

Structures de données

Thibaut Cantaluppi

September 11, 2025

Mutabilité

Un objet est dit **mutable** si l'on peut changer sa valeur après sa création sans nouvelle affectation. Il est dit **immutable** dans le cas contraire.

Un objet est dit **mutable** si l'on peut changer sa valeur après sa création sans nouvelle affectation. Il est dit **immutable** dans le cas contraire.

Objets immutables:

- entiers
- flottants
- booléens
- chaînes de caractères
- tuples

Un objet est dit **mutable** si l'on peut changer sa valeur après sa création sans nouvelle affectation. Il est dit **immutable** dans le cas contraire.

Objets immutables:

- entiers
- flottants
- booléens
- chaînes de caractères
- tuples

Objets mutables:

- listes
- dictionnaires
- sets

En Python, les objets sont passés par nom aux fonctions.

Le comportement apparent dépend de la mutabilité des objets en question !

Un **dictionnaire** est une structure de données qui à chaque **clé** associe une **valeur**. Il possède les opérations suivantes :

- Ajouter une association (clé, valeur).
- Supprimer une association (clé, valeur).
- Obtenir les valeurs associées à une clé donnée.

Un **dictionnaire** est une structure de données qui à chaque **clé** associe une **valeur**. Il possède les opérations suivantes :

- Ajouter une association (clé, valeur).
- Supprimer une association (clé, valeur).
- Obtenir les valeurs associées à une clé donnée.

Exemples :

- Associer à chaque utilisateur (clé) son mot de passe (valeur).
- Associer à chaque couleur sous forme de texte (clé) son code RGB (valeur).

Dictionnaire : Définition

Définition d'un dictionnaire en Python, de type `dict` :

```
d = {} # dictionnaire vide
```

```
d = dict() # autre façon de définir un dictionnaire vide
```

```
# dictionnaire avec 2 associations
```

```
mots_de_passe = { "jean-michel" : "azerty", "admin": "1234" }
```

```
# dictionnaire avec 3 associations
```

```
couleurs = {  
    "rouge" : (255, 0, 0),  
    "jaune" : (255, 255, 0),  
    "blanc" : (255, 255, 255)  
}
```

Dictionnaire : Définition

Définition d'un dictionnaire en Python, de type `dict` :

```
d = {} # dictionnaire vide
d = dict() # autre façon de définir un dictionnaire vide

# dictionnaire avec 2 associations
mots_de_passe = { "jean-michel" : "azerty", "admin": "1234" }

# dictionnaire avec 3 associations
couleurs = {
    "rouge" : (255, 0, 0),
    "jaune" : (255, 255, 0),
    "blanc" : (255, 255, 255)
}
```

Dans `mots_de_passe`, les clés et les valeurs sont des chaînes de caractères.

Dans `couleurs`, les clés sont des chaînes de caractères et les valeurs sont des triplets d'entiers.

`d[k]` donne la valeur associée à la clé `k` dans le dictionnaire `d` :

```
mots_de_passe["jean-michel"] # renvoie "azerty"
```

```
couleurs["jaune"] # renvoie (255, 255, 0)
```

```
couleurs["bleu"] # erreur : la clé n'existe pas
```

On modifie la valeur associée à la clé `k` avec `d[k] =`

Si la clé n'existait pas, elle est ajoutée.

```
mots_de_passe["admin"] = "zpd0Q64n"  
# change la valeur associée à "admin"
```

```
couleurs["bleu"] = (0, 0, 255)  
# ajoute la clé "bleu" avec la valeur (0, 0, 255)
```

Dictionnaire : Test d'appartenance

On peut tester si une clé `k` appartient à un dictionnaire `d` avec `k in d` (ou n'appartient pas, avec `k not in d`) :

Dictionnaire : Test d'appartenance

On peut tester si une clé `k` appartient à un dictionnaire `d` avec `k in d` (ou n'appartient pas, avec `k not in d`) :

```
"jean-michel" in mots_de_passe # renvoie True  
"violet" in couleurs # renvoie False
```

Utile pour éviter une erreur en accédant à une clé qui n'existe pas.

Exemple :

```
def login(nom, mdp):  
    if nom in mots_de_passe:  
        if mdp == mots_de_passe[nom]:  
            return True  
    return False
```

Dictionnaire : Parcours d'un dictionnaire

On peut obtenir les clés d'un dictionnaire avec `d.keys()` et ses valeurs avec `d.values()` :

```
mots_de_passe.keys() # renvoie ["jean-michel", "admin"]
```

```
mots_de_passe.values() # renvoie ["azerty", "1234"]
```

On peut aussi connaître le nombre de clés d'un dictionnaire avec `len(d)`.

