线性：T[ax1(n)+bx2(n)]=ay1(n)+by2(n)

时不变性：T[x(n-n0)]=y(n-n0)

FT：X(e^jω)=Σ-∞到+∞ x(n)e^-jωn

IFT：x(n)=1/2π\*∫-π到π X(e^jω)e^jωn dω

时移特性：FT[x(n-n0)]=e^-jωn0\*X(e^jω)

频移特性：FT[e^jω0n\*x(n)]=X(e^j(ω-ω0))

时域卷积定理：y(n)=x(n)卷h(n)，Y(e^jω)=X(e^jω)H(e^jω)

频域卷积定理：y(n)=x(n)h(n)，Y(e^jω)=1/2π\*X(e^jω)卷H(e^jω)

ZT：X(z)=Σ-∞到+∞ x(n)z^-n 必须写清楚收敛域

Z[δ(n)]=1，|z|≥0

Z[u(n)]=1/(1-z^-1)，|z|>1

Z[a^nu(n)]=1/(1-az^-1)，|z|>|a|

Z[b^nu(-n-1)]=1/(1-bz^-1)，|z|<|b|

序列移位：ZT[x(n-n0)]=z-n0X(z)

序列乘以指数序列：ZT[anx(n)]=X(a-1z)，|a|Rx-<|z|<|a|Rx+

差分方程Σk=0到N aky(n-k)=Σk=0到M bkx(n-k)

系统函数H(z)=Σk=0到M bkz^-k/Σk=0到N akz^-k

DFT：X(k)=Σn=0到N-1 x(n)WNkn

IDFT：x(n)=1/N\*Σk=0到N-1 X(k)WN-kn

WN=e^-j2π/N

时域循环移位定理：y(n)=x((n+m))NRN(n)，Y(k)=WN-kmX(k)

频域循环移位定理：Y(k)=X((k+L))NRN(n)，y(n)=WNnlx(n)

循环卷积：yc(n)=h(n) 圈L x(n)=[Σm=0到L-1 h(m)x((L-m))L]RL(n)

时域循环卷积定理：DFT[x1(n) 圈L x2(n)]=X1(k)X2(k)

频域循环卷积定理：DFT[x1(n)x2(n)]=1/N X1(k) 圈L X2(k)

复共轭序列的DFT：DFT[x\*(n)]N=X\*(N-k)

