

## 练习7 波动力学

选择题3 选择题16 填空题5 计算题3

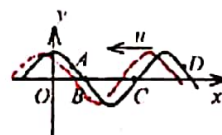
一、选择题：将符合题意的答案前的字母填入下表中相应题号的空格内，并在题后空白处写出解题过程。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	D	C	A	A	C	B	D	B	C	D	D	A	C	C	D

1. 横波以波速  $u$  沿  $x$  轴负方向传播。  $t$  时刻波形曲线如图。则该时刻

- (A) A 点振动速度大于零  
(B) B 点静止不动  
(C) C 点向下运动  
(D) D 点振动速度小于零

[ D ]



2. 若一平面简谐波的表达式为  $y = A \cos(Bt - Cx)$ ，式中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为正值常量，

则：

- (A) 波速为  $C$  (B) 周期为  $1/B$  (C) 波长为  $2\pi/C$  (D) 角频率为  $2\pi/B$

[ C ]

$$y = A \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x)$$

A. B. D 量纲不对.

3. 下列函数  $f(x, t)$  可表示弹性介质中的一维波动，式中  $A$ 、 $a$  和  $b$  是正的常量。其中哪个函数表示沿  $x$  轴负向传播的行波？

- (A)  $f(x, t) = A \cos(ax + bt)$  (B)  $f(x, t) = A \cos(ax - bt)$   
(C)  $f(x, t) = A \cos ax \cdot \cos bt$  (D)  $f(x, t) = A \sin ax \cdot \sin bt$

[ A ]

$$f(x, t) = A \cos(bt + ax)$$

4. 在简谐波传播过程中，沿传播方向相距为  $\frac{1}{2}\lambda$  ( $\lambda$  为波长) 的两点的振动速度必定

- (A) 大小相同，而方向相反 (B) 大小和方向均相同  
(C) 大小不同，方向相同 (D) 大小不同，而方向相反

[ A ]

相距  $\frac{1}{2}\lambda$ ，相位相差  $\pi$ 。



5. 一简谐横波沿  $Ox$  轴传播。若  $Ox$  轴上  $P_1$  和  $P_2$  两点相距  $\lambda/8$  (其中  $\lambda$  为该波的波长), 则在波的传播过程中, 这两点振动速度的

- (A) 方向总是相同 (B) 方向总是相反  
(C) 方向有时相同, 有时相反 (D) 大小总是不相等

[ C ]  $P_1, P_2$  两点在波列上位置不确定, 只是距离确定。

6. 把一根十分长的绳子拉成水平, 用手握其一端。维持拉力恒定, 使绳端在垂直于绳子的方向上作简谐振动, 则

- (A) 振动频率越高, 波长越长  
(B) 振动频率越低, 波长越长  
(C) 振动频率越高, 波速越大  
(D) 振动频率越低, 波速越大

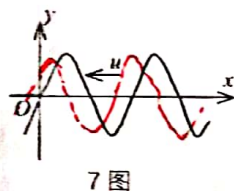
$$v = \lambda \nu$$

波长与频率成反比

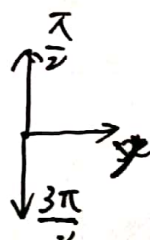
[ B ]

7. 图为沿  $x$  轴负方向传播的平面简谐波在  $t=0$  时刻的波形。若波的表达式以余弦函数表示, 则  $O$  点处质点振动的初相为: D

- (A) 0 (B)  $\frac{1}{2}\pi$  (C)  $\pi$  (D)  $\frac{3}{2}\pi$



7 图

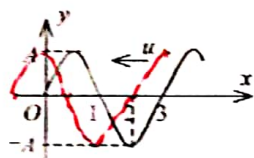


下-位移正的最大

8. 一横波沿  $x$  轴负方向传播, 若  $t$  时刻波形曲线如图所示, 则在  $t + T/4$  时刻  $x$  轴上的 1、2、3 三点的振动位移分别是:

- (A)  $A, 0, -A$  (B)  $-A, 0, A$  (C)  $0, A, 0$  (D)  $0, -A, 0$

[ B ]



9. 频率为 100 Hz, 传播速度为 300 m/s 的平面简谐波, 波线上距离小于波长的两点振动的相位差为  $\frac{1}{3}\pi$ , 则此两点相距

