



Группа Р3115

К работе допущен _____

Студент Конаныхина А. А.

Работа выполнена _____

Преподаватель Боярский К.К.

Отчет принят _____

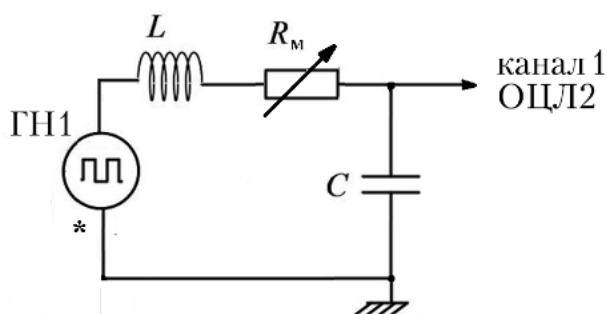
Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №3.10

**«Изучение Свободных Затухающих
Электромагнитных Колебаний»**

Цель работы:

Изучение основных характеристик свободных затухающих колебаний.

Схема установки:



Рабочая схема для изучения затухающих колебаний напряжения на конденсаторе:

- ГН1 – генератор переменных напряжений;
- L – катушка индуктивности;
- C – конденсатор;
- R_m – магазин сопротивлений – добавочное сопротивление в контуре.

Измерительные приборы:

№ п/п	Наименование	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Осциллограф	Настраиваемый	Настраиваемый

Исходные данные:

Параметры установки:

Количество витков намагничивающей обмотки I:

$N_1 = 1700$ вит

Количество витков намагничивающей обмотки II:

$N_2 = 1000$ вит

Номиналы конденсаторов:

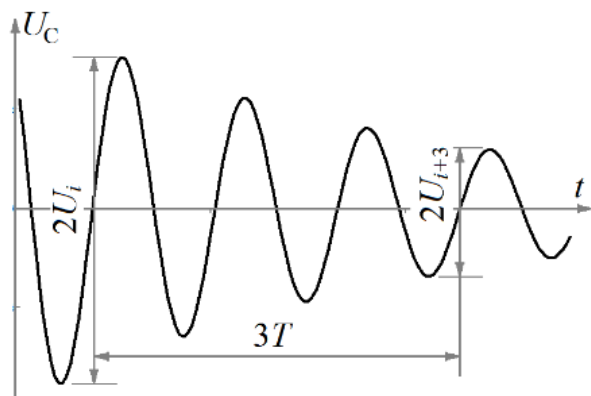
$C_1 = 0,022$ мкФ

$C_2 = 0,033$ мкФ

$C_3 = 0,047$ мкФ

$C_4 = 0,47$ мкФ

Результаты прямых измерений:



В ходе лабораторной работы необходимо было рассмотреть осциллограмму затухающих колебаний при различных параметрах RLC контура. В 1 эксперименте необходимо менять сопротивление из банка сопротивлений и измерять параметры осциллограммы (рис.слева).

Измерим при разных сопротивлениях магазина R_m период колебаний в контуре и значения $2U_i$, $2U_{i+n}$ – значения удвоенной амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе для двух моментов времени, разделённых количеством периодов $n = 1-5$. Повторим данный эксперимент при сопротивлении магазина R_m в диапазоне от 0 до 100 Ом с шагом 10 Ом, а также при значениях 200 Ом, 300 Ом, 400 Ом:

Таблица 1.

R_m , ом	T , мс	$2U_i$, дел	$2U_{i+n}$, дел	n	λ	Q	R , ом	L , мГн
0	7,3	6,2	1,8	4	0,3	13,6	87	17,1
10	7,3	6	1,3	4	0,4	11,8	97	13,9
20	7,3	5,8	1,1	4	0,4	11,1	107	14,3
30	7,3	5,6	1	4	0,4	10,9	117	15,9
40	7,3	5,4	0,8	4	0,5	10,2	127	15,3
50	7,3	5,3	0,7	4	0,5	9,9	137	15,8
60	7,3	5	0,5	4	0,6	9,2	147	14,1
70	7,3	4,8	0,4	4	0,6	8,8	157	13,8
80	7,3	4,8	0,3	4	0,7	8,4	167	12,6
90	7,3	4,3	0,3	4	0,7	8,5	177	15,3
100	5,5	4,2	0,3	4	0,7	8,6	187	17,4
200	3,7	3	0,4	2	1,0	7,2	287	17,6
300	1,9	2,1	0,4	1	1,7	6,5	387	11,8
400	1,9	1,5	0,1	1	2,7	6,3	487	7,0

Во втором эксперименте необходимо было измерить период колебаний при разных емкостях конденсаторов. Установив нулевое сопротивление магазина и последовательно включая в качестве ёмкости контура конденсаторы C_1 , C_2 , C_3 и C_4 , измерим период $T_{\text{эксп}}$ колебаний в контуре. Также посчитаем значения $T_{\text{теор}}$ для каждого из значений ёмкостей по формуле:

$$T_{\text{теор}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

Таблица 2.

