

基礎コンピュータ工学 第2章 情報の表現 (パート3：2進数の計算と2の補数)

<https://github.com/tctsigemura/TecTextBook>

本スライドの入手：



基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

1 / 16

2進数の和差の計算

10進数の場合を思い出してみる。

- 9より大きくなる時に**桁上げ**が発生する。

$$\begin{array}{r} 103 \\ + 104 \\ \hline 207 \end{array} \quad \begin{array}{r} 105 \\ + 107 \\ \hline 212 \end{array} \quad \begin{array}{r} 135 \\ + 127 \\ \hline 262 \end{array} \quad \begin{array}{r} 155 \\ + 167 \\ \hline 322 \end{array} \quad \begin{array}{r} 099 \\ + 001 \\ \hline 100 \end{array}$$

- 桁借り**では10借りてくる。

$$\begin{array}{r} 207 \\ - 104 \\ \hline 103 \end{array} \quad \begin{array}{r} 212 \\ - 107 \\ \hline 105 \end{array} \quad \begin{array}{r} 262 \\ - 127 \\ \hline 135 \end{array} \quad \begin{array}{r} 322 \\ - 167 \\ \hline 155 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 001 \\ \hline 099 \end{array}$$

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

2 / 16

2進数の和差の計算

2進数の場合は以下になる。

- 1より大きくなる時に**桁上げ**が発生する。

$$\begin{array}{r} 010 \\ + 001 \\ \hline 011 \end{array} \quad \begin{array}{r} 001 \\ + 001 \\ \hline 010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 010 \\ + 011 \\ \hline 101 \end{array} \quad \begin{array}{r} 011 \\ + 001 \\ \hline 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 011 \\ + 011 \\ \hline 110 \end{array}$$

- 桁借り**では2借りてくる。

$$\begin{array}{r} 011 \\ - 001 \\ \hline 010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 010 \\ - 001 \\ \hline 001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 101 \\ - 011 \\ \hline 010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 001 \\ \hline 011 \end{array} \quad \begin{array}{r} 110 \\ - 011 \\ \hline 011 \end{array}$$

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

3 / 16

2進数の和差の計算 (問題)

問題8：10進数の計算と2進数の計算を下さい。

3+8

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 3 \\ + 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 0011 \\ + 1000 \\ \hline \end{array}$$

5+7

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 5 \\ + 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 0101 \\ + 0111 \\ \hline \end{array}$$

11-8

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 11 \\ - 8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 1011 \\ - 1000 \\ \hline \end{array}$$

12-7

$$\begin{array}{r} 10 \text{ 進} \\ 12 \\ - 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \text{ 進} \\ 1100 \\ - 0111 \\ \hline \end{array}$$

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

4 / 16

負数の表現

負の数を2進数でどのようにビットで表現するか約束する。

(1) 符号付き絶対値表現

左端のビットを符号(+/−)として使用する。

4ビット符号付き絶対値表現の例

負数	2進数	正数	2進数
-7	1111 ₂	+7	0111 ₂
-6	1110 ₂	+6	0110 ₂
-5	1101 ₂	+5	0101 ₂
...
-1	1001 ₂	+1	0001 ₂
-0	1000 ₂	+0	0000 ₂

- 4ビットで-7から+7の範囲を表現できる。

- 0の表現が二つある(−0と+0)。

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

5 / 16

負数の表現

補数表現

- n 桁の b 進数において
 b^n から x を引いた数 y を x に対する「 b の補数」と呼ぶ。
 $y = b^n - x$ (y は x に対する b の補数)
- n 桁の b 進数において
 $b^n - 1$ から x を引いた数 z を x に対する「 $(b-1)$ の補数」と呼ぶ。
 $z = b^n - 1 - x$ (z は x に対する $(b-1)$ の補数)

基礎コンピュータ工学第2章 情報の表現 (パート3)

6 / 16

負数の表現

2桁の10進数における補数の例

$$\begin{array}{rcl}
 b = 10\text{進数} & & \\
 n = 2\text{桁} & 100 & \\
 b^n = 100 & -25 & 75 \text{ は } 25 \text{ に対する } 10 \text{ の補数} \\
 x = 25 & \hline & 75 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 b = 10\text{進数} & & \\
 n = 2\text{桁} & 99 & \\
 b^n - 1 = 99 & -25 & 74 \text{ は } 25 \text{ に対する } 9 \text{ の補数} \\
 x = 25 & \hline & 74 &
 \end{array}$$

負数の表現

4桁の2進数における補数の例

$$\begin{array}{rcl}
 b = 2\text{進数} & & 0110_2 \text{ は} \\
 n = 4\text{桁} & 10000_2 & 1010_2 \text{ に} \\
 b^n = 10000_2 & -1010_2 & \text{対する} \\
 x = 1010_2 & \hline & 0110_2 & \underline{2 \text{ の補数}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 b = 2\text{進数} & & 0101_2 \text{ は} \\
 n = 4\text{桁} & 1111_2 & 1010_2 \text{ に} \\
 b^n - 1 = 1111_2 & -1010_2 & \text{対する} \\
 x = 1010_2 & \hline & 0101_2 & \underline{1 \text{ の補数}}
 \end{array}$$

