

Rapport Éléments Finis

Maxime Deboeck
35862200



Théo Daron
73032200

Scénario

Yevgeny (illustré ci-dessus), soucieux de détruire au maximum l'infrastructure du pays qu'il envahit, utilise un pont à poutres qui traverse un affluent du Dniepr comme cible d'entraînement pour son char de combat T-80. Étant un artilleur expérimenté, Yevgeny touche une poutre en plein milieu avec un obus 125mm explosif et, à sa surprise, malgré le trou de taille considérable que cela a provoqué, le pont tient bon. Avant de pouvoir tirer une seconde fois il reçoit un ordre de son lieutenant : ils doivent traverser la rivière et attaquer le village le plus proche. Oups! Le pont, dans son état endommagé, pourra-t-il supporter le poids du char de Yevgeny?

Le Problème

Notre but sera donc de comparer l'effet du poids d'un char sur un pont à poutres quand il est intact et quand il est endommagé. Voici un schéma de ce que nous avons imaginé :

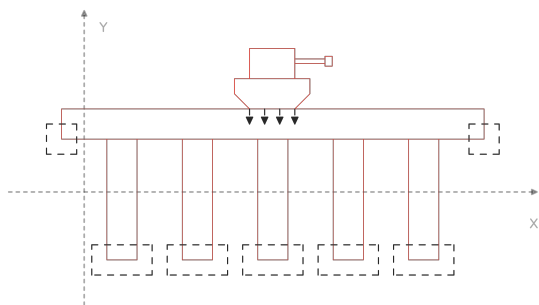


Fig. 1. – Illustration du problème proposé.

Pour ceci nous allons créer un maillage d'un pont et lui imposer des conditions limites :

1. Boîtes en pointillés sur le schéma : Encastrement du pont dans la terre = conditions de Dirichlet homogène, déplacement nul en x et en y .
2. Flèches noires sur le schéma : effet du poids du char sur la surface du pont = conditions de Neumann non-homogènes uniformes selon les dimensions du char.

Hypothèses

Pour résoudre ce problème en deux dimensions nous nous plaçons dans le cadre de l'élasticité linéaire à petites déformations auquel nous ajoutons l'hypothèse de tensions planes.

Paramètres / Dimensions

Longueur totale du pont dans la direction x : 25m.

Épaisseur totale du pont dans la direction y : 0.75m.

Épaisseur d'un pilier dans la direction x : 2m.

Hauteur d'un pilier dans la direction y : 3.25m.

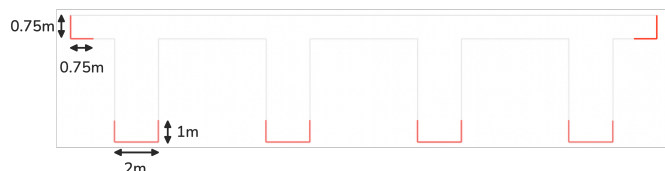
Distance entre les piliers dans la direction x : 5m.

Poids du char : 46 tonnes.

Nous allons donc appliquer une densité linéique de force de $46.000kg \cdot 9.81 \frac{N}{kg} / (5m) \approx 90kN/m$ là où se trouve le char.

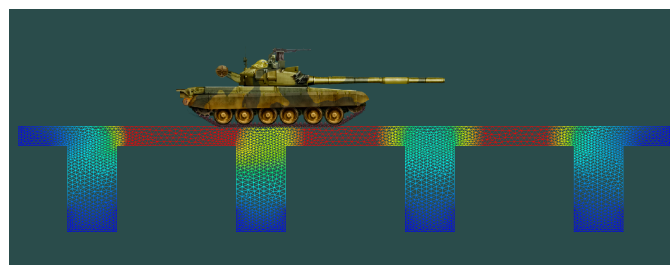
Matériau : le matériau utilisé pour le pont est de l'acier dont les paramètres sont les mêmes qu'au devoir 4 : $E = 2.11 \cdot 10^{11} [N/m]$, $\nu = 0.3$, $\rho = 7.85 \cdot 10^3 [kg/m^3]$.

Les dimensions des portions de frontières sur lesquelles on applique les conditions de Dirichlet sont alors données par :



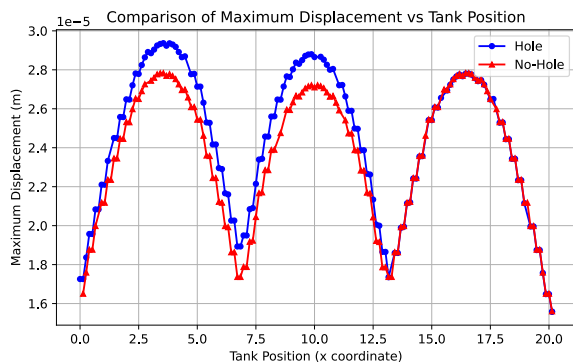
Résultats

Étude des déformations (3000 noeuds)



Nous observons que la présence d'un trou dans le pilier provoque de gros efforts au sein de celui-ci aux endroits où ils restaient limités avant l'introduction du trou.

