班级________ 姓名 徐丽玲 学号________ 13826427576 拾到请电，谢！

练习 6 振动力学

一、选择题：将符合题意的答案前的字母填入下表中相应题号的空格内，并在题后空白处写出解题过程。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	B	B	B	C	B	D	C	E	D	C	E	D	C	B	B
题号	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
答案	B	D	B	B	B	D	C	C	B	C					

B 1.一质点作简谐振动，已知振动周期为T，则其振动动能变化的周期是(B)

(A) $T/4$； (B) $T/2$； (C) T； (D) $2T$； (E) $4T$。

简谐振动的周期是余弦函数，振动动能的周期是余弦函数的平方。

B 2.一质量为m的物体挂在劲度系数为k的轻弹簧下面，振动角频率为ω。若把此弹簧分割成二等份，将物体m挂在分割后的一根弹簧上，则振动角频率是(B)

(A) 2ω； (B) $\sqrt{2}\omega$； (C) $\omega/\sqrt{2}$； (D) $\omega/2$。

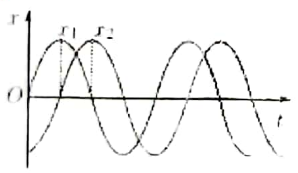
$K'=2K$ 因弹簧的弹性劲度系数与有效圈数有关，且成反比。B

$\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}$ $K'=2K$

分割后 $\omega'=\sqrt{\frac{K'}{m}}=\sqrt{2}\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{2}\omega$

讲

3.两个同周期简谐振动曲线如图所示。x_1的相位比x_2的相位(B)



由旋转矢量法判断

x_1的相位 $\varphi_1=-\frac{\pi}{2}$

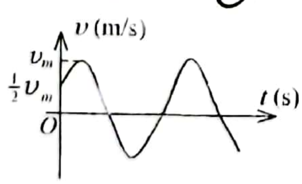
x_2的相位 $\varphi_2=-\pi$

(A) 落后$\pi/2$； (B) 超前$\pi/2$； (C) 落后π； (D) 超前π。

$\varphi_2-\varphi_1=-\frac{\pi}{2}$ 落后$\frac{\pi}{2}$

C 4．一质点作简谐振动。其运动速度与时间的曲线如图所示。若质点的振动规律用余弦函数描述，则其初相应为(C)

讲



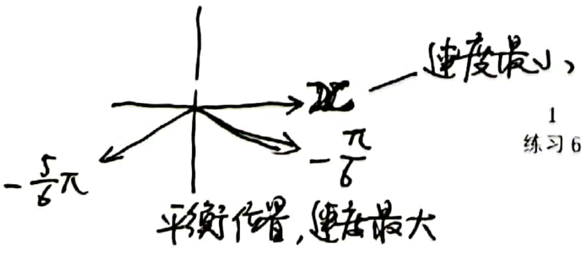
$t=0$时 $v_0=\frac{1}{2}v_m=\frac{1}{2}A\omega$

$x=A\cos(\omega t+\varphi)$ $v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)$

$t=0$时 $\sin\varphi=-\frac{1}{2}$

根据旋转矢量法得 $\varphi=-\frac{5}{6}\pi$

(A) $\pi/6$； (B) $5\pi/6$； (C) $-5\pi/6$； (D) $-\pi/6$； (E) $-2\pi/3$；



另一种方法

$v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)$

$v=A\omega\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$

由旋转矢量法判断

$\varphi+\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{3}$ $\varphi=-\frac{5}{6}\pi$

班级__________ 姓名__________ 学号__________

B 5.一弹簧振子，重物的质量为 m，弹簧的劲度系数为 k，该振子作振幅为 A 的简谐振动。当重物通过平衡位置且向规定的正方向运动时，开始计时。则其振动方程为：(B)

(A) $x = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \frac{1}{2}\pi\right)$；　(B) $x = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{1}{2}\pi\right)$；

(C) $x = A\cos\left(\sqrt{\frac{m}{k}}t + \frac{1}{2}\pi\right)$；　(D) $x = A\cos\left(\sqrt{\frac{m}{k}}t - \frac{1}{2}\pi\right)$；

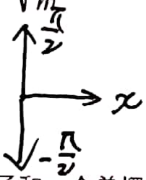
(E) $x = A\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$。