C , мкФ	$T_{\text{эксп}}$, с	$T_{\text{теор}}$, с	$\delta T = \frac{T_{\text{эксп}} - T_{\text{теор}}}{T_{\text{теор}}}, \%$
0,022	0,09	0,11	0,21
0,033	0,11	0,14	0,22
0,047	0,13	0,17	0,22
0,47	0,44	0,54	0,19

Расчет результатов косвенных измерений:

1) Найдём логарифмический декремент для каждого значения сопротивлений из банка сопротивлений по формуле и внесем в таблицу 1:

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{U_i}{U_{i+n}} \right)$$

Методом наименьших квадратов посчитаем коэффициенты зависимости $\lambda = AR + B$:

$$A \equiv \frac{\left(\sum_{i=1}^N R_i \lambda_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \sum_{i=1}^N \lambda_i \right)}{\sum_{i=1}^N R_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N R_i \right)^2} = 0,0038 \text{ Ом}^{-1}$$

$$B = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i - A \sum_{i=1}^N x_i \right) = 0,33$$

Зная их, найдём собственное сопротивление контура R_0 :

$$R_0 = \frac{B}{A} = 86 \text{ Ом}$$

Найдём полные сопротивления и занесём в таблицу 1:

$$R = R_m + R_0$$

Найдём индуктивности катушки L по формуле и занесём в таблицу 1:

$$L = \frac{\pi^2 R^2 C}{\lambda^2}$$

Найдём среднюю индуктивность по формуле:

$$L_{\text{ср}} = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_N}{N} = 0,504 \text{ Гн}$$

Посчитаем добротности по формуле и занесём в таблицу 1:

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\lambda}}$$

Для $R_m < 100$ добротность найдём по формуле:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Для случаев $R_m > 100$ найдём период колебаний по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

Для сопротивлений магазина 0, 200 и 400 Ом вычислим значение периода колебаний в контуре и сравним его с теоретическим:

$R_m, \text{ Ом}$	$T_{\text{эксп}}, \text{ С}$	$T_{\text{теор}}, \text{ С}$
0	0,37	0,11
200	0,19	0,12
400	0,10	0,12

Критическое сопротивление можно найти, увеличивая R_m в контуре до тех пор, пока колебания не прекратятся. Экспериментальное значение, при котором это случилось – 1100 Ом, то есть полное сопротивление в контуре было $R = R_m + R_0 = 1186 \text{ Ом}$, а теоретически это значение находится по формуле:

$$R_{\text{крит}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 1653 \text{ Ом}$$

2) По формуле $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$ находим периоды колебаний при разных ёмкостях и сравним с получившимися в ходе эксперимента, построив график.

Расчет погрешностей:

Погрешность логарифмического декремента найдём по формуле:

$$\Delta\lambda = \lambda \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial U_i} \Delta U_i\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial U_{i+n}} \Delta U_{i+n}\right)^2} = \lambda \sqrt{\left(\frac{\Delta U_i}{U_i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{i+n}}{U_{i+n}}\right)^2} = \lambda \sqrt{(\delta U_i)^2 + (\delta U_{i+n})^2}$$

Найдём погрешность А и В через их среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{D(N-2)} \sum_{i=1}^N d_i^2} = 1,8 * 10^{-8}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)} \left(\frac{1}{n} + \frac{\langle R \rangle^2}{D}\right)} = 2 * 10^{-6}$$

Где:

$$d_i = a_i - (A + B \lambda_i)$$

$$D = \sum_{i=1}^N \lambda_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i \right)^2 = 0,17$$

Саму погрешность найдём по формуле:

$n * \sigma_x * X$, где n – коэффициент Стьюдента для 11 измерений (2,23)

$$\Delta A = 1,5 * 10^{-10} \text{ Ом}^{-1}$$

$$\Delta B = 1,5 * 10^{-6} \text{ Ом}^{-1}$$

Найдём погрешность сопротивления контура:

$$\Delta R_0 = R_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2} = 86 * \sqrt{(1,5 * 10^{-10}/0,0038)^2 + (1,5 * 10^{-6}/0,33)^2} = 0,0004 \text{ Ом}$$