$\nu = 100 \text{ Hz}$      $T = \frac{1}{\nu} = 0.01 \text{ s}$   
 $u = 300 \text{ m/s}$      $\lambda = 3 \text{ m}$

- (A) 2.86 m    (B) 2.19 m    (C) 0.5 m    (D) 0.25 m

[ C ]

$\frac{x}{3} = \frac{\frac{1}{3}\pi}{2\pi}$      $x = 0.5 \text{ m}$

10. 已知一平面简谐波的表达式为  $y = A \cos(at - bx)$  ( $a, b$  为正值常量), 则

- (A) 波的频率为  $a$     (B) 波的传播速度为  $b/a$

- (C) 波长为  $\pi/b$

- (D) 波的周期为  $2\pi/a$     [ D ]

(A) 波的频率  $\nu = \frac{a}{2\pi}$

(B) 波的传播速度  $u = \lambda \nu = \frac{2\pi}{b} \frac{a}{2\pi} = \frac{a}{b}$

(C) 波长  $\lambda = \frac{2\pi}{b}$

11. 一平面简谐波以速度  $u$  沿  $x$  轴正方向传播, 在  $t = t'$  时波形曲线如图所示。则坐

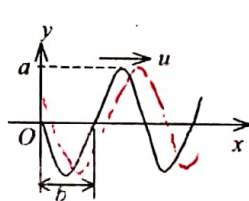
标原点  $O$  的振动方程为: ( D )

(A)  $y = a \cos[\frac{u}{b}(t - t') + \frac{\pi}{2}]$

(B)  $y = a \cos[2\pi \frac{u}{b}(t - t') - \frac{\pi}{2}]$

(C)  $y = a \cos[\pi \frac{u}{b}(t + t') + \frac{\pi}{2}]$

(D)  $y = a \cos[\pi \frac{u}{b}(t - t') - \frac{\pi}{2}]$



先写出  $O$  点的振动方程  $\phi = -\frac{\pi}{2}$

$A = a$

$\lambda = 2b$

$T = \frac{\lambda}{u} = \frac{2b}{u}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \frac{u}{b}$

$y = a \cos(\pi \frac{u}{b} t - \frac{\pi}{2})$

$y = a \cos[\pi \frac{u}{b} (t - t') - \frac{\pi}{2}]$

12. 如图所示, 一平面简谐波沿  $x$  轴正向传播, 已知  $P$  点的振动方程为

$y = A \cos(\omega t + \phi_0)$

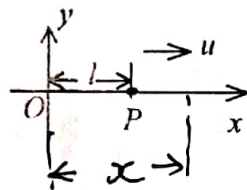
则波的表达式为

(A)  $y = A \cos\{\omega[t - (x - l)/u] + \phi_0\}$

(B)  $y = A \cos\{\omega[t - (x/u)] + \phi_0\}$

(C)  $y = A \cos \omega(t - x/u)$

(D)  $y = A \cos\{\omega[t + (x - l)/u] + \phi_0\}$



振源  $P$  点落后  $\frac{x-l}{u}$

$y = A \cos\{\omega[t - \frac{x-l}{u}] + \phi_0\}$

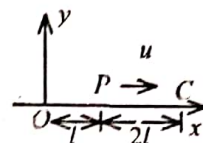
[ A ]





13. 如图, 一平面简谐波以波速  $u$  沿  $x$  轴正方向传播,  $O$  为坐标原点。已知  $P$  点的振动方程为  $y = A \cos \omega t$ , 则:

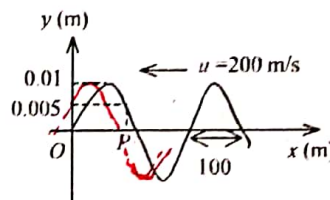
- (A)  $O$  点的振动方程为  $y = A \cos \omega(t - l/u)$   
 (B) 波的表达式为  $y = A \cos \omega[t - (l/u) - (x/u)]$   
 (C) 波的表达式为  $y = A \cos \omega[t + (l/u) - (x/u)]$   
 (D)  $C$  点的振动方程为  $y = A \cos \omega(t - 3l/u)$



