

# 基礎コンピュータ工学

## 第2章 情報の表現

### (パート3：2進数の計算と2の補数)

<https://github.com/tctsigemura/TecTextBook>

本スライドの入手：



## 2進数の和差の計算

10進数の場合を思い出してみる.

- 9より大きくなる時に**桁上げ**が発生する.

103	105	135	155	099
+ 104	+ 107	+ 127	+ 167	+ 001
-----	-----	-----	-----	-----
207	212	262	322	100

- 桁借り**では10借りてくる.

207	212	262	322	100
- 104	- 107	- 127	- 167	- 001
-----	-----	-----	-----	-----
103	105	135	155	099

## 2進数の和差の計算

2進数の場合は以下のようになる.

- 1 より大きくなる時に**桁上げ**が発生する.

$$\begin{array}{r} 010 \\ + 001 \\ \hline 011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 001 \\ + 001 \\ \hline 010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 010 \\ + 011 \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 011 \\ + 001 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 011 \\ + 011 \\ \hline 110 \end{array}$$

- 桁借り**では2借りてくる.

$$\begin{array}{r} 011 \\ - 001 \\ \hline 010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 010 \\ - 001 \\ \hline 001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 011 \\ \hline 010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 001 \\ \hline 011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 011 \\ \hline 011 \end{array}$$

## 2進数の和差の計算（問題）

**問題8**：10進数の計算と2進数の計算をなさい。

3+8

10進

3

+ 8

2進

0011

+ 1000

5+7

10進

5

+ 7

2進

0101

+ 0111

11-8

10進

11

- 8

2進

1011

- 1000

12-7

10進

12

- 7

2進

1100

- 0111

# 負数の表現

負の数を2進数でどのようにビットで表現するか約束する.

## (1) 符号付き絶対値表現

左端のビットを符号 (+/-) として使用する.

4ビット符号付き絶対値表現の例

負数	2進数	正数	2進数
-7	1111 <sub>2</sub>	+7	0111 <sub>2</sub>
-6	1110 <sub>2</sub>	+6	0110 <sub>2</sub>
-5	1101 <sub>2</sub>	+5	0101 <sub>2</sub>
...	...	...	...
-1	1001 <sub>2</sub>	+1	0001 <sub>2</sub>
-0	1000 <sub>2</sub>	+0	0000 <sub>2</sub>

- 4ビットで-7から+7の範囲を表現できる.
- 0の表現が二つある (-0と+0).

## 補数表現

- $n$ 桁の  $b$  進数において  
 $b^n$  から  $x$  を引いた数  $y$  を  $x$  に対する「 $b$  の補数」と呼ぶ.  
$$y = b^n - x \quad (y \text{ は } x \text{ に対する } b \text{ の補数})$$
- $n$ 桁の  $b$  進数において  
 $b^n - 1$  から  $x$  を引いた数  $z$  を  $x$  に対する「 $(b - 1)$  の補数」と呼ぶ.  
$$z = b^n - 1 - x \quad (z \text{ は } x \text{ に対する } (b - 1) \text{ の補数})$$

# 負数の表現

2桁の10進数における補数の例

$b = 10$ 進数

$n = 2$ 桁                      100

$b^n = 100$                        $-25$                       75 は 25 に対す

$x = 25$                        $\frac{\quad}{75}$                       る 10 の補数

$b = 10$ 進数

$n = 2$ 桁                      99

$b^n - 1 = 99$                        $-25$                       74 は 25 に対す

$x = 25$                        $\frac{\quad}{74}$                       る 9 の補数

4桁の2進数における補数の例

$b = 2$ 進数		$0110_2$ は
$n = 4$ 桁	$10000_2$	$1010_2$ に
$b^n = 10000_2$	$-1010_2$	対する
$x = 1010_2$	<hr/>	<u>2 の補数</u>
	$0110_2$	

$b = 2$ 進数		$0101_2$ は
$n = 4$ 桁	$1111_2$	$1010_2$ に
$b^n - 1 = 1111_2$	$-1010_2$	対する
$x = 1010_2$	<hr/>	<u>1 の補数</u>
	$0101_2$	



## (2) 1の補数による負数の表現

1の補数を負数の表現に使用する.