И погрешность полного сопротивления:

$$\Delta R = \Delta R_0 + \Delta R_m$$

Найдём погрешности индуктивности в контуре по формуле:

$$\Delta L = L \sqrt{4 \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + 4 \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2}$$

Погрешность L_{cp} найдем через среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_{L_{cp}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}} (L_i - L_{cp}) = 0,00097$$

$$\Delta L_{cp} = n * \sigma_{L_{cp}} * L_{cp} = 0,003 \text{ Гн}$$

Найдем погрешность критического сопротивления, практическую:

$$\Delta R_{кр} = \Delta R_{m_{кр}} + \Delta R_0 = 400 \text{ Ом}$$

И теоретическую:

$$\Delta R_{кр} = R_{кр} \sqrt{\frac{\Delta L^2}{LC} + \left(\frac{\sqrt{L}}{C^{\frac{3}{2}}} \Delta C\right)^2} = 1367 \text{ Ом}$$

Графики:

В ходе выполнения лабораторной работы получились следующие графики:

График $\lambda(R)$ для всех значений R из первого эксперимента:

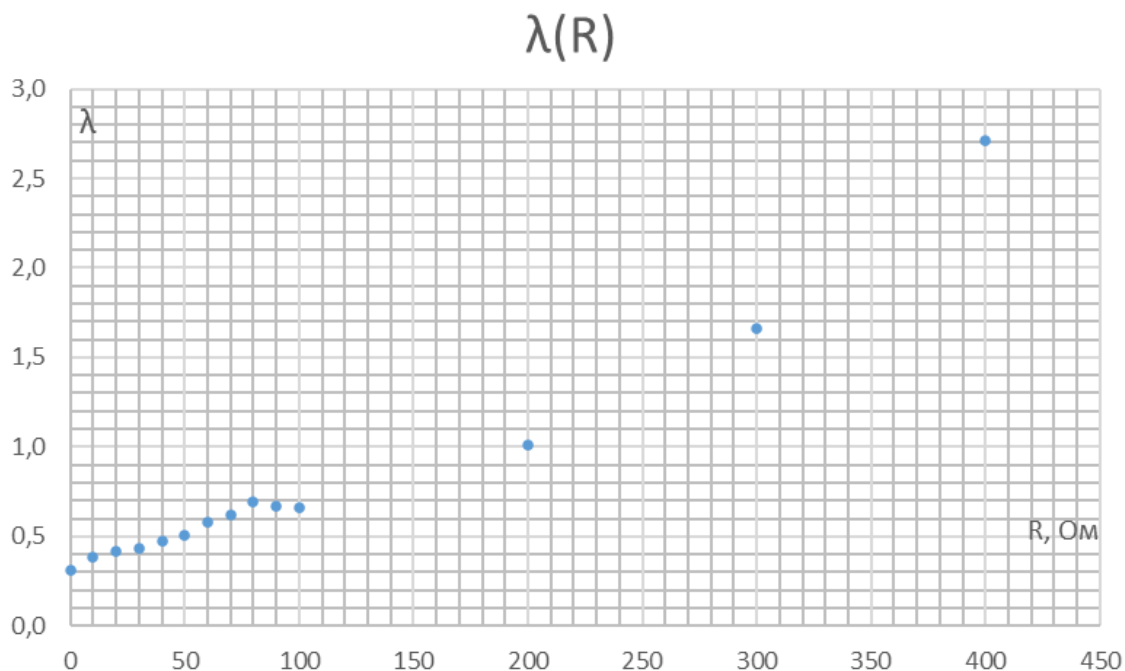
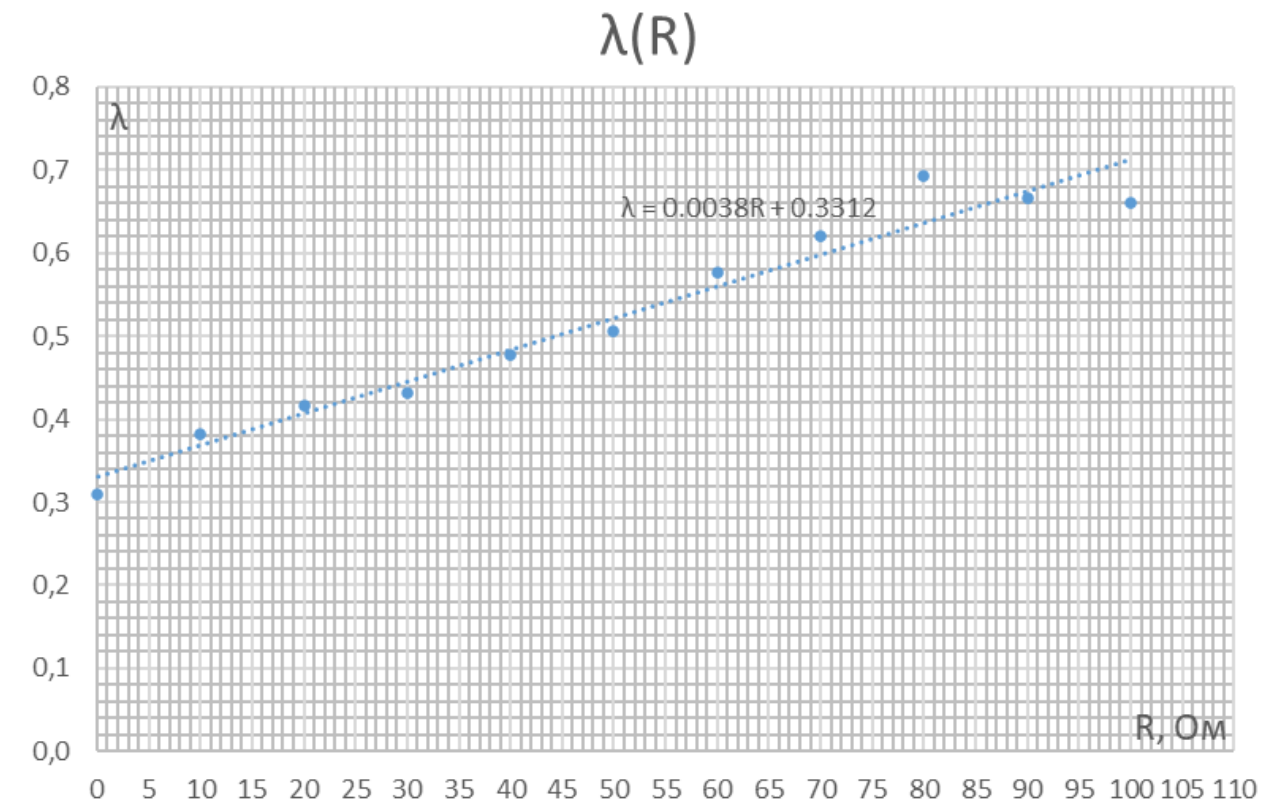
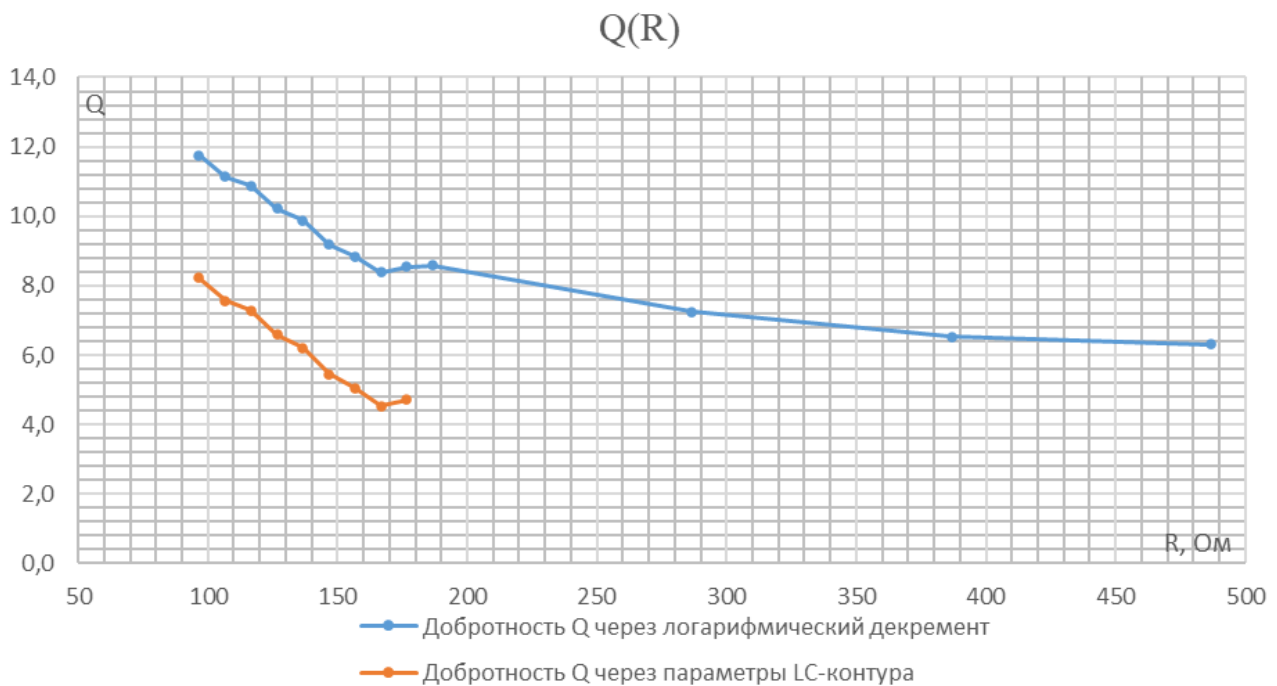