[ C ]  $O$  点的振动方程  $y = A \cos \omega(t + \frac{l}{u})$   
 波的表达式为  $y = A \cos \omega(t - \frac{x-l}{u})$   
 $C$  点的振动方程为  $y = A \cos \omega(t - \frac{2l}{u})$

14. 图中画出一平面简谐波在  $t = 2$  s 时刻的波形图, 则平衡位置在  $P$  点的质点的振动方程是

- (A)  $y_P = 0.01 \cos[\pi(t-2) + \frac{1}{3}\pi]$  (SI)  
 (B)  $y_P = 0.01 \cos[\pi(t+2) + \frac{1}{3}\pi]$  (SI)  
 (C)  $y_P = 0.01 \cos[2\pi(t-2) + \frac{1}{3}\pi]$  (SI)  
 (D)  $y_P = 0.01 \cos[2\pi(t-2) - \frac{1}{3}\pi]$  (SI)



$A = 0.01 \text{ m}$     $\lambda = 200 \text{ m}$     $u = 200 \text{ m/s}$

$T = 1 \text{ s}$     $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$

[ C ] 平衡位置在  $P$  点, 质点在  $t=2$  时刻的初相为  $\varphi = \frac{\pi}{3}$  或  $-\frac{\pi}{3}$ , 由旋转矢量法知  $\varphi = \frac{\pi}{3}$   $t=2$  时的振动方程为  $y = 0.01 \cos[2\pi(t-2) + \frac{\pi}{3}]$  (SI)  
 $t=0$  时的振动方程为  $y = 0.01 \cos[2\pi(t-2) + \frac{\pi}{3}]$  (SI)

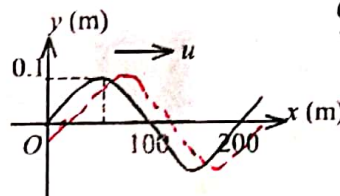
15. 图示一简谐波在  $t = 0$  时刻的波形图, 波速  $u = 200 \text{ m/s}$ , 则图中  $O$  点的振动加速度的表达式为

- (A)  $a = 0.4\pi^2 \cos(\pi t - \frac{1}{2}\pi)$  (SI)  
 (B)  $a = 0.4\pi^2 \cos(\pi t - \frac{3}{2}\pi)$  (SI)  
 (C)  $a = -0.4\pi^2 \cos(2\pi t - \pi)$  (SI)  
 (D)  $a = -0.4\pi^2 \cos(2\pi t + \frac{1}{2}\pi)$  (SI)

$A = 0.1 \text{ m}$     $\lambda = 200 \text{ m}$     $u = 200 \text{ m/s}$

$T = 1 \text{ s}$     $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$

$O$  点初相为  $\frac{\pi}{2}$  或  $-\frac{\pi}{2}$ , 由旋转矢量法知  $\varphi = \frac{\pi}{2}$



$O$  点振动方程  $y = 0.1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$   
 $v = -0.2\pi \sin(2\pi t + \frac{\pi}{2})$   
 $a = -0.4\pi^2 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$  (SI)



$$\Delta q = q_2 - q_1 = q_2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \pi$$

二、填空题：将正确答案填入空格处，并在题后空白处写出

计算过程。

1、一空气正弦波沿一圆柱形管行进，波的强度为  $12 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ ，频率为 300Hz，波速为 300m/s，波的平均能量密度为  $4 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3$ ，最大能量密度为  $8 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3$

$$\text{平均能量密度 } \bar{W} = \frac{I}{u} = \frac{12 \times 10^{-3}}{300} = 4 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3$$

$$\text{最大能量密度 } W_m = \rho A^2 \omega^2 = 2\bar{W} = 8 \times 10^{-5} \text{ J/m}^3$$

$$W(x, t) = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - \frac{x}{u}) \quad W_m = \rho A^2 \omega^2 \quad \bar{W} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$



- 2、一列余弦横波以速度  $u$  沿  $x$  轴正方向传播,  $t$  时刻波形曲线如图, 试分别指出图中 A、B、C 各质点在该时刻的运动方向: A 向下; B 向上; C 向上。

