

姓名: _____

学号: _____

学院(系): _____

____ 级 ____ 班

大 连 理 工 大 学

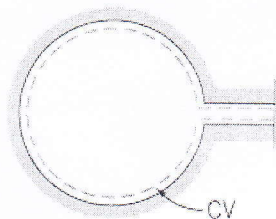
课 程 名 称: 流体力学 试 卷: B 考试形式: 闭卷

授 课 院 (系): 工程力学 考试日期: 2013 年 1 月 6 日 试卷共 7 页

	一	二	三	四	五	六	七	八			总分
标准分	20	20	15	15	10	10	10				100
得 分											

装

1. [20 分] 图中所示的储气罐的体积为 0.05m^3 . 空气可以通过罐右侧阀门排出, 阀门截面积为 65mm^2 . 在 $t=0$ 时刻, 通过阀门的平均流速为 300m/s , 空气密度为 6kg/m^3 , 求此刻储气罐内空气平均密度的变化率



假设出口流速均匀, 罐内密度均匀. 由积分形式质量守恒定律

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{CV} \rho dV \right) + \int \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} V + \rho_1 V_1 A_1 = 0 \quad (5)$$

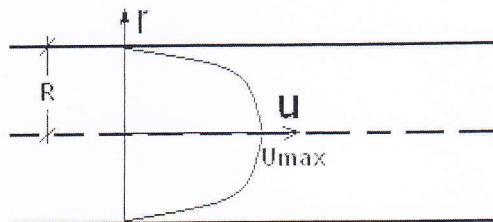
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{-\rho_1 V_1 A_1}{V} = \frac{-6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} 65 \times 10^{-6} \text{m}^2}{0.05 \text{m}^3}$$

$$= -2.34 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} \quad (5)$$

$$\frac{\Delta P}{\pi D^4}$$

2. [20 分] 一圆管内流动为层流, $D=2\text{cm}$, $U_{\max}=10\text{cm/s}$, 速度分布为 $u/U_{\max}=1-(r/R)^2$, (a) 求壁面切应力 τ_w , (b) 在 $L=100\text{cm}$ 管长上

压强降 Δp 为多少? $\rho=10^3\text{kg/m}^3$, $\nu=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$



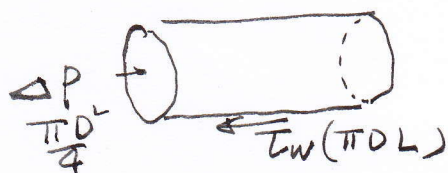
$$u = U_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$\tau_w = \mu \left. \frac{du}{dr} \right|_{r=R} = \mu U_{\max} \left(-\frac{2r}{R^2} \right) \Big|_{r=R}$$

$$= -\mu U_{\max} \frac{2}{R} = -2\rho\nu U_{\max}/R$$

$$= -2 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} / 0.01 \text{ m}$$

$$= -0.02 \text{ Pa} \quad (5)$$



$$\Delta P \frac{\pi D^2}{4} = |\tau_w| \pi D L$$

$$\Delta P = \frac{4|\tau_w|L}{D} = 4 \frac{0.02 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}}{0.02 \text{ m}}$$

$$= 4 \text{ Pa}$$

(5)

$$\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}} 65 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{5 \text{ m}^3}$$

罐右侧
流速为
比率

密度
流量

(5)

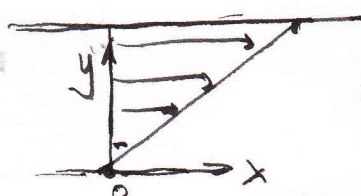
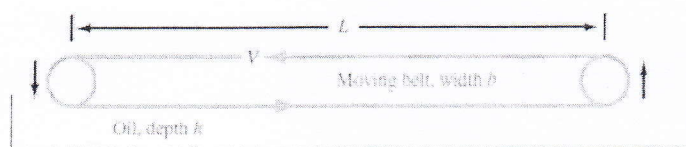
(5)

5 m³

总分

100

3. [15 分] 图中所示传送带以匀速 V 运动, 传送带与机油上表面相接触, 机油在传送带的带动下运动。机油粘性系数为 μ , 油箱深度为 h , 假设箱内油的流动速度自下向上呈线性变化。传送带长度为 L , 宽度为 b , 求使传送带运动所需功率 P 的公式。