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

根据旋转矢量法

$\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{1}{2}\pi\right)$



D 6.一个弹簧振子和一个单摆(只考虑小幅度摆动)，在地面上的固有振动周期分别为 T_1 和 T_2。将它们拿到月球上去，相应的周期分别为 T_1' 和 T_2'。则有(D)

(A) $T_1' > T_1$ 且 $T_2' > T_2$；　(B) $T_1' < T_1$ 且 $T_2' < T_2$；

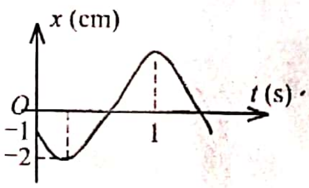
(C) $T_1' = T_1$ 且 $T_2' = T_2$；　(D) $T_1' = T_1$ 且 $T_2' > T_2$。

$T = \frac{2\pi}{\omega}$　ω 减小，T 增大

~~弹簧振子~~　$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$　m 不变

单摆　$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$　月球 $g_月 \approx \frac{1}{6} g_地$

C 7．已知某简谐振动的振动曲线如图所示，位移的单位为厘米，时间单位为秒。则此简谐振动的振动方程为：(C)



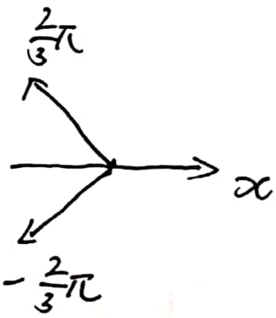
$A = 2cm$

$t=0$ 时　$x = A\cos\varphi = -1$

$\cos\varphi = -\frac{1}{2}$

由旋转矢量法得

$\varphi = \frac{2}{3}\pi$



$\omega = \frac{2}{3}\pi = \frac{2\pi}{T}$　(A) $x = 2\cos(\frac{2}{3}\pi t + \frac{2}{3}\pi)$

得 $T = 3(s)$　(B) $x = 2\cos(\frac{2}{3}\pi t - \frac{2}{3}\pi)$

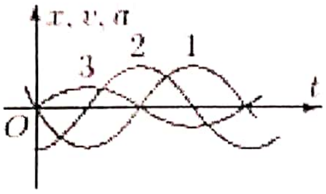
$\omega = \frac{4}{3}\pi = \frac{2\pi}{T}$　(C) $x = 2\cos(\frac{4}{3}\pi t + \frac{2}{3}\pi)$

$T = \frac{3}{2}(s)$　(D) $x = 2\cos(\frac{4}{3}\pi t - \frac{2}{3}\pi)$

由图可得 $T = \frac{3}{2}s$ 正确，则 $\omega = \frac{4}{3}\pi$

班级__________ 姓名__________ 学号__________

E 8.图中三条曲线分别表示简谐振动中的位移x，速度υ，和加速度a。下列说法中哪一个是正确的？（ E ）



$x=A\cos(\omega t+\varphi)$

$\upsilon=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)$

$a=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)$

2是υ

1.3是x.a

(A) 曲线3，1，2分别表示x,υ,a曲线；(B) 曲线2，1，3分别表示x,υ,a曲线；

(C) 曲线1，3，2分别表示x,υ,a曲线；(D) 曲线2，3，1分别表示x,υ,a曲线；

(E) 曲线1，2，3分别表示x,υ,a曲线。

D 9．一弹簧振子作简谐振动，总能量为E_1，如果简谐振动振幅增加为原来的两倍，重物的质量增为原来的四倍，则它的总能量E2变为（ D ）

(A) $E_1/4$ (B) $16E_1$ (C) $2E_1$ (D) $4E_1$

$E=\frac{1}{2}kA^2$ $A_2=2A_1$

$E_1=\frac{1}{2}kA_1^2$ $E_2=\frac{1}{2}kA_2^2=4\times\frac{1}{2}kA_1^2=4E_1$

C 10.一质点作简谐振动，其振动方程为$x=A\cos[\omega t+\phi]$。在求质点的振动动能时，得出下面5个表达式：(1)$\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\phi)$；(2)$\frac{1}{2}m\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\phi)$；(3)$\frac{1}{2}kA^2\sin(\omega t+\phi)$；(4)$\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\phi)$；(5)$\frac{2\pi^2}{T^2}mA^2\sin^2(\omega t+\phi)$。其中$m$是质点的质量，$k$是弹簧的劲度系数，$T$是振动的周期。这些表达式中(C)