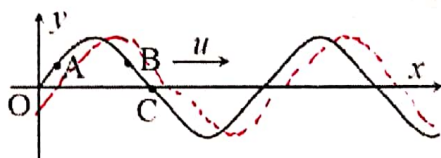


图 4-1

- 3、如图所示为一平面简谐波在  $t = 0$  时刻的波形图, 该波的波速  $u = 200 \text{ m/s}$ , 画出 P 处质点的振动曲线

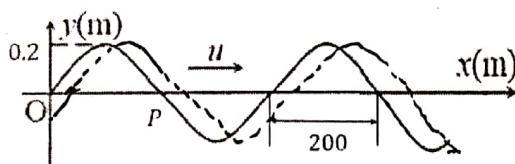
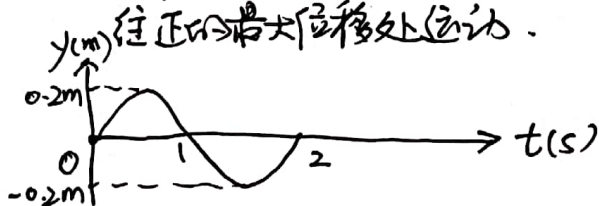


图 4-2

$A = 0.2$   $u = 200 \text{ m/s}$   $\lambda = 200 \text{ m}$   $T = \frac{\lambda}{u} = 1 \text{ s}$   $\omega = \pi \text{ rad/s}$   
 $t=0$  时 P 在平衡位置, 初相  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  或  $-\frac{\pi}{2}$ , 由旋转矢量法知  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$   
 往正的最大位移处运动。



- 4、一简谐波的频率为  $3 \times 10^4 \text{ Hz}$ , 波速为  $1.5 \times 10^3 \text{ m/s}$ , 在传播路径上相距  $0.02 \text{ m}$  的两点之间的振动相位差为  $\frac{4}{3}\pi$ 。

$$\nu = 3 \times 10^4 \text{ Hz} \quad T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{3} \times 10^{-4} \text{ s} \quad u = 1.5 \times 10^3 \text{ m/s} \quad \lambda = uT = 0.05 \text{ m}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi \frac{0.02}{0.05} = \frac{4}{3}\pi \text{ (rad)}$$

- 5、设平面简谐波沿  $x$  轴传播时在  $x = 0$  处发生反射, 反射波的表达式为  $y_2 = A \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$



班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

$\frac{x}{\lambda}) + \frac{\pi}{5}]$ , 已知反射点为一自由端, 则由入射波和反射波形成驻波波节的位置坐标为  $\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}$  ( $k=0, 1, 2, \dots$ )

入射波的波动方程为  $y_1 = A \cos[2\pi(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}) + \frac{\pi}{5}]$

反射点  $x=0$  处振动方程为  $y_{20} = A \cos(2\pi\frac{t}{T} + \frac{\pi}{5})$

合成驻波方程  $y = y_1 + y_2 = 2A \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x) \cos(2\pi\frac{t}{T} + \frac{\pi}{5})$

波节即  $|\cos \frac{2\pi}{\lambda}x| = 0$  的位置  $\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$   $x = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}$

6、一驻波方程为  $y = 0.04 \cos 20x \cos 500t$  (SI), 形成此驻波的两列行波的振幅为 0.02,  $k=0, 1, 2, \dots$   
波速为 25 m/s。





### 三、计算题：要规范答题，写出必要的文字说明，方程和演算步骤。

1、两列波在一根很长的细绳上传播，其波动方程为： $y_1 = 0.04 \cos(\pi x - 6t) \text{ m}$ ， $y_2 = 0.04 \cos(\pi x + 6t) \text{ m}$ ，

- (1) 证明细绳上的振动为驻波式振动；
- (2) 求波节和波腹的位置，
- (3) 波腹处的振幅有多大？在  $x=1.2 \text{ m}$  处的振幅是多少？

故合波认为驻波  
大振幅

解：(1)  $y = y_1 + y_2 = 0.04 \cos(\pi x - 6t) + 0.04 \cos(\pi x + 6t)$   
 $= 2 \times 0.04 \cos \frac{\pi x - 6t + \pi x + 6t}{2} \cos \frac{\pi x - 6t - \pi x - 6t}{2} = 0.08 \cos \pi x \cos 6t \text{ (m)}$