График $\lambda(R)$ для первых 11 значений R:



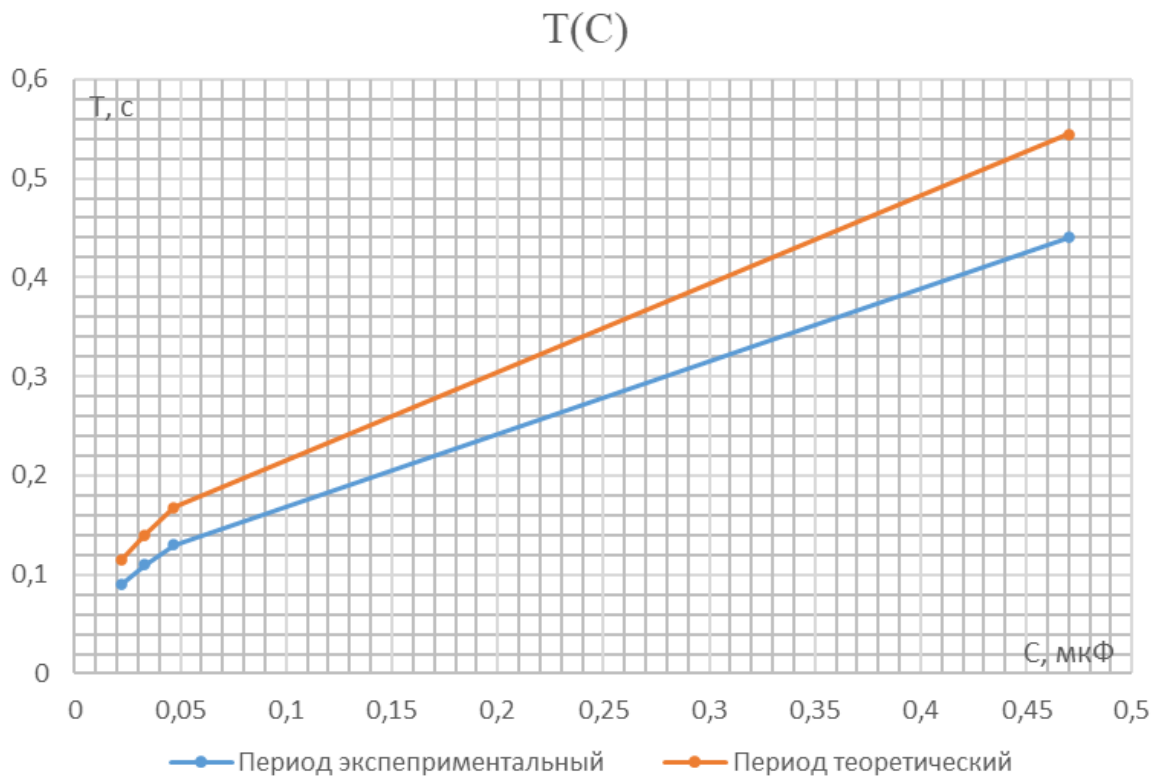
Зависимости логарифмического декремента от сопротивления в контуре линейна.

График зависимости добротности контура от сопротивления:



Данный график показывает, что добротность обратно пропорциональна сопротивлению.

График зависимости периода от ёмкостей конденсатора:



Исходя из графика, период колебаний возрастает с ростом емкости, но экспериментальная зависимость меньше теоретической.

Результаты:

При выполнении лабораторной работы были получены следующие значения:

Индуктивность катушки: $L_{\text{ср}} = (504 \pm 3) \cdot 10^3$ Гн

Сопротивление в контуре: $R_0 = 86 \pm 0,0004$ Ом

Практическое критическое сопротивление контура: $R_{\text{кр}} = 1186 \pm 400$ Ом

Теоретическое критическое сопротивление контура: $R_{\text{кр}} = 1653 \pm 1367$ Ом

Вывод:

В ходе лабораторной работы были изучены свойства колебательного RLC контура. Графически была подтверждена прямая зависимость логарифмического декремента от сопротивления в контуре. Также подтверждено, что добротность контура обратно пропорциональна сопротивлению контуру, а период колебаний возрастает с ростом емкости конденсатора.