(A) (1)，(4)是对的；

(B) (2)，(4)是对的；

(C) (1)，(5)是对的；

(D) (3)，(5)是对的；

(E) (2)，(5)是对的。

$x=A\cos(\omega t+\varphi)$

$\upsilon=-A\omega\sin(\omega t+\varphi)$

$E_k=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$ $\omega=\frac{2\pi}{T}$

$=\frac{2\pi^2}{T^2}mA^2\sin^2(\omega t+\varphi)$

E 11.一质点沿x轴作简谐振动，振动方程为$x=4\times10^{-2}\cos\left(2\pi+\frac{1}{3}\pi\right)$(SI)。从$t=0$时刻起，到质点位置在$x=-2cm$处，且向$x$轴正方向运动的最短时间间隔为(E)

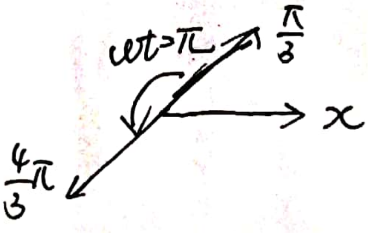
(A) 1/8 s；(B) 1/6 s；(C) 1/4 s；(D) 1/3 s；(E) 1/2 s。

$t=0$时 $\varphi=\frac{1}{3}\pi$

由旋转矢量法得

质点 $x=-2cm$，向x轴正方向运动

$\varphi=\frac{4}{3}\pi$



则 $\omega t=\pi$

$t=\frac{\pi}{2\pi}=\frac{1}{2}(s)$

班级＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿学号＿＿＿＿＿

位移为振幅的一半时， $E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}k(\frac{1}{2}A)^2=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{4}E$

D 12．一弹簧振子作简谐振动，当位移为振幅的一半时，其动能为总能量的（ D ）

(A) 1/4 (B) 1/2 (C) $1/\sqrt{2}$ (D) 3/4 (E) $\sqrt{3}/2$

$E_k=E-E_p=E-\frac{1}{4}E=\frac{3}{4}E$

C 13.把单摆摆球从平衡位置向位移正方向拉开，使摆线与竖直方向成一微小角度θ，然后由静止放手任其振动，从放手时开始计时。若用余弦函数表示其运动方程，则该单摆振动的初相为(C)

(A) π; (B) $\pi/2$; (C) 0; (D) θ。

t=0时 ⟶ $\varphi=0$ 单摆在正向最大角位移.

B 14.一物体作简谐振动，振动方程为$x=A\cos(\omega t+\pi/4)$。在 $t=T/4$ （T为周期）时刻，物体的加速度为(B)

$x=A\cos(\omega t+\frac{\pi}{4})$ $t=\frac{T}{4}$时 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}A$

(A) $-\frac{1}{2}\sqrt{2}A\omega^2$; (B) $\frac{1}{2}\sqrt{2}A\omega^2$; (C) $-\frac{1}{2}\sqrt{3}A\omega^2$; (D) $\frac{1}{2}\sqrt{3}A\omega^2$。

$a=-A\omega^2\cos(\omega t+\frac{\pi}{4})=-\omega^2x=\frac{\sqrt{2}}{2}A\omega^2$

B 15.轻弹簧上端固定，下系一质量为m_1的物体，稳定后在m_1下边又系一质量为m_2的物体，于是弹簧又伸长了Δx。若将m_2移去，并令其振动，则振动周期为(B)

$m_2g=k\Delta x$

$k=\frac{m_2g}{\Delta x}$

(A) $T=2\pi\sqrt{\frac{m_2\Delta x}{m_1g}}$; (B) $T=2\pi\sqrt{\frac{m_1\Delta x}{m_2g}}$;

(C) $T=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m_1\Delta x}{m_2g}}$; (D) $T=2\pi\sqrt{\frac{m_2\Delta x}{(m_1+m_2)g}}$。

$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m_1}}}=2\pi\sqrt{\frac{m_1\Delta x}{m_2g}}$

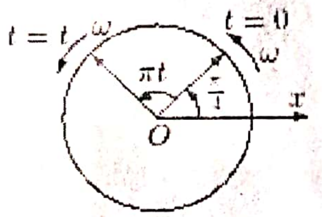
二、填空题：将正确答案填入空格处，并在题后空白处写出计算过程。

1.一简谐振动的旋转矢量图如图所示，振幅矢量长 2 cm，则该简谐振动的初相为 $\frac{\pi}{4}$ rad。振动方程为 $x=2\times10^{-2}\cos(\pi t+\frac{\pi}{4})$ (SI)。