(2) 波节  $\cos \pi x = 0$        $\pi x = \pm (2k+1) \frac{\pi}{2}$        $x = \pm \frac{1}{2} (2k+1) \text{ (m)} (k=0, 1, 2, \dots)$   
 波腹  $|\cos \pi x| = 1$        $\pi x = \pm k\pi$        $x = \pm k \text{ (m)} (k=0, 1, 2, \dots)$

(3) 波腹处的振幅为  $0.08 \text{ m}$   
 $x=1.2 \text{ m}$  处的振幅为  $0.08 |\cos \pi x| = 0.08 |\cos 1.2\pi| = 0.065 \text{ (m)}$

2、一平面简谐波的波函数为  $y = A \cos \pi(5x - 4t)$ ， $x$ 、 $y$  的单位是  $\text{m}$ ， $t$  的单位是  $\text{s}$ 。

- (1) 求该波的波长、频率和波速；
- (2) 写出  $t=3.2 \text{ s}$  时刻各波峰位置的坐标表达式，并求出此时离坐标原点最近的那个波峰的位置；

(3) 求  $t=3.2 \text{ s}$  时，离坐标原点最近的那个波峰通过坐标原点的时刻。

解：(1) 平面简谐波的方程为  $y = A \cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \phi]$   
 $= A \cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \phi]$

$y = A \cos \pi(5x - 4t) = A \cos(4\pi t - 5\pi x)$   
 $= A \cos[4\pi(t - \frac{5}{4}x)]$

$\omega = 4\pi \text{ rad/s}$        $\nu = 2 \text{ Hz}$        $T = 0.5 \text{ s}$        $u = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ (m/s)}$

$\lambda = uT = 0.4 \text{ m}$

(2) 波峰位置即振幅  $y = A$  的位置。  $A = A \cos(5\pi x - 4\pi t)$   
 $\cos(5\pi x - 4\pi t) = 1$        $5\pi x - 4\pi t = 2k\pi$        $(k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$        $x = \frac{2}{5}k + \frac{4}{5}t$

当  $t=3.2 \text{ s}$  时  $x = (\frac{2}{5}k + 2.56) \text{ m}$        $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$   
 $\frac{2}{5}k + 2.56 = 0$        $k = -6.4$       当  $k=6$  时  $x = 0.16 \text{ (m)}$  是离原点最近的波峰。

(3) 由该波峰由原点传至  $x=0.16 \text{ m}$  处所需时间为  $\Delta t = \frac{x}{u} = \frac{0.16}{0.8} = 0.2 \text{ (s)}$   
 则该波峰经过原点的时刻  $t' = 3.2 - \Delta t = 3.0 \text{ (s)}$





3、一平面简谐波在空气中以速度  $u = 20 \text{ m/s}$  自左向右传播。已知波线上一点 A 的振动表达式为  $y_A = 4 \cos(2\pi t - \pi) \text{ (SI)}$ ，B 点在 A 点右方  $8 \text{ m}$  处。

解:

(1) 若取  $x$  轴方向向右，并以 A 为坐标原点，试写出波函数，并写出 B 点的振动表达式；

(2) 若取  $x$  轴方向向左，以 A 点左方  $3 \text{ m}$  处的 O 点为原点，写出波函数及 B 点的振动表达式。

解: (1) 波函数为  $y = A \cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \phi_0]$

由  $y_A = 4 \cos(2\pi t - \pi)$  得  $T = 1 \text{ s}$   $u = 20 \text{ m/s}$   $\lambda = 20 \text{ m}$

$y = 4 \cos(2\pi t - \frac{\pi}{10}x - \pi) \text{ (SI)}$

$x = 8 \text{ m}$  代入即为 B 点振动方程  $y_B = 4 \cos(2\pi t - \frac{8}{10}\pi - \pi)$

$y_B = 4 \cos(2\pi t - \frac{9}{5}\pi) \text{ (SI)}$

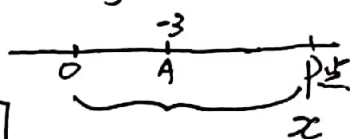
(2) A 点振动方程为  $y_A = 4 \cos(2\pi t - \pi)$