4ビット2進数の1の補数 ( $2^4 - 1 - x = z$ )

もとの数 (x)	補数へ変換	補数 (z)
0	$1111_2 - 0000_2 =$	$1111_2$
1	$1111_2 - 0001_2 =$	$1110_2$
2	$1111_2 - 0010_2 =$	$1101_2$
3	$1111_2 - 0011_2 =$	$1100_2$
4	$1111_2 - 0100_2 =$	$1011_2$
5	$1111_2 - 0101_2 =$	$1010_2$
6	$1111_2 - 0110_2 =$	$1001_2$
7	$1111_2 - 0111_2 =$	$1000_2$

# 負数の表現

1 の補数を用いた符号付き数値

-7	1000 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	-	+
-6	1001 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	+	
-5	1010 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	+		
-4	1011 <sub>2</sub>	-	-	-	-	+			
-3	1100 <sub>2</sub>	-	-	-	+				
-2	1101 <sub>2</sub>	-	-	+					
-1	1110 <sub>2</sub>	-	+						
-0	1111 <sub>2</sub>	+							
+0	0000 <sub>2</sub>	+							
+1	0001 <sub>2</sub>	-	+						
+2	0010 <sub>2</sub>	-	-	+					
+3	0011 <sub>2</sub>	-	-	-	+				
+4	0100 <sub>2</sub>	-	-	-	-	+			
+5	0101 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	+		
+6	0110 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	+	
+7	0111 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	-	+

# 負数の表現

- 1 の補数の求め方

ビット反転

$$x = +3_{10} = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

$$y = -3_{10} = 1100_2 \text{ (1 の補数)}$$

- 表現できる数値の範囲

$$4 \text{ ビット} : -7 \sim +7 \text{ } (-(2^3 - 1) \sim +(2^3 - 1))$$

$$n \text{ ビット} : -(2^{n-1} - 1) \sim +(2^{n-1} - 1)$$

- 正負の判定

最上位ビットが

0 : 正の値を表現している.

1 : 負の値を表現している.

## (3) 2の補数による負数の表現

2の補数 ( $2^n - x$ ) を負数の表現に使用する.

4ビット2進数の2の補数 ( $2^4 - x = y$ )

もとの数 (x)	補数へ変換			補数 (y)
0	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0000}_2 =$	1 $\boxed{0000}_2$
1	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0001}_2 =$	$\boxed{1111}_2$
2	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0010}_2 =$	$\boxed{1110}_2$
3	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0011}_2 =$	$\boxed{1101}_2$
4	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0100}_2 =$	$\boxed{1100}_2$
5	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0101}_2 =$	$\boxed{1011}_2$
6	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0110}_2 =$	$\boxed{1010}_2$
7	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{0111}_2 =$	$\boxed{1001}_2$
8	1	$\boxed{0000}_2$	$2 - \boxed{1000}_2 =$	$\boxed{1000}_2$

# 負数の表現

2の補数を用いた符号付き数値

-8	1000 <sub>2</sub>								
-7	1001 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	-	+
-6	1010 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	+	
-5	1011 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	+		
-4	1100 <sub>2</sub>	-	-	-	-	+			
-3	1101 <sub>2</sub>	-	-	-	+				
-2	1110 <sub>2</sub>	-	-	+					
-1	1111 <sub>2</sub>	-	+						
0	0000 <sub>2</sub>	+							
1	0001 <sub>2</sub>	-	+						
2	0010 <sub>2</sub>	-	-	+					
3	0011 <sub>2</sub>	-	-	-	+				
4	0100 <sub>2</sub>	-	-	-	-	+			
5	0101 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	+		
6	0110 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	+	
7	0111 <sub>2</sub>	-	-	-	-	-	-	-	+

# 負数の表現

- 2 の補数の求め方

ビット反転 + 1

$$x = +3_{10} = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

$$y = -3_{10} = 1100_2 + 1 = 1101_2 \text{ (2 の補数)}$$

**元に戻すのもビット反転 + 1**

$$y = -3_{10} = 1101_2 \text{ (2 の補数)}$$

$$y = +3_{10} = 0010_2 + 1 = 0011_2 \text{ (もとの数)}$$

- 表現できる数値の範囲

$$4 \text{ ビット} : -8 \sim +7 \text{ } (-2^3 \sim + (2^3 - 1))$$

$$n \text{ ビット} : -2^{n-1} \sim + (2^{n-1} - 1)$$

- 正負の判定

最上位ビットが

0 : 正の値を表現している.

1 : 負の値を表現している.

# 負数の表現 (問題 1/2)

**問題 9 :** 次の 10 進数を 2 の補数表現形式の 4 桁の 2 進数に変換しなさい.

1)  $4_{10}$

2)  $-4_{10}$

3)  $5_{10}$

4)  $-5_{10}$

5)  $6_{10}$

6)  $-6_{10}$

## 負数の表現 (問題 2/2)

**問題 10** : 次の 2 の補数表現形式の 4 桁の 2 進数を 10 進数に変換しなさい.

1)  $1001_2$

2)  $0111_2$

3)  $1101_2$

4)  $0011_2$

5)  $1011_2$

6)  $1100_2$