

# Relatório - Descrição

Valdinei Freire

4 de Março de 2016

## 1 Teoria de Resposta ao Item

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) considera o seguinte modelo teórico para descrever a probabilidade de um aluno  $j$  acertar a questão  $i$ :

$$\Pr(A_{ij} = 1) = \frac{e^{a_i(\theta_j - b_i)}}{1 + e^{a_i(\theta_j - b_i)}},$$

onde  $A_{ij} \in \{0, 1\}$  é a variável aleatória que indica se o aluno  $j$  acertou ( $A_{ij} = 1$ ) ou errou ( $A_{ij} = 0$ ) a questão  $i$ ,  $\theta_j$  representa a habilidade do aluno  $j$ ,  $a_i$  representa o parâmetro de discriminação da questão  $i$ , e  $b_i$  representa o parâmetro de dificuldade da questão  $i$ .

O arquivo *questoes.txt* descreve os parâmetros de 100 questões no seguinte formato:

```
a_1 b_1  
a_2 b_2  
...  
a_100 b_100
```

## 2 PARTE I

### 2.1 Selecionando o melhor aluno

Considere 5 alunos descritos pelas seguintes habilidades:  $\theta_1 = -1.0$ ,  $\theta_2 = -0.5$ ,  $\theta_3 = 0.0$ ,  $\theta_4 = 0.5$  e  $\theta_5 = 1.0$ . Considerando exames com 10, 20, 50 e 100 questões dentre as descritas anteriormente, se a nota de cada aluno é dada pela porcentagem de questões acertadas, estime:

- Se um exame de  $N$  questões é escolhido aleatoriamente dentre as questões descritas anteriormente, para  $N = 10, 20, 50, 100$  qual a probabilidade de o aluno 5 ser melhor que os alunos 1, 2, 3 e 4?

Coloque a resposta em um arquivo *I1.txt* no seguinte formato:

```
P_10_1 P_10_2 P_10_3 P_10_4
P_20_1 P_20_2 P_20_3 P_20_4
P_50_1 P_50_2 P_50_3 P_50_4
P_100_1 P_100_2 P_100_3 P_100_4
```

## 2.2 Selecionando a melhor prova

Considerando o mesmo caso acima, se a nota de cada aluno é dada pela porcentagem de questões acertadas, encontre:

- Provas de 10, 20 e 50 questões que maximizem a probabilidade de o aluno 5 ser melhor que o aluno 4?

Coloque a resposta em um arquivo *I2.txt* no seguinte formato:

```
Q_1_10 Q_2_10 ... Q_9_10 Q_10_10
P_10_1 P_10_2 P_10_3 P_10_4
Q_1_20 Q_2_20 ... Q_19_20 Q_20_20
P_20_1 P_20_2 P_20_3 P_20_4
Q_1_50 Q_2_50 ... Q_49_50 Q_50_50
P_50_1 P_50_2 P_50_3 P_50_4
```

## 2.3 Intervalo de confiança

Considerando os exames com as 10, 20 e 50 questões escolhidas anteriormente e mais um exame com as 100 questões descritas anteriormente, obtenha:

- um intervalo de confiança com grau de confiança  $\alpha = 0,1$  da nota de cada aluno dada pela porcentagem de questões acertadas.

Coloque a resposta em um arquivo *I3.txt* no seguinte formato:

```
I_10_1 F_10_1 I_10_2 F_10_2 ... I_10_5 F_10_5
I_20_1 F_20_1 I_20_2 F_20_2 ... I_20_5 F_20_5
I_50_1 F_50_1 I_50_2 F_50_2 ... I_50_5 F_50_5
I_100_1 F_100_1 I_100_2 F_100_2 ... I_100_5 F_100_5
```

# 3 PARTE II

## 3.1 Estimador Pontual - Alunos

Considere que 2000 alunos realizaram um exame respondendo às 100 questões descritas anteriormente. O arquivo *respostas.txt* descreve o resultado obtido para cada aluno em cada questão no seguinte formato:

```
A_1_1 A_1_2 ... A_1_2000
```

```
A_2_1 A_2_2 ... A_2_2000
...
A_100_1 A_100_2 ... A_100_2000
```

Encontre a habilidade para cada um dos 2000 alunos e salve em um arquivo *II1.txt* no seguinte formato:

```
theta_1
theta_2
...
theta_2000
```

### 3.2 Selecionando o melhor aluno - Habilidade do Aluno

Considerando os exames com as 10, 20 e 50 questões escolhidas anteriormente e mais um exame com as 100 questões descritas anteriormente, se a nota de cada aluno é dada pela sua habilidade, estime:

- para  $N = 10, 20, 50, 100$  qual a probabilidade de o aluno 5 ser melhor que os alunos 1, 2, 3 e 4?

Coloque a resposta em um arquivo *II2.txt* no seguinte formato:

```
P_10_1 P_10_2 P_10_3 P_10_4
P_20_1 P_20_2 P_20_3 P_20_4
P_50_1 P_50_2 P_50_3 P_50_4
P_100_1 P_100_2 P_100_3 P_100_4
```

### 3.3 Intervalo de confiança - Habilidade do Aluno

Considerando os exames com as 10, 20 e 50 questões escolhidas anteriormente e mais um exame com as 100 questões descritas anteriormente, obtenha:

- um intervalo de confiança com grau de confiança  $\alpha = 0,1$  da nota de cada aluno (1, 2, 3, 4 e 5) dada pela habilidade segundo a TRI.

Coloque a resposta em um arquivo *II3.txt* no seguinte formato:

```
I_10_1 F_10_1 I_10_2 F_10_2 ... I_10_5 F_10_5
I_20_1 F_20_1 I_20_2 F_20_2 ... I_20_5 F_20_5
I_50_1 F_50_1 I_50_2 F_50_2 ... I_50_5 F_50_5
I_100_1 F_100_1 I_100_2 F_100_2 ... I_100_5 F_100_5
```

### 3.4 Intervalo de confiança - *t*-student

Considerando os exames com as 10, 20 e 50 questões escolhidas anteriormente e mais um exame com as 100 questões descritas anteriormente, obtenha:

- um intervalo de confiança com grau de confiança  $\alpha = 0,1$  da nota de cada aluno (1, 2, 3, 4 e 5) dada pela porcentagem de questões acertadas, quando a quantidade de questões acertadas é aproximada por uma normal (utilize distribuição  $t$ -student).

Coloque a resposta em um arquivo *II4.txt* no seguinte formato:

```
I_10_1 F_10_1 I_10_2 F_10_2 ... I_10_5 F_10_5
I_20_1 F_20_1 I_20_2 F_20_2 ... I_20_5 F_20_5
I_50_1 F_50_1 I_50_2 F_50_2 ... I_50_5 F_50_5
I_100_1 F_100_1 I_100_2 F_100_2 ... I_100_5 F_100_5
```

## 4 Relatório

Um relatório resolvendo os problemas acima deve ser escrito com no máximo OITO páginas (em formato disponível no TIDIA) e submetido no TIDIA. O relatório deve estar no formato PDF e deve descrever como os resultados foram obtidos. Também deve ser submetido os código fontes utilizados para produzir os resultados, assim como os arquivos .txt mencionados acima.

Cada grupo pode ser formado por no máximo 4 pessoas e os grupos devem comunicar por e-mail quais são os integrantes do mesmo. Os arquivos de dados a ser utilizado por cada grupo será disponibilizado logo após a comunicação dos grupos.

## 5 Bibliografia

- Dalton Francisco de Andrade, Heliton Ribeiro Tavares e Raquel da Cunha Valle. Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações, SINAPE, 2000.