# BÀI TẬP LÝ THUYẾT LẦN 10 – PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN

Họ và tên: Trần Công Hiếu.

MSSV: 21110294.

(BTVN)

$$T(N) = \begin{cases} C_1 & , N = 1 \\ 3T\left(\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor\right) + C_2 N & , N \geqslant 0, \ C_1, C_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

cm: $T(N) = O(N^{\log_2 3})$.

_Bài làm_

đặt $n = \overline{a_K a_{K-1} \dots a_0} = \sum_{i=0}^{K} 2^i \cdot a_i$, $a_i \in \{0, 1\}$, $K = \lfloor \log_2 N \rfloor$

Có $T(n) = T(\overline{a_K a_{K-1} \dots a_0}) = 3T(\overline{a_K \dots a_1}) + C_2 \sum_{i=0}^{K} 2^i a_i$

$3T(\overline{a_K \dots a_1}) = 3^2 \cdot T(\overline{a_K \dots a_2}) + 3C_2 \sum_{i=1}^{K} 2^{i-1} \cdot a_i$

$\dots$

$3^{K-1} T(\overline{a_K a_{K-1}}) = 3^K \underbrace{T(\overline{a_K})}_{C_1} + 3^{K-1} C_2 \sum_{i=K-1}^{K} 2^{i-(K-1)} a_i$

$\Rightarrow T(n) = 3^K \cdot C_1 + C_2 \left[ \sum_{i=0}^{K} 2^i a_i + 3\sum_{i=1}^{K} 2^{i-1} a_i + \dots + 3^{K-1} \sum_{i=K-1}^{K} 2^{i-(K-1)} a_i \right]$

$\leq 3^K C_1 + C_2 \left[ \sum_{i=0}^{K} 2^i + 3\sum_{i=1}^{K} 2^{i-1} + \dots + 3^{K-1} \sum_{i=K-1}^{K} 2^{i-(K-1)} \right]$

$\leq 3^K C_1 + C_2 \left[ \left( \sum_{i=0}^{K} 2^i \right) \left( 1 + 3 + \dots + 3^{K-1} \right) \right]$

$\leq 3^K C_1 + C_2 \left( 2^{K+1} - 1 \right) \left( \frac{3^K - 1}{3 - 1} \right)$

$\leq 3^K C_1 + C_2 \cdot 2n^{\log_2 2} \cdot 3^K$

$\leq C \cdot N^{\log_2 3}$

Suy ra: $T(n) = O(N^{\log_2 3})$ (đpcm)