DFT进行谱分析的参数选择：

谱分辨率F=1/记录时间Tp=1/NT=Fs/N

采样频率Fs>2\*信号最高频率fc

采样点数N>2fc/F

取样间隔T=1/Fs<1/2fc

IIR数字滤波器设计步骤：

1. 确定所需类型数字滤波器的技术指标（确定ω）（数字频率ω：单位rad）

低通：通带截止频率ωp，阻带截止频率ωs

1. 高通：阻带截止频率ωs，通带截止频率ωp
2. 带通：阻带下截止频率ωsl，通带下截止频率ωpl，通带上截止频率ωpu，阻带上截止频率ωsu
3. 带阻：通带下截止频率ωpl，阻带下截止频率ωsl，阻带上截止频率ωsu，通带上截止频率ωpu
4. 共有：通带最大衰减αp，阻带最小衰减αs。单位dB
5. 将数字滤波器的指标转换成模拟滤波器的指标（ω->Ω）（模拟角频率Ω：单位rad/s）
6. 低通/带通：用脉冲响应不变法：Ω=ω/T
7. 低通/带通/高通/带阻：用双线性变换法：Ω=2/T\*tan(ω/2)
8. 对模拟滤波器边界频率进行归一化（Ω->η）（归一化频率η），再将其转换成归一化的模拟低通滤波器边界频率（η->λ）（归一化低通滤波器频率λ）
9. 高通：η=Ω/Ωch，λ=1/η。若Ωch未知，直接求Ωs=1/Ωsh，Ωp=1/Ωph
10. 带通：通带带宽B=Ωpu-Ωpl，中心频率η0^2=ηsuηsl，η=Ω/B，λp=1，λs=min{-(ηsl^2-η0^2)/ηsl,(ηsu^2-η0^2)/ηsu}
11. 带阻：阻带带宽B=Ωsu-Ωsl，中心频率η0^2=ηsuηsl，η=Ω/B，λp=max{-ηpu/(η0^2-ηpu^2),ηpl/(η0^2-ηpl^2)}，λs=1
12. αp和αs不变
13. 设计归一化的模拟低通滤波器G(p)：巴特沃斯低通滤波器设计法（用Ω或λ求G(p)）
14. 求出N。λsp=Ωs/Ωp=λs/λp，ksp=根号{[10^(αs/10)-1]/[10^(αp/10)-1]}，N=lg ksp/lg λsp向上取整
15. 求出归一化极点pk=e^{jπ\*[1/2+(2k+1/2N)]}，G(p)=1/Π(p-pk)。也可查表直接得到pk和G(p)
16. 去归一化、频率转换成所需类型的模拟滤波器（G(p)->H(s)）
17. 低通：p=s/Ωc。如果Ωc没有直接给出，可用Ωc=Ωp[10^(0.1αp)-1]^(-1/2N)或Ωc=Ωs[10^(0.1αs)-1]^(-1/2N)。用哪个指标计算，哪个指标刚好满足，另一个指标有富余。
18. 高通：p=Ωch/s。若Ωch未知，先用上述方法求低通滤波器的3dB截止频率Ωc，再求Ωch=1/Ωc。
19. 带通：p=(s^2+ΩplΩpu)/[s(Ωpu-Ωpl)]
20. 带阻：p=s(Ωsu-Ωsl)/(s^2+ΩslΩsu)
21. 模拟滤波器转换成数字滤波器（H(s)->H(z)）
22. 脉冲响应不变法：
23. 1/(s-si) -> 1/[1-e^siT\*z^-1]
24. (s+σi)/[(s+σi)^2+Ωi^2] -> (1-z^-1\*e^-σiT\*cosΩiT)/(1-2z^-1\*e^-σiT\*cosΩiT+z^-2\*e^-2σiT)
25. σi/[(s+σi)^2+Ωi^2] -> z^-1\*e^-σiT\*sinΩiT/(1-2z^-1\*e^-σiT\*cosΩiT+z^-2\*e^-2σiT)
26. 双线性变换法：代入S=2/T\*(1-z^-1)/(1+z^-1)得到H(z)

用窗函数法设计FIR滤波器的步骤：

1. 选择阻带衰减恰好比滤波器的阻带衰减大的窗函数，这样可以使主瓣最窄。
2. 所选滤波器的过渡带宽度Δω<待设计滤波器的过渡带宽度Bt，由此确定N。N取奇数可设计各种滤波器，取偶数只能实现低通和带通滤波器。
3. 构筑待逼近的频率响应函数Hd(e^jω)=Hdg(ω)e^-jωτ，τ=(N-1)/2，并确定滤波器的边界频率ωc=(ωp+ωs)/2。
4. Hdg(ω)={1，通带；0，阻带}
5. 对Hd(e^jω)进行反变换得到hd(n)=1/2π\*∫-π到π Hd(e^jω)e^jωn dω。
6. 低通：hd(n)=sin[ωc(n-τ)]/π(n-τ)
7. 高通（全通-低通）：hd(n)=sin[π(n-τ)]/π(n-τ)-sin[ωc(n-τ)]/π(n-τ)
8. 带通（低通1-低通2）：hd(n)=sin[ωc1(n-τ)]/π(n-τ)-sin[ωc2(n-τ)]/π(n-τ)
9. 带阻（低通+高通）：hd(n)=sin[ωc1(n-τ)]/π(n-τ)+sin[π(n-τ)]/π(n-τ)-sin[ωc2(n-τ)]/π(n-τ)
10. 对hd(n)加窗，得到h(n)=hd(n)w(n)。