$A=2\times10^{-2}$ m

$\omega=\pi$

$\varphi=\frac{\pi}{4}$



A_2-A_1

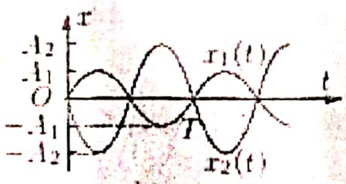
$|A_1-A_2|$

2.两个同方向的简谐振动曲线如图所示。合振动的振幅为 $|A_1-A_2|$，合振动的振动方程为 $|A_1-A_2|\cos(\frac{2\pi}{T}t+\frac{1}{2}\pi)$ ~~(SI)~~。

$(A_2-A_1)\cos(\frac{2\pi}{T}t+\frac{1}{2}\pi)$

$\omega=\frac{2\pi}{T}$

φ 与振动2相同　$\varphi=\frac{\pi}{2}$



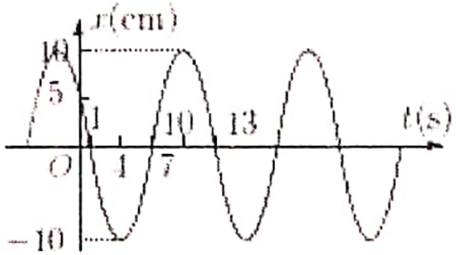
3. 用 40 N 的力拉一轻弹簧，可使其伸长 20 cm。此弹簧下应挂 2 kg 的物体，才能使弹簧振子作简谐振动的周期 $T=0.2\pi$ s。

$F=k\Delta x$　　$k=\frac{40}{0.2}=200$ (N/m)

$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.2\pi}=10$ (rad/s)　　$m=\frac{k}{\omega^2}=\frac{200}{100}=2$ (kg)

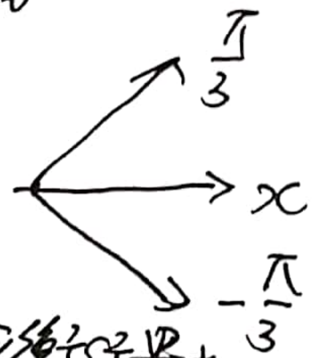
班级__________ 姓名__________ 学号__________

4.一简谐振动用余弦函数表示，其振动曲线如图所示，则此简谐振动的三个特征量为 $A=$ <u>10cm</u>；$\omega=$ <u>$\frac{\pi}{6}$rad/s</u>，$\phi=$ <u>$\frac{\pi}{3}$(rad)</u>。



$T=12S$　　$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{6}(rad/s)$

根据旋转矢量法



t=0时刻，振幅为最大振幅的一半，且为正

$\phi=\frac{\pi}{3}$ 或 $\phi=-\frac{\pi}{3}$，下一时刻往平衡位置去

所以 $\phi=\frac{\pi}{3}$

5.两个同方向同频率的简谐振动

$x_1=3\times10^{-2}\cos(\omega t+\pi/3)$(SI)，$x_2=4\times10^{-2}\cos(\omega t-\pi/6)$(SI)

它们的合振幅是<u>0.05m</u>。

$5\times10^{-2}m$

两振动的夹角是90°，用勾股定理求

合振幅 $A=\sqrt{0.03^2+0.04^2}=0.05(m)$

三、计算题：要规范答题，写出必要的文字说明，方程和演算步骤。

$k = m\omega^2$　　$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$　　$x = A\cos(\omega t+\varphi)$

1. 一物体质量为 0.25kg，在弹性力作用下作简谐振动，弹簧的劲度系数 $k=25\,N/m$，如果起始振动时具有势能 0.06J 和动能 0.02J，求 (1)振幅；(2)动能恰等于势能时的位移；(3)经过平衡位置时物体的速度。

(2)简单方法
此时势能等于总能量的一半
$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}kA^2$

解：(1) $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2$　　$A = \sqrt{\frac{2(E_k+E_p)}{k}} = 0.08(m)$

(2) $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$　　$m\omega^2x^2 = m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$

$x^2 = A^2\sin^2(\omega t+\varphi) = A^2[1-\cos^2(\omega t+\varphi)] = A^2 - x^2$