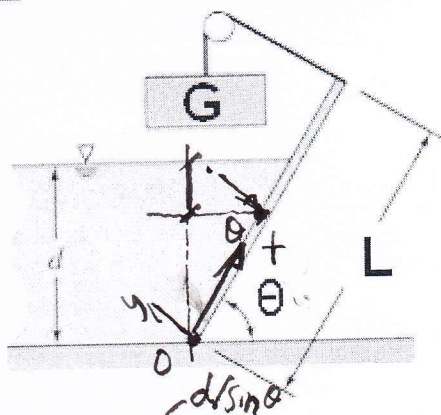
假设油水平速度线性。

带面上的切应力 $\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{V}{h}$

带受到的力 $F = \tau \cdot L \cdot b = \frac{\mu V L b}{h}$ (5)

功率 $P = FV = \tau L b V = \frac{\mu V^2 L b}{h}$ (5)

4. [15 分] 下图所示平板长 L , 宽 W , 与地面夹角为 θ , 重物重量为 G , 绳索和平板垂直, 系统处于平衡状态, 求水深 d 的表达式。



力矩平衡。
 $\sum M_o = 0$
 (5)

$$GL = \int_0^{d/\sin\theta} \rho g (d - x \sin\theta) \cdot dx \cdot x \cdot W$$

(5)

$$GL = \int_0^{d/\sin\theta} W(\rho g d \cdot x - \rho g \sin\theta x^2) dx$$

$$GL = W\rho g d \frac{x^2}{2} \Big|_0^{d/\sin\theta} - W\rho g \sin\theta \frac{x^3}{3} \Big|_0^{d/\sin\theta}$$

$$GL = W\rho g d \frac{d^2}{2 \sin^2\theta} - W\rho g \sin\theta \frac{d^3}{3 \sin^3\theta}$$

$$GL = \left(\frac{\rho g}{2 \sin^2\theta} - \frac{\rho g}{3 \sin^3\theta} \right) d^3 \cdot W$$

$$d = \left(\frac{6GL \sin^2\theta}{\rho g W} \right)^{1/3}$$

(5)

5. [10 分] 大连理工大学超声速风洞为暂冲式, 储气罐储气压强 $p_0=1.0\text{MPa}$, 温度 $T_0=23^\circ\text{C}$ 。空气通过管道进入实验段后马赫数为 1.6。假设放气过程中储气罐温度和压强恒定 (a) 求实验段内的空气压强、密度、温度和速度; (b) 实验段截面积为 0.04m^2 , 求空气质量流量。计算中可能需要的关于滞点特性的关系式:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2, \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$c = \sqrt{\gamma RT}, \quad \frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$R = 287 \text{ J/kgK}, \quad \gamma = 1.4$$

假设气罐到实验段无损失, 为等熵过程

$$T = T_0 / \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) = \frac{23 + 273}{1 + 0.2 \times 1.6^2} = 198\text{K}$$

$$P = \frac{P_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$= \frac{10^6 \text{ Pa}}{\left(1 + 0.2 \times 1.6^2\right)^{3.5}} = 235 \text{ kPa}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} = \frac{P_0}{RT_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

$$= \frac{235 \times 10^3 \text{ Pa}}{287 \times 300 \times \left(1 + 0.2 \times 1.6^2\right)^{\frac{1}{1.4-1}}}$$

$$= 1.47 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m} = \rho V A = \rho c M A = \rho \sqrt{\gamma R T} M A$$

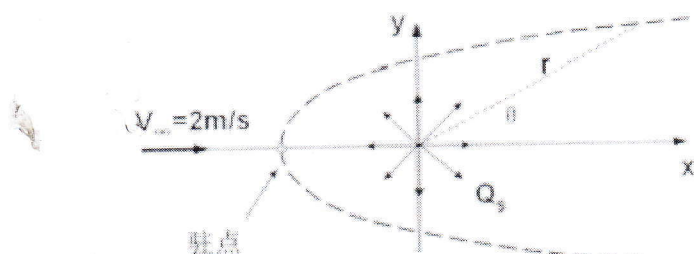
$$= 1.47 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \sqrt{287 \times 1.4 \times 198} \times 1.6 \times 0.04$$

$$= 19.9 \text{ kg/s}$$

6. [10 分] 在来流速度为 V_∞ 的二维均匀流场中, 若在原点放置一流量为

Q_s 的源。均匀来流复势为 $W = V_\infty z$, 点源复势为 $W = \frac{Q_s}{2\pi} \ln z$ 。求

- a) 驻点位置的表达式; b) 若来流速度为 4m/s , 源强度为 $2\text{m}^2/\text{s}$, 求驻点位置; c) 过驻点的流线的表达式。