窗函数 Bt αs/dB

矩形窗 1.8π/N 21

三角窗 6.1π/N 25

汉宁窗 6.2π/N 44

哈明窗 6.6π/N 53

布莱克曼窗 11π/N 74

凯赛窗 10π/N 80

频率采样法设计FIR滤波器的步骤：

1. 根据阻带最小衰减αs选择过渡带采样点个数m。
2. 根据N≥(m+1)2π/Bt，求出滤波器长度（即频域采样点数）N。
3. 设计出希望逼近的滤波器的频响函数Hd(e^jω)=Hdg(ω)e^-jωτ，对其在ω=0到2π等间隔采样N点（代入ω=2πk/N），得到H(k)。
4. 对H(k)进行N点IDFT，得到h(n)=1/N\*ΣH(k)WN-kn，作为FIR滤波器的单位脉冲响应。

Hd(k)=Hg(k)e^jθ(k)，约束条件为：

θ(k)=-(N-1)/N\*πk

Hg(k)=

1. 若N为奇数，则

Hg(k)=Hg(N-k)=1，k=0,1,...,kc

Hg(k)=0，k=kc+1,kc+2,...,N-kc-1

1. 若N为偶数，则

Hg(k)=1，k=0,1,...,kc

Hg(k)=0，k=kc+1,kc+2,...,N-kc-1

Hg(N-k)=-1，k=1,2,...,kc

kc表示通带内最后一个采样点的序号，kc=ωcN/2π向下取整。

模拟信号数字处理框图：预滤波，A/DC，数字信号处理，D/AC，平滑滤波

预滤波：用低通滤波器限制带宽

A/DC：模数转换。需要采样（把信号在时间上离散化）、量化（幅度上离散化）和编码（把离散的幅度编成二进制位）

数字信号处理：对信号进行运算

D/AC：数模转换（用采样保持电路实现：台阶状连续时间信号，在采样时刻幅度发生跳变）

平滑滤波：用低通滤波器滤除信号中高频成分，使信号变得平滑

DFT进行谱分析的误差问题：混叠现象、截断效应、栅栏效应。

解决办法：避免混叠要保证采样频率足够高，避免截断效应要在截断时根据具体情况，选择适当形状的窗函数。避免栅栏效应可以适当增加采样点数。

DIT-FFT和DIF-FFT特点比较：

相同之处：基本思想都是将大点数的DFT分解成若干小点数的DFT，缩短运算时间。DIT与DIF两种算法均为原位运算，运算量相同。所以DIT和DIF是两种等价的FFT算法。

不同之处：把长序列分解成短序列的方式不同，DIT是按时间抽取法，DIF是按频率抽取法。DIT与DIF两种算法结构倒过来，DIF的输入序列为自然顺序，输出为倒序排列，与DIT正好相反。蝶形结构不同，DIF的复数乘法只出现在减法之后，DIT则是先做乘法后做加减法。

脉冲响应不变法：

优点：频率变换是线性关系，ω=ΩT，数字滤波器可以很好地重现原模拟滤波器的频响特性。数字滤波器的单位脉冲响应完全模仿模拟滤波器的单位冲激响应，时域特性逼近好。

缺点：从s平面到z平面的映射是多值映射，有频域混叠失真。只适用于带限滤波器，不适用高通和带阻。

双线性变换法：

优点：从s平面到z平面的映射是一一对应的，不产生频域混叠现象，代数公式简单。

缺点：由于ω和Ω是非线性的反正切关系，所以只适用于片段常系数滤波器设计。

IIR：直接型、级联型、并联型

直接I型：优点：结构清晰便于理解。缺点：延时支路较多。

直接II型：优点：延时支路比直接I型少一半。缺点：累积误差大，运算速度相对慢。

级联型：优点：每个一阶二阶网络决定一个或一对零极点，便于调整。运算累积误差比直接型小。缺点：直接型的量化效应最大，并联型最小，级联型量化效应居中。

并联型：优点：无误差累计，量化效应最小。极点调整方便。运算速度最高。缺点：零点调整不方便。

FIR：因果稳定的FIR系统极点都在|z|=0处。直接型、级联型、频率采样型、线性相位型

直接型：优点：直观明了，便于理解。缺点：零点调整不方便。

级联型：优点：调整零点方便。缺点：需要的乘法器多。

线性相位型：优点：节约了一半乘法器。

频率采样型：优点：调整方便。便于标准化、模块化。缺点：零极点可能不能完全对消，影响系统稳定性。乘法器需要完成复数乘法运算，硬件实现不方便。