|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 想法 | 知识点 | 原题出处 |
| 积分时分母遇到分式既拆开 | 等价无穷小，泰勒展开 | 660 007 |
| 遇到指数型无穷小，无法处理时都把变量提到指数上，写成处理 | 指数，等价无穷小 | 660 011  660 127 |
| 注意极限变量趋近的数，不要看谁都是无穷小  遇到无穷大量时，可以提出来x的n次幂，化为x的n次幂乘以无穷小量，再对无穷小量求等价无穷小。 | 无穷大，等价无穷小 | 660 017 |
| f(x)是n阶无穷小，积分后是n-1阶，求导后是n+1阶 | 无穷小，积分 | 660 020  660 139 |
| 曲率公式：  曲率半径： | 参数方程求二阶导数，曲率 | 660 034 |
| 求单调区间、凹凸区间时，能取闭区间就取闭区间 | 单调性，凹凸性，极值 | 660 043 |
| 求无穷大点的极限时，用倒数替换成0处的极限。 | 渐近线 | 660 048 |
| 求不定积分时记得加C，写出C为任意常数。如果同一个题目中有多个C，应该用不同的下标进行区分。 | 三角函数积分，任意常数 | 660 057 |
| 计算结果尽量化成最简形式，例如三角函数  对数式等。 | 三角函数积分 | 660 062 |
| 反常积分，  当，对于任意的q都收敛；  当，对于任意的q都发散；  当，收敛，发散。  对于多项式分式，按照x的最高次项判断。 | 反常积分 | 660 068 |
| 求反常积分的通用方法：  ，当做一般积分做，做完后求极限。  这样做的目的是使各部分趋于无穷的速度相同，可以使无穷大之间相互计算，求出收敛的值。  无界函数也可类似操作。 | 反常积分 | 660 069 |
| 对抽象函数积分时，如果抽象函数f里不是d的x，则应该先转换为x再求解。  。 | 一阶微分方程 | 660 082 |
| 注意洛必达的条件：  分子分母极限均为0  分子分母在去心邻域均可导，且分母导数不为0  分子分母导数极限相除后存在或为无穷（不能跳跃不能振荡） | 极限，洛必达 | 660 136 |
| 无穷大：在某个范围内，函数值一直趋向无穷大。  无界：在某个范围内，至少存在一个子列，使得子列所在点的函数值趋向无穷大，别的点不用考虑。  证明：对于无界数列a(n)，可构筑数列，使得对于任意的M，都存在。即为所求子列。  函数也可类似处理。 | 无界 | 660 145  求证：无界数列存在一个子列是无穷大。 |
| 证明可导前先判断是否连续，不连续一定不可导 | 极限、连续、可导 | 660 154 |
| 原函数都是连续的。至于是否可导，要看被积函数在某点的间断点类型。  如果是可去间断点，则原函数可导。否则不可导。 | 原函数 | 660 176  660 199 |
| 闭区间的连续函数一定有界。 | 原函数 | 660 177 |
| 定积分的定义：分割近似求和取极限。  定积分存在条件：  f(x)在有界，且只有有限个间断点。  也就是上述极限存在。  原函数的定义：区间内，。  原函数存在条件：  首先要保证区间内每个点都有定义。  若连续，则存在原函数。  若不连续，如果有第一类间断点或无穷间断点，则不存在。  若不连续且只有震荡间断点，用导数定义求该震荡间断点的可能存在的原函数的导数，  若，则原函数存在。 | 原函数 | 660 199 |
| 一个积分公式：  （用三角换元证明） | 定积分定义 | 660 200 |
| 利用时，应先确定整体的符号，或带绝对值。 | 多元函数极限，放缩 | 660 228 |
| 表示的是二元函数在点的平滑程度。  若该极限等于零，则说明函数在该点平滑，A和B表示的是这个微小平面相对于坐标轴的倾斜程度。  若该极限不为零，则说明函数在该点有“棱角”，不平滑，也就是不可微。 | 微分，可微，二元极限 | 660 238 |
| 求某点的导数值的时候用导数定义求极限比较方便（二元函数也同理） | 二元极限 | 660 243 |
| n阶行列式的数乘不要忘记符号也要带上。例如 | 行列式，逆矩阵的行列式 | 660 283 |
| 若方阵，则。其中  证明：  若，则可设  其中，。不全为零。  又  所以 | 分块矩阵，矩阵的幂 | 660 287 |
| 逆矩阵： | 初等矩阵，初等变换 | 660 293 |
| α是的特征值λ的特征向量，则它同时也是A的特征值的特征向量。 | 特征向量，特征值，逆矩阵 | 660 324 |
| 做求特征值的选择题时，可根据性质和特殊值进行排除。  或代入验证 | 特征值 | 660 406 |
| 二次型矩阵正定的充要条件：顺序主子式都大于零。  推广：设顺序主子式的值分别为，顺序主子式的商序列为  则二次型的正惯性系数等于商序列中正数的个数，负惯性系数等于负数的个数，0的个数就是顺序主子式0的个数。如果计算顺序主子式时中间插入了0项，可以通过正交变换（某一行加上另一行，同一列同时加上另一列）把0项移到顺序主子式序列的末尾。 | 合同，惯性系数 | 660 425 |
| 记清楚几个大数定理、中心极限定理的条件和结论。  切比雪夫不等式：随机变量期望和方差存在。  切比雪夫大数定律：随机变量序列两两不相关，方差都小于一个常数  伯努利大数定律：  辛钦大数定律：随机变量序列独立同分布，且存在数学期望  棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理：  列维-林德伯格中心极限定理：随机变量序列独立同分布，且存在期望和方差  大数定律的结论是大量随机变量（或序列均值）收敛于期望值。  中心极限定理的结论是大量随机变量（或序列均值）的分布是正态分布。 | 大数定理和中心极限定理 | 660 552 |