Dictionnaire : Parcours d'un dictionnaire

On peut parcourir toutes les clés (et donc aussi toutes les valeurs) :

```
for k in mots_de_passe:  
    print(k + " a le mot de passe " + mots_de_passe[k])
```

Dictionnaire : Complexité des opérations élémentaires

Python	Description	Complexité
<code>d[k] = v</code>	Ajout (ou modification) d'une association de <code>k</code> à <code>v</code>	$O(1)$ en moyenne
<code>d[k]</code>	Accès à la valeur de clé <code>k</code>	$O(1)$ en moyenne
<code>len(d)</code>	Nombre de clés de <code>d</code>	$O(1)$ en moyenne
<code>for k in d:</code>	Parcourir les clés <code>k</code> de <code>d</code>	$O(n)$ où n est le nombre de clés

Exercice

Écrire une fonction `inverse(d)` renvoyant un dictionnaire `d2` tel que :

$$d[k] = v \iff d2[v] = k$$

où on suppose que `d` ne contient pas deux fois la même valeur `v`.

Exercice

Écrire une fonction `inverse(d)` renvoyant un dictionnaire `d2` tel que :

$$d[k] = v \iff d2[v] = k$$

où on suppose que `d` ne contient pas deux fois la même valeur `v`.

Exercice

Écrire une fonction `frequent(L)` renvoyant l'élément le plus fréquent dans une liste `L` de taille n , en complexité $O(n)$.

Applications : Dictionnaire de variables

Python conserve en mémoire deux dictionnaires :

- `globals` : fonction qui renvoie un dictionnaire contenant les **variables globales**.
- `locals` : idem mais pour les **variables locales** (accessibles uniquement dans un bloc de code, par exemple dans une fonction).

```
def f(x):  
    y = 2  
    print(locals())  
f(1) # affiche {'x': 1, 'y': 2}
```

Applications : Représentation de graphe/arbre

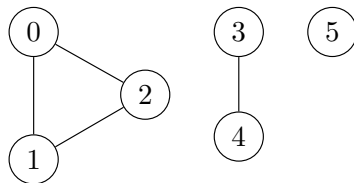
Au lieu de la représentation par matrice/liste d'un graphe G , on peut utiliser une représentation par un dictionnaire d , où $d[v]$ est la liste (ou l'ensemble) des voisins du sommet v .

Applications : Représentation de graphe/arbre

Au lieu de la représentation par matrice/liste d'un graphe G , on peut utiliser une représentation par un dictionnaire d , où $d[v]$ est la liste (ou l'ensemble) des voisins du sommet v .

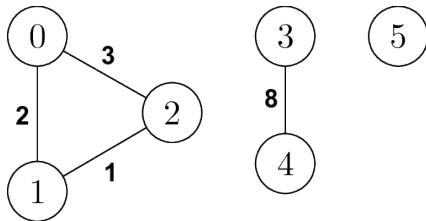
Exercice

Représenter le graphe ci-dessous avec un dictionnaire.



Exercice

Représenter le graphe pondéré ci-dessous avec un dictionnaire.



Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage

Il existe (au moins) deux façons de créer un dictionnaire :

- Avec **table de hachage** (utilisé par Python).
- (Pour MP/MP* option info seulement) Avec un **arbre binaire de recherche** : chaque noeud est un couple (clé, valeur) et on compare les clés seulement.

Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage

Définition

Une **table de hachage** est composée de :

- Un **tableau** contenant les valeurs.
- Une **fonction de hachage** h telle que, si k est une clé, $h(k)$ est l'indice du tableau où se trouve la valeur associée à k .

Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage

Définition

Une **table de hachage** est composée de :

- Un **tableau** contenant les valeurs.
- Une **fonction de hachage** h telle que, si k est une clé, $h(k)$ est l'indice du tableau où se trouve la valeur associée à k .

