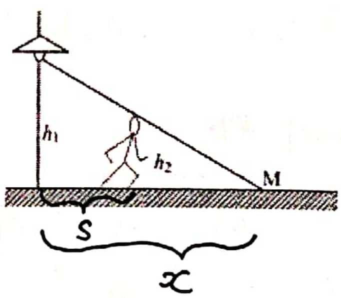
$$\int_{x_0}^{x}dx=\int_0^t\left(v_0+\frac{1}{3}ct^3\right) \Rightarrow x=x_0+v_0t+\frac{1}{12}ct^4$$

3、 灯距地面高度为 h_1 ,一个人身高为 h_2 ，在灯下以匀速率 v 沿水平直线行走，如下图所示。则他的头顶在地上的影子 M 点沿地面移动的速度 $v_M=$ $\frac{h_1v}{h_1-h_2}$ 。

$$\frac{s}{h_1-h_2}=\frac{x}{h_1}$$

对时间求导

$$v_人=\frac{ds}{dt}=v \qquad v_M=\frac{dx}{dt}$$



$$\frac{v_人}{h_1-h_2}=\frac{v_M}{h_1}$$

$$v_M=\frac{h_1}{h_1-h_2}v$$

三、计算题：要规范答题，写出必要的文字说明，方程和

演算步骤。

理解第2秒内

1、有一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x=4.5t^2-2t^3$（SI）试求：

①第 2 秒内的平均速度；
②第 2 秒末的瞬时速度；
③第 2 秒内的路程.

解：(1) $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{(4.5\times4-2\times8)-(4.5\times1-2\times1)}{1}=-0.5(m/s)$

(2) $v=\frac{dx}{dt}\Big|_{t=2}=9t-6t^2\Big|_{t=2}=-6(m/s)$

(3) 令 $9t-6t^2=0$ 得 $t=\frac{9}{6}=1.5s$ 时质点速度为0

$S=|x_{(1.5)}-x_{(1)}|+|x_{(2)}-x_{(1.5)}|=2.25m$

2、质点 P 在水平面内沿一半径为 R=2m 的圆轨道转动．转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega=kt^2$（k 为常量）．已知 t=2s 时，质点 P 的速度值为 $32m\cdot s^{-1}$．试求 t=1s 时，质点 P 的速度与加速度的大小.

解：$\omega=kt^2$ $R=2m$ $v=R\omega=2kt^2$

$t=2s$ 时 $v=8k=32m/s$ $k=4$

$a_\tau=\frac{dv}{dt}=4kt=16t$

$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{4k^2t^4}{2}=2k^2t^4=32t^4$

$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{(16t)^2+(32t^4)^2}$

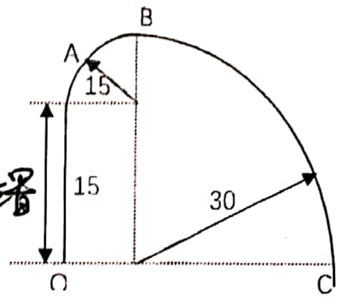
$t=1s$ 时 $v=2kt^2=8t^2\Big|_{t=1}=8(m/s)$

$a=\sqrt{16^2+32^2}\approx35.78(m/s^2)$

注意，$\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{a}$ $\frac{dv}{dt}=a_\tau$

班级________ 姓名________ 学号________

3、质点m在水平面内运动轨迹如图所示，OA段为直线，AB、BC段分别为不同半径的两个1/4圆周。设t=0时，m在O点，已知运动方程为$s = 30t + 5t^2$(SI)，求t=2s时刻，质点m的切向加速度和法向加速度。



题 1-8 图

解：先求出t=2s时，质点在轨迹上的位置

$$S = 30\times2+50\times2^2 = 80\,(m)$$

质点在大圆 $\overset{\frown}{BC}$ 弧上

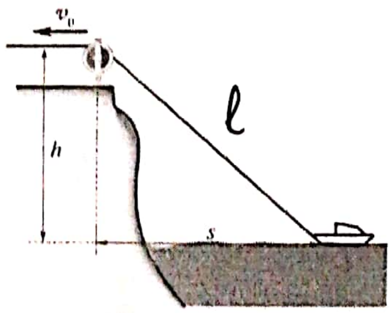
质点在t时刻的瞬时速率为 $v=\dfrac{ds}{dt}=30+10t$

t=2s时　$v=50\,(m/s)$

$$a_\tau=\frac{dv}{dt}=10\,(m/s^2)$$

$$a_n=\frac{v^2}{\rho}=\frac{(30+10\times2)^2}{30}\approx 83.33\,(m/s^2)$$

4. 在离水面高h的岸上，有人用绳子拉船靠岸，船在离岸s处，如图所示。当人以v_0的速率收绳时，试求船运动的速度和加速度的大小。



x

设x方向为正方向

$$x^2=l^2-h^2 \qquad -v_0=\frac{dl}{dt}$$

$$2x\,dx=2l\,dl$$

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{l}{x}\frac{dl}{dt}=-v_0\frac{l}{x}=-v_0\frac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}$$

当x=s时 v的大小为 $v_0\dfrac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}$

$$vx=-v_0 l$$

$$\frac{dv}{dt}x+v\frac{dx}{dt}=-v_0\frac{dl}{dt}$$

$$ax+v^2=v_0^2$$

$$a=\frac{v_0^2-v^2}{x}=\frac{v_0^2-v_0^2\frac{x^2+h^2}{x^2}}{x}=-\frac{h^2v_0^2}{x^3}$$

当x=s时 a的大小为 $\dfrac{h^2v_0^2}{s^3}$

5、质点沿半径为 R 的圆周按 $s = v_0 t - \frac{1}{2}bt^2$ 的规律运动，式中 s 为质点离圆周上某点的弧长，v_0，b 都是常量，求：

（1）t 时刻质点的加速度；

（2）t 为何值时，加速度在数值上等于 b

解：(1) $v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$

$a_\tau = \frac{dv}{dt} = -b$

$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{b^2 + \frac{(v_0 - bt)^4}{R^2}}$

加速度与半径夹角为 $\cancel{\arctan}\ \tan\theta = \cancel{\tan}\frac{a_\tau}{a_n} = \tan\frac{-bR}{(v_0 - bt)^2}$

$\rightarrow \theta = \arctan\frac{-bR}{(v_0 - bt)^2}$

(2) 若 $a = b$，则 $(v_0 - bt)^4 = 0$ 即 $t = \frac{v_0}{b}$