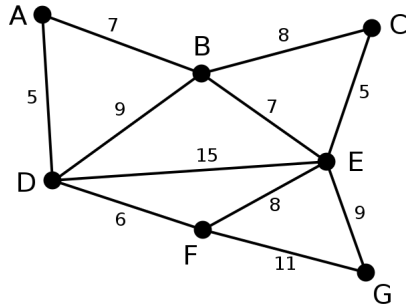


# Analisi e progettazione di algoritmi

(III anno Laurea Triennale - a.a. 2021/22)

## Esempio di prova scritta

**Esercizio 1** Si esegua, sul seguente grafo:



l'algoritmo di Prim a partire dal nodo  $A$ . Inizialmente quindi si avrà  $\text{dist}(A)=0$ ,  $\text{dist}(B)=\infty$ ,  $\text{dist}(C)=\infty$ ,  $\text{dist}(D)=\infty$ ,  $\text{dist}(E)=\infty$ ,  $\text{dist}(F)=\infty$ ,  $\text{dist}(G)=\infty$ . Per ogni iterazione del ciclo while si dia:

- il nodo che viene estratto con la **getMin**
- i nodi per i quali viene modificata **dist** e come
- il minimo albero ricoprente alla fine dell'iterazione, evidenziando chiaramente la parte di albero definitiva.

**Non** dovete disegnare lo heap.

**Soluzione** La seguente tabella mostra per ogni iterazione: nella prima colonna il nodo che viene estratto; nelle successive i nodi per i quali viene modificata **dist** e come; nell'ultima gli archi dell'albero ricoprente (in grassetto quelli definitivi).

<i>estratto</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>albero</i>
<i>A</i>	—	7	$\infty$	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	( <i>A,B</i> ), ( <i>A,D</i> )
<i>D</i>	—	7	$\infty$	—	15	6	$\infty$	( <i>A,B</i> ), ( <b><i>A,D</i></b> ), ( <i>D,E</i> ), ( <i>D,F</i> )
<i>F</i>	—	7	$\infty$	—	8	—	11	( <i>A,B</i> ), ( <b><i>A,D</i></b> ), ( <b><i>D,F</i></b> ), ( <i>F,E</i> ), ( <i>F,G</i> )
<i>B</i>	—	—	8	—	7	—	11	( <b><i>A,B</i></b> ), ( <b><i>A,D</i></b> ), ( <b><i>D,F</i></b> ), ( <i>B,C</i> ), ( <i>B,E</i> ), ( <i>B,G</i> )
<i>E</i>	—	—	5	—	—	—	9	( <b><i>A,B</i></b> ), ( <b><i>A,D</i></b> ), ( <b><i>D,F</i></b> ), ( <b><i>B,E</i></b> ), ( <i>E,C</i> ), ( <i>E,G</i> )
<i>C</i>	—	—	—	—	—	—	9	( <b><i>A,B</i></b> ), ( <b><i>A,D</i></b> ), ( <b><i>D,F</i></b> ), ( <b><i>B,E</i></b> ), ( <b><i>E,C</i></b> ), ( <i>E,G</i> )
<i>G</i>	—	—	—	—	—	—	—	( <b><i>A,B</i></b> ), ( <b><i>A,D</i></b> ), ( <b><i>D,F</i></b> ), ( <b><i>B,E</i></b> ), ( <b><i>E,C</i></b> ), ( <b><i>E,G</i></b> )

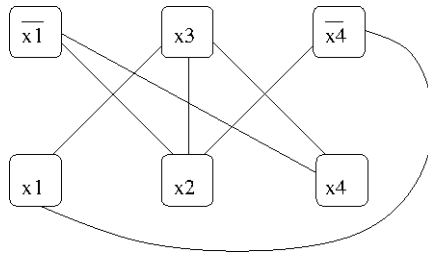
**Esercizio 2** Si consideri la seguente istanza  $\phi$  del problema  $3SAT$ :

$$(\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4)$$

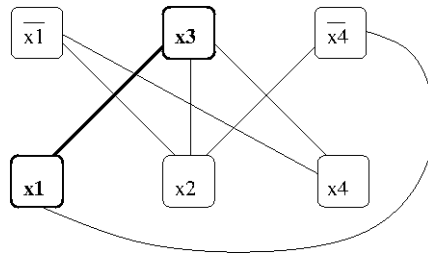
1. Si dia la corrispondente istanza del problema  $CLIQUE$ , ottenuta attraverso la riduzione vista a lezione.
2. Si dia un'assegnazione di valori di verità che rende vera  $\phi$  e si mostri la corrispondente clique.
3. Come potremmo ottenere in modo semplice una riduzione da  $SAT$  a  $CLIQUE$ ?

**Soluzione**

1. La corrispondente istanza del problema  $CLIQUE$ , ottenuta attraverso la riduzione vista a lezione, è data dalla coppia  $(G, 2)$  dove  $G$  è il grafo seguente:



2. Un'assegnazione di valori di verità che rende vera  $\phi$  è, per esempio,  $x_1 = T$ ,  $x_2 = F$ ,  $x_3 = T$ ,  $x_4 = F$ . La corrispondente clique è evidenziata sotto.



3. Una riduzione da  $SAT$  a  $CLIQUE$  si ottiene come composizione della riduzione da  $3SAT$  a  $CLIQUE$  con l'altra riduzione da  $SAT$  a  $3SAT$  vista a lezione.

**Esercizio 3** Poni  $\ell = 8$  e costruisci due stringhe  $a$  e  $b$  di 8 bit con  $a \neq b$  per via di un solo bit. Campiona un numero primo a caso tra 2 e 64 e confronta le due *fingerprint* ottenute. Determina tutti i numeri primi tra 2 e 64 per i quali le *fingerprint* sono uguali. Che cosa puoi dire della probabilità di errore di questa procedura? Come cambia se invece di 8 i bit fossero  $2^{40}$ ?