負数の表現

(2) 1の補数による負数の表現

1の補数を負数の表現に使用する。

4ビット2進数の1の補数 ($2^4 - 1 - x = z$)

もとの数 (x)	補数へ変換	補数 (z)
0	$1111_2 - 0000_2 =$	1111_2
1	$1111_2 - 0001_2 =$	1110_2
2	$1111_2 - 0010_2 =$	1101_2
3	$1111_2 - 0011_2 =$	1100_2
4	$1111_2 - 0100_2 =$	1011_2
5	$1111_2 - 0101_2 =$	1010_2
6	$1111_2 - 0110_2 =$	1001_2
7	$1111_2 - 0111_2 =$	1000_2

負数の表現

1の補数を用いた符号付き数値

-7	1000_2	-	-	-	-	-	-	+
-6	1001_2	-	-	-	-	-	-	+
-5	1010_2	-	-	-	-	-	+	
-4	1011_2	-	-	-	-	+		
-3	1100_2	-	-	-	+			
-2	1101_2	-	-	+				
-1	1110_2	-	+					
-0	1111_2	+						
+0	0000_2	+						
+1	0001_2	-	+					
+2	0010_2	-	-	+				
+3	0011_2	-	-	-	+			
+4	0100_2	-	-	-	-	+		
+5	0101_2	-	-	-	-	-	+	
+6	0110_2	-	-	-	-	-	-	+
+7	0111_2	-	-	-	-	-	-	+

負数の表現

● 1の補数の求め方

ビット反転

$$x = +3_{10} = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

$$y = -3_{10} = 1100_2 \text{ (1の補数)}$$

● 表現できる数値の範囲

$$4 \text{ ビット: } -7 \sim +7 \text{ (} -(2^3 - 1) \sim + (2^3 - 1) \text{)}$$

$$n \text{ ビット: } -(2^{n-1} - 1) \sim + (2^{n-1} - 1)$$

● 正負の判定

最上位ビットが

0: 正の値を表現している。

1: 負の値を表現している。

負数の表現

(3) 2の補数による負数の表現

2の補数 ($2^n - x$) を負数の表現に使用する。4ビット2進数の2の補数 ($2^4 - x = y$)

もとの数 (x)	補数へ変換	補数 (y)
0	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0000}_2 =$	$1 \overline{0000}_2$
1	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0001}_2 =$	$\overline{1111}_2$
2	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0010}_2 =$	$\overline{1110}_2$
3	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0011}_2 =$	$\overline{1101}_2$
4	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0100}_2 =$	$\overline{1100}_2$
5	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0101}_2 =$	$\overline{1011}_2$
6	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0110}_2 =$	$\overline{1010}_2$
7	$1 \overline{0000}_2 - \overline{0111}_2 =$	$\overline{1001}_2$
8	$1 \overline{0000}_2 - \overline{1000}_2 =$	$\overline{1000}_2$

負数の表現

2の補数を用いた符号付き数値

-8	1000 ₂	-	-	-	-	-	-	-	+
-7	1001 ₂	-	-	-	-	-	-	+	+
-6	1010 ₂	-	-	-	-	-	+	+	+
-5	1011 ₂	-	-	-	-	-	+	+	+
-4	1100 ₂	-	-	-	-	+	+	+	+
-3	1101 ₂	-	-	-	+	+	+	+	+
-2	1110 ₂	-	-	+	+	+	+	+	+
-1	1111 ₂	-	+	+	+	+	+	+	+
0	0000 ₂	+	+	+	+	+	+	+	+
1	0001 ₂	-	+	+	+	+	+	+	+
2	0010 ₂	-	-	+	+	+	+	+	+
3	0011 ₂	-	-	-	+	+	+	+	+
4	0100 ₂	-	-	-	-	+	+	+	+
5	0101 ₂	-	-	-	-	-	+	+	+
6	0110 ₂	-	-	-	-	-	-	+	+
7	0111 ₂	-	-	-	-	-	-	-	+

負数の表現

- 2の補数の求め方
ビット反転 + 1
 $x = +3_{10} = 0011_2$ (もとの数)
 $y = -3_{10} = 1100_2 + 1 = 1101_2$ (2の補数)
元に戻すのもビット反転 + 1
 $y = -3_{10} = 1101_2$ (2の補数)
 $y = +3_{10} = 0010_2 + 1 = 0011_2$ (もとの数)
- 表現できる数値の範囲
4ビット: $-8 \sim +7$ ($-2^3 \sim +(2^3 - 1)$)
nビット: $-2^{n-1} \sim +(2^{n-1} - 1)$
- 正負の判定
最上位ビットが
0: 正の値を表現している.
1: 負の値を表現している.

負数の表現 (問題 1/2)

問題9: 次の10進数を2の補数表現形式の4桁の2進数に変換しなさい.

- 1) 4_{10}
- 2) -4_{10}
- 3) 5_{10}
- 4) -5_{10}
- 5) 6_{10}
- 6) -6_{10}

負数の表現 (問題 2/2)

問題10: 次の2の補数表現形式の4桁の2進数を10進数に変換しなさい.

- 1) 1001_2
- 2) 0111_2
- 3) 1101_2
- 4) 0011_2
- 5) 1011_2
- 6) 1100_2