任一点的波函数为  $y = 4 \cos[2\pi(t - \frac{x}{u}) - \pi]$

$= 4 \cos(2\pi t + \frac{\pi x}{10} + \frac{3}{10}\pi - \pi)$

$= 4 \cos(2\pi t + \frac{\pi x}{10} - \frac{7}{10}\pi)$

$x = -11 \text{ m}$   $y_B = 4 \cos(2\pi t - \frac{7}{10}\pi) \text{ (SI)}$



4、设波源位于  $x$  坐标的原点 O，波源的振动曲线如图所示，波速  $u = 6 \text{ m/s}$ ，沿  $x$  轴正方向传播。

(1) 画出距波源  $30 \text{ m}$  处的质点的振动曲线；

(2) 画出  $t = 4 \text{ s}$  时的波形曲线。

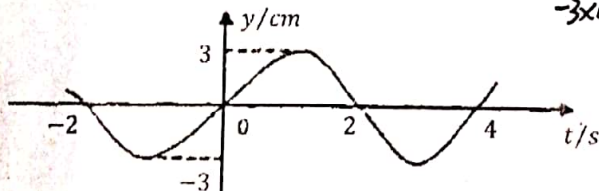
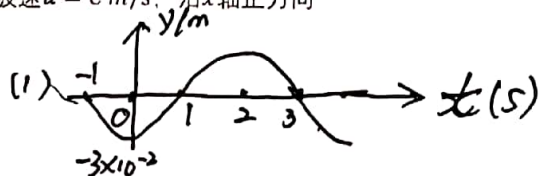


图 4-5

解: (1)  $A = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$   $T = 4 \text{ s}$   $\lambda = uT = 6 \times 4 = 24 \text{ m}$   $\omega = \frac{\pi}{2}$

$t = 0$   $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$  或  $-\frac{\pi}{2}$  由旋转矢量法知  $\phi_0 = -\frac{\pi}{2}$

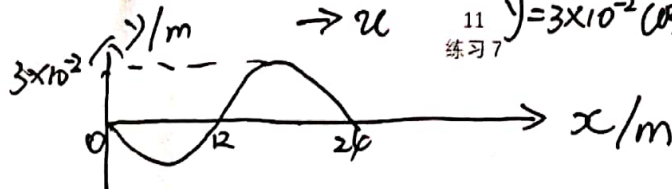
O 点的振动方程为  $y_0 = 3 \times 10^{-2} \cos(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}) \text{ (SI)}$

以 O 为振源的波函数为  $y = 3 \times 10^{-2} \cos[\frac{\pi}{2}(t - \frac{x}{6}) - \frac{\pi}{2}]$

$x = 30 \text{ m}$  处质点的振动方程为  $y_x = 3 \times 10^{-2} \cos(\frac{\pi}{2}t - 3\pi) \text{ (SI)}$

(2)  $t = 4 \text{ s}$  时 波函数为  $y = 3 \times 10^{-2} \cos[\frac{\pi}{2}(4 - \frac{x}{6}) - \frac{\pi}{2}]$

练习 7



将特殊点代入  
如  $x = 0, 12, 24$   
可得图形。



班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_

5、设一简谐波在水管中传播，其表达式为  $y_1 = 8\cos 4\pi\left(\frac{t}{10} + \frac{x}{5}\right)$ ，在水管一固定端发生反射，反射点的坐标为  $x = 0$ ，求

- (1) 反射波的表达式；
- (2) 合成波即驻波的表达式；
- (3) 波腹和波节的位置。

解：(1) 反射端必为波节，且反向，反相。

反射波函数为  $y_2 = 8\cos\left[4\pi\left(\frac{t}{10} - \frac{x}{5}\right) + \pi\right]$

(2)  $y = y_1 + y_2$

$$= 8\cos 4\pi\left(\frac{t}{10} + \frac{x}{5}\right) + 8\cos\left[4\pi\left(\frac{t}{10} - \frac{x}{5}\right) + \pi\right]$$

$$= 16\cos\left(4\pi\frac{x}{5} + \frac{\pi}{2}\right)\cos\left(4\pi\frac{t}{10} - \frac{\pi}{2}\right)$$

(3) 波腹位置  $4\pi\frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} = k\pi \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, x = \left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{5}{4}$

波节位置  $4\pi\frac{x}{5} + \frac{\pi}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, x = \frac{5}{4}k$

6. 一弹性波在介质中传播的速度  $v = 10^3 \text{ m/s}$  振幅  $A = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$  频率  $\nu =$