| 计算类似时，可利用形心公式。 | 第一类面积分 | 660 600 |
| 当积分区域出现或时，应该用轮换对称性计算等的积分。注意。 | 第一类线积分，轮换对称性 | 660 603 |
| 等价无穷小只能判断正项级数的敛散性。  分母上有时可以有理化。  比如从而拆成两个级数。 | 级数敛散性 | 660 627 |
| 放缩技巧：。 | 级数，放缩 | 660 629 |
| 求空间中直线、平面之间的夹角时，。 | 线面角 | 660 637 |
| 方向导数：  在对坐标的曲线积分中，  对坐标的曲面积分中， | 方向导数  两类线面积分的转换 | 660 649 |
| 证明无穷小的关系：相除求极限计算 | 等价无穷小 | 基础篇P030例50 |
| 初等函数在定义域内连续，注意定义域在哪里 | 连续 | 基础篇P045例10 |
| 求直线方程前先看清楚是切线还是法线，是平行还是垂直 | 切线 | 基础篇P063例25 |
| 在分式中存在项时，将其化为求解比较方便 | 一元函数积分，指数分式 | 基础篇P115例12（电子版+11） |
| 求几何图形的性质时，可先求出关键坐标，画出草图。  比如，当时，，图形不存在，所以只能对其余部分极坐标积分。 | 极坐标积分，面积 | 基础篇P125例3 |
| 极坐标围成图形绕x轴旋转体表面积：  代入，求导化简得  绕y轴旋转同理。  或者理解为：是微元处周长  是微元处宽度，再积分 | 极坐标，旋转体表面积 | 基础篇P126例5 |
| 求曲面的法向量：写成的形式，法向量就是。 | 曲面的法向量，方向向量 | 基础篇p155例1 |
| 求曲面交线的方向向量：和分别对x求导，解出y’、z’，方向向量就是。 | 曲线的切向量 | 基础篇p156例6 |
| 求对坐标的积分时，如果与路径无关，但区域内有极点，应该单独考虑极点的积分，可以通过构造一个包含极点的曲面，求这个积分求出。 | 曲线积分，曲面积分，路径无关，极点 | 基础篇p172例7  基础篇p177例9  660 651 |
| 幂级数展开时要标明收敛域，可根据计算过程得出收敛半径，根据最终形式及所求函数判断端点。  判断端点时也要根据题目函数的定义域判断，如果端点处没有定义，则级数的收敛域不能包含该点。 | 幂级数，和函数，收敛域 | 基础篇p192例4（3）  每日一题187（将展开为x的幂级数）  每日一题189（将展开为x的幂级数） |
| 幂级数展开、求解和函数时要看清第一项是0还是1，以免缺少常数。在积分求导时要格外注意。  如果第一项是0，求导的时候如果求完还是0，就会出现，显然是错误的，所以求导后首项应该是1。 | 幂级数展开，收敛域 | 基础篇p192例5  每日一题189（将展开为x的幂级数）  每日一题190（求幂级数的收敛域，并求其和函数。） |
| 傅里叶展开如果没有奇偶性要求，是，其中  如果要求奇偶函数展开，或者展为正、余弦，是，其中  记清楚a对应cosx偶函数，b对应sinx奇函数。 | 傅里叶级数 | 基础篇p196例3 |
| 解微分方程时一定要保证除的项不为零，或者在最后检验除数为零是否是特解。 | 一阶微分方程，变量可分离，0特解 | 基础篇p198例2 |
| 求与正交单位向量时，应写出正负两个方向的。 | 正交单位化 | 基础篇p259例18 |
| 非齐次线性方程组增广矩阵多出来那一列对应的系数是不是，不要把特解的符号搞错。 | 非齐次方程组 | 基础篇P265 例5 |
| 利用基础解系解向量个数计算时，要先看清楚系数矩阵的行和列，行数m是方程组中方程的个数，列数n是方程组未知数的个数。 | 基础解系和秩的关系 | 基础篇P265 练习（3） |
| 没有给出确切的方程组时，由秩开始，从特解、基础解系入手，推理得出方程组的解。 | 抽象线性方程组 | 基础篇P268 例10 |
| 根据特征多项式求特征值时，可以先在特征多项式中进行初等行变换，化简再求根，而不是直接化为多项式求解，那样可能太麻烦。 | 特征值、特征向量 | 基础篇P274 例1 |
| 随机变量函数的分布要搞明白变量之间的关系。大写字母X、Y、Z表示随机变量，小写字母x、y、z表示函数值。就表示随机变量Y是X的函数，同样也是随机变量。计算概率时，使不等式左边化简为X，即可代入X的分布函数。 | 随机变量函数的分布 | 基础篇P319 例1 |
| 积分判别法：与同敛散，，要求f(n)在极限情况下连续非负单调，由于改变有限项不改变级数和极限情况，故t可任意取。只能判断级数敛散，级数的收敛值不等于积分结果。 | 无穷级数，积分判别法 | 例题：和的敛散性。 |
| 看到的形式（积分区间的长度是无穷小），可以利用积分中值定理。（答案：） | 积分中值定理，极限 | 例题：设，具有连续导数，则. |
| 多元函数求某个点的偏导数的时候，可以先代后算。  比如（对x求导时y是常数，可以直接把代入）  抽象多元函数求导数时，最终结果要写清楚在哪个点取得。  比如之类的，要写清楚。 | 二元函数求导，复合函数求导 | 每日一题157 |
| 计算在无穷区间的最值问题时，应该考虑一下无穷时的极限值。 | 二元函数极值 | 每日一题158 |
| 二元函数在有限闭区间的最值问题：  求出区间内所有的驻点和不可导点的函数值  求出边界上的最大最小值  一般方法：拉格朗日乘数法  有时可用的简便方法：化有条件为无条件，具体措施有在直角坐标上直接代入，或转化成参数方程再代入求解  比较区间内点和边界上最值的大小 | 二元函数最值，条件极值 | 每日一题159 |
| 求和函数时，如果所求和函数在收敛区间内某点无定义，需要根据原级数单独计算。 | 级数，和函数 | 每日一题191（求幂级数在区间内的和函数。） |