$2x^2 = A^2$　　$x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A = \pm 0.0566(m)$

(3) 过平衡点时，$x=0$　$E_p=0$　$E_k=E$　　$\frac{1}{2}mv^2 = 0.06+0.02$

$v = \pm 0.8(m/s)$

2. 一弹簧振子沿 x 轴作简谐振动（弹簧为原长时振动物体的位置取作 x 轴原点）。已知振动物体最大位移为 $x_m = 0.4$ m 最大恢复力为 $F_m = 0.8$ N，最大速度为 $v_m = 0.8\pi$ m/s，又知 $t=0$ 的初位移为+0.2m，且初速度与所选 x 轴方向相反。(1)求振动能量；(2)求此振动的表达式。

解：(1) $x_m = 0.4m$　　$A = 0.4m$　　$F = kx$　　$k = \frac{0.8}{0.4} = 2(N/m)$

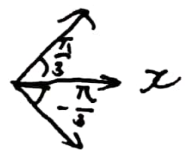
$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}\times 2\times 0.4^2 = 0.16(J)$

(2) $\omega = \frac{v_m}{A} = \frac{0.8\pi}{0.4} = 2\pi(rad/s)$

$t=0$ 时，初位移为+0.2m，是最大位移(振幅)的一半。

$\varphi = \frac{\pi}{3}$ 或 $-\frac{\pi}{3}$　　初速度与x轴相反，由旋转矢量法得 $\varphi = \frac{\pi}{3}$

振动方程 $x = 0.4\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$ (SI)



班级__________ 姓名__________ 学号__________

讲 3. 在一轻弹簧下端悬挂 $m_0=100\,g$ 砝码时，弹簧伸长 8 cm（Δx）。现在这根弹簧下端悬挂 $m=250\,g$ 的物体，构成弹簧振子。将物体从平衡位置向下拉动 4 cm，并给以向上的 21 cm/s 的初速度（令这时 $t=0$）。选 x 轴向下，求振动方程的数值式。

（重力加速度 $g=9.8m/s^2$）

解：$m_0 g = k\Delta x$　　$k=\frac{m_0 g}{\Delta x}=\frac{100\times10^{-3}\times9.8}{8\times10^{-2}}$

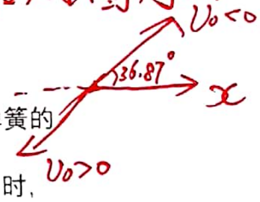
$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{100\times10^{-3}\times9.8}{8\times10^{-2}\times250\times10^{-3}}}=7\,(rad/s)$$

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{4^2+\left(\frac{21}{7}\right)^2}=5\,(cm)$$

$$\tan\phi=-\frac{v_0}{x_0\omega}=-\frac{-21}{4\times7}=\frac{3}{4}$$

$v_0<0$，$\phi=36.87^\circ=\frac{36.87}{180}\pi=0.64\,(rad)$

也可以根据旋转矢量图判断



$$x=0.05\cos(7t+0.64)\ (SI)$$

4. 一质量 $m=0.25$kg 的物体，在弹簧的力作用下沿 x 轴运动，平衡位置在原点。弹簧的劲度系数 $k=25N.m^{-1}$。(1)求振动的周期 T 和角频率 ω (2)如果振幅 $A=15$cm，$t=0$ 时，物体位于 $x=7.5$ cm 处，且物体沿 x 轴反向运动，求初速度 v_0 及初相 ϕ；(3)写出振动的数值表达式。

解：(1) $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{25}{0.25}}=10\,(rad/s)$

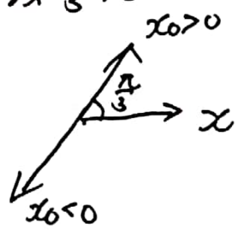
$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{10}\approx0.63\,(s)$

(2) $A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$　　$v_0=\pm\omega\sqrt{A^2-x_0^2}$　　反向运动

$v_0=-\omega\sqrt{A^2-x_0^2}=-1.3\,m/s$

$\tan\phi=\frac{v_0}{\omega x_0}$　　$\phi=\arctan\frac{v_0}{\omega x_0}=\frac{1}{3}\pi$ 或 $\frac{4}{3}\pi$

因 $x_0>0$ 由旋转矢量法 取 $\phi=\frac{\pi}{3}$



(3) $x=15\times10^{-2}\cos\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)$ (SI)