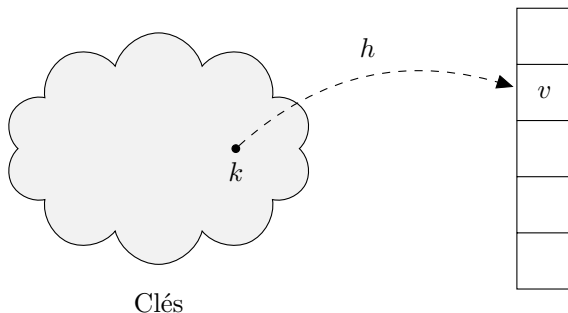
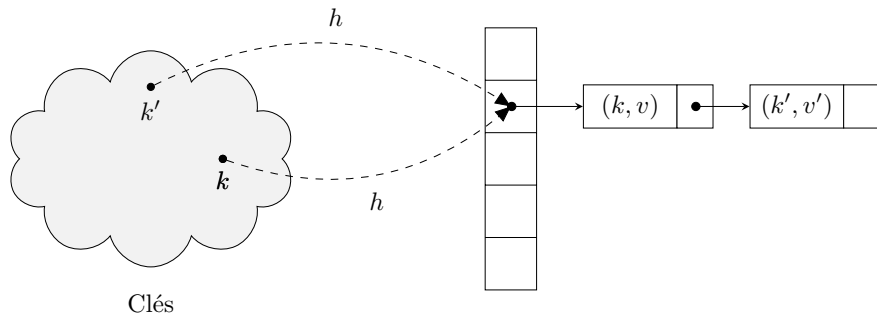


Table de hachage \approx tableau dont les indices (clés) ne sont pas forcément des entiers consécutifs.

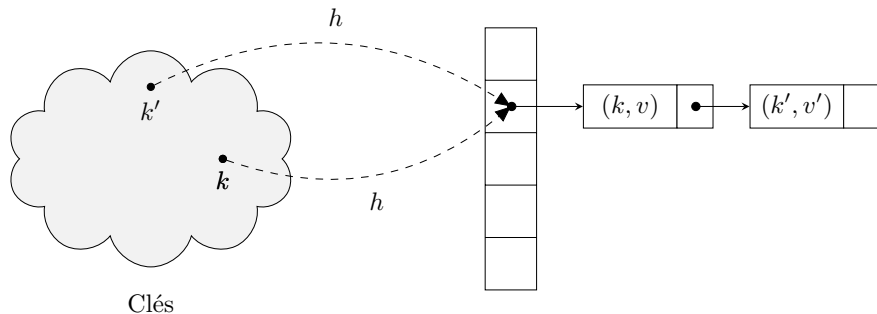
Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage

Souvent, il y a beaucoup plus de clés possibles que de cases du tableau, ce qui conduit à des **collisions** : plusieurs clés ayant la même image par h . On peut résoudre ces collisions par **chaînage**, en stockant une liste à chaque position de la table de hachage :



Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage

Souvent, il y a beaucoup plus de clés possibles que de cases du tableau, ce qui conduit à des **collisions** : plusieurs clés ayant la même image par h . On peut résoudre ces collisions par **chaînage**, en stockant une liste à chaque position de la table de hachage :



Autre possibilité de résolution de collisions : **adressage ouvert**.

Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage

Les dictionnaires en Python sont des tables de hachages qui utilisent une fonction `hash`.

`hash(e)` n'est défini que si `e` est immutable (ou : persistant), c'est-à-dire non modifiable. Il est en effet fortement déconseillé d'utiliser une clé qui puisse être modifiée (ex : liste) puisque cela changerait l'image par la fonction de hachage.

Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage

Implémentation d'un dictionnaire par table de hachage, avec résolution par chaînage :

```
T = [[] for i in range(10)] # liste contenant 10 listes vides

def h(k):
    return (k**2) % 10 # exemple de fonction de hachage

def add(k, v): # ajoute l'association de clé k et de valeur v
    T[h(k)].append((k, v))

def get(k): # donne la valeur associée à la clé k
    for k_, v in T[h(k)]:
        if k == k_:
            return v
    raise Exception("clé non trouvée")
```

$T[i]$ contient la liste des associations (k, v) telles que $h(k) = i$.

Ensemble (HP)

Un ensemble (**set** en Python) est l'analogue d'un ensemble mathématique :

```
s = {2, 3} # définition d'un ensemble contenant 2 et 3
s.add(5) # ajout de 5
3 in s # renvoie True
for e in s: # affiche tous les éléments de s
    print(e)
```

Ensemble (HP)

Un ensemble (**set** en Python) est l'analogue d'un ensemble mathématique :

```
s = {2, 3} # définition d'un ensemble contenant 2 et 3
s.add(5) # ajout de 5
3 in s # renvoie True
for e in s: # affiche tous les éléments de s
    print(e)
```

set est implémenté par table de hachage, comme **dict** → **add** et **in** sont en $O(1)$.

Ensemble (HP)

Exercice

Écrire une fonction `eratosthene(n)` renvoyant l'ensemble des nombres premiers inférieurs à n , en utilisant le crible d'Eratosthène.

On pourra utiliser la methode `difference` telle que `A.difference(B)` (ou `A-B`) renvoie l'ensemble des éléments du set `A` qui ne sont pas dans le set `B`.