，如果缺少的条件，在f(x)在x=a处不连续的情况下就不成立了。反例：。

定理：

但是，必须还要附加上单调的条件。

数列极限和函数极限的关系：数列极限是函数极限的一个子列，如果函数极限已知，任何相同极限的子列的极限都与之相同（前提是不能超出其去心邻域，也即）。而如果数列极限已知，函数极限不能确定。有点类似于无穷大和无界的关系。 每日一题205

幂指函数求导数：一项看做幂函数，一项看做指数函数，求导再相加。

。每日一题218

拉格朗日中值定理：如果满足函数f(x)在[a,b]连续，在(a,b)可导，则，是一个a到b之间的数。

不能简单的理解为常数，如果区间是x的函数，则也可以理解成x的函数，比如在本题中，，，但不能简单地通过夹逼就理解为，。因为要求的式子是，如果直接代入，会导致极限是型。所以应该利用导数定义，

之后再求出，，，即。

每日一题223

拉格朗日中值定理应用条件：，其中，g均为无穷小量

如果，可以直接用拉格朗日。

如果，需要判断和g的关系。

如果是g的高阶或同阶无穷小，则可以拉。如果是低阶，则不能拉。

每日一题224

积分中值定理：，

例如本题。

每日一题225

在极限存在平方差项时可以先用平方差公式化简，避免泰勒的运算。

每日一题235