流场复势 $W(z) = V_\infty z + \frac{Q_s}{2\pi} \ln z$ (3)

复速度 $\frac{dW}{dz} = V_\infty + \frac{Q_s}{2\pi} \frac{1}{z}$

驻点 $\frac{dW}{dz} = 0 \Rightarrow z_s = \frac{-Q_s}{2\pi V_\infty} = \frac{-2\text{m}^2/\text{s}}{2\pi \cdot 4\text{m/s}} = -0.08\text{m}$

驻点坐标 $(-0.08\text{m}, 0)$ (3)

复势 $W = \phi + i\psi = V_\infty r e^{i\theta} + \frac{Q_s}{2\pi} (\ln r + i\theta)$

得 $\psi = V_\infty r \sin\theta + \frac{Q_s}{2\pi} \theta$ (3)

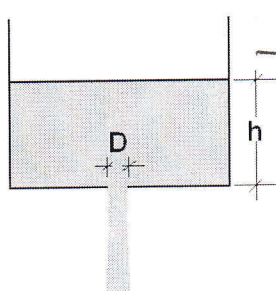
代入驻点坐标 $r = 0.08, \theta = \pi$

$\psi = V_\infty \cdot 0.08 \sin\pi + \frac{Q_s}{2\pi} \pi = Q_s/2$

得 $V_\infty r \sin\theta + \frac{Q_s}{2\pi} \theta = \frac{Q_s}{2}$ (1)

7. [10 分] 圆柱形水箱下板中心位置有一直径为 D 的圆孔，水深 h ，水自圆孔流出。现知质量流量 m [M/T] 与密度 ρ [M/L³]，孔径 D [L]，水深 h [L]，出口速度 V [L/T]，粘性系数 μ [M/LT]，表面张力系数 σ [M/T²] 和重力加速度 g [L/T²] 有关(方括号内为量纲)。

- 请根据 Pi 定理提出一系列无量纲组合；
- 现计划在实验室内进行缩比为 1/5 的实验，模型实验使用液体为水，当达到动力学相似的时候，模型与原型之间的流量比为多少？
- 模型实验是否能达到完全的动力学相似？为什么？



	M	ρ	D	h	V	μ	σ	g
M	1	1	0	0	0	1	1	0
L	0	-3	1	1	1	-1	0	1
$\frac{L}{T}$	-1	0	0	0	-1	-1	-2	-2

Choose ρ, V, D .

$$\pi_1 = \frac{m}{\rho V^2 D^2} \quad (3), \quad \pi_2 = \frac{h}{D}, \quad \pi_3 = \frac{\mu}{\rho V D}, \quad \pi_4 = \frac{\sigma}{\rho V^2 D}$$

$$\pi_5 = \frac{g D}{V^2} \quad (3)$$

通过讨论，发现，对于 π_5 ，应换用 h 作为长度尺更为合理。

$$\pi_5 = g h / V^2$$

若进行模型实验，达到动力学相似

$$\frac{h_m}{D_m} = \frac{h_p}{D_p} \Rightarrow h_m = \frac{D_m}{D_p} h_p = h_p / 5$$

$$\frac{g h_m}{V_m^2} = \frac{g h_p}{V_p^2} \Rightarrow V_m = \sqrt{\frac{h_m}{h_p}} V_p = \frac{V_p}{\sqrt{5}} \quad (2)$$

$$\frac{m_m}{\rho V_m D_m^2} = \frac{m_p}{\rho V_p D_p^2} \Rightarrow \frac{m_m}{m_p} = \frac{V_m D_m^2}{V_p D_p^2} = \frac{1}{25\sqrt{5}} \quad (2)$$