Nous pouvons également regarder le déplacement maximal en fonction de la position du char :



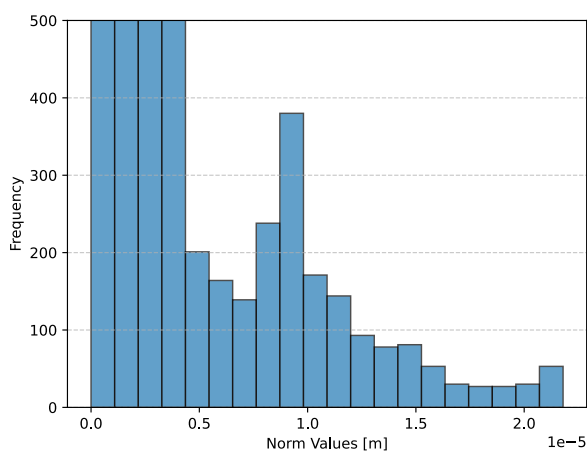
Sachant que la déformation maximale en l'absence du char est de $1.15 \cdot 10^{-5} \text{m}$.

On note une augmentation d'environ 10% de la déformation maximale quand le char roule sur les travées entourant le pilier endommagé et en roulant sur le pilier endommagé. D'un autre côté, on remarque que l'effet est assez localisé car quand le char arrive au troisième pilier on ne remarque plus de différence significative par rapport au cas sans trou.

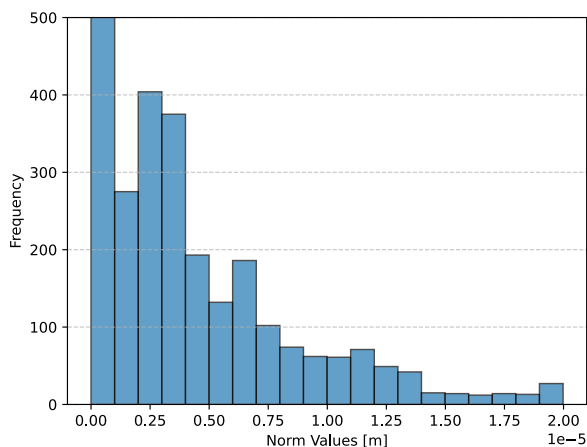
(Note : les 3 maxima locaux du graphe (si on imagine le graphe lissé sans petits sauts) coïncident à la position des centres des travées et les 4 minima locaux aux positions des piliers).

Histogramme des déformations (3000 noeuds)

Avec un trou:



Sans trou:



Par rapport au cas du pont intact, on remarque un nombre non-négligeable de nœuds qui dépassent le seuil des $2.0 \cdot 10^{-5} \text{m}$ de norme de déformation pour le pont endommagé et une augmentation générale du nombre de nœuds à haute valeur de déformation.

Résolution

Pour résoudre le problème nous avons implémenté un solveur bande utilisant l'algorithme de Cholesky ainsi qu'une renumérotation des nœuds grâce à l'algorithme de Cuthill-McKee inversé pour diminuer la taille de la bande.

Performances

Nous avons mesuré le temps nécessaire pour résoudre le problème avec trois approches :

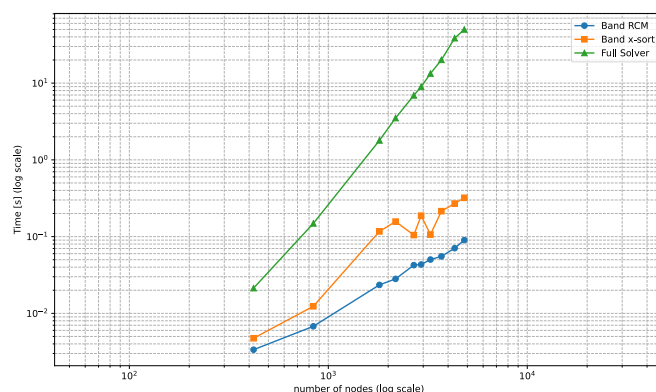


Fig. 3. –

Le solveur full donne une complexité proche de cubique alors que les deux autres sont plus proche de quadratique. On remarque aussi que le solveur RCM donne des performances supérieures malgré le coût supplémentaire lié à sa mise en place par rapport à la re-numérotation par coordonnées x .

Bonus Implémentés

Nous avons donc implémenté deux bonus qui sont :

- Algorithme de re-numérotation
- Animation (rendu dynamique en temps réel, voir ci-dessous)

Description de l'interface

Notre interface permet de tirer sur le pont afin de pouvoir placer le trou de manière arbitraire. De plus, au vu de la vitesse de notre solveur, il nous est possible de faire un rendu en temps réel, permettant également de visualiser les efforts produits par différentes positions du char du char (il est possible de le déplacer à l'aide des flèches droites et gauches du clavier) en temps réel.

Notre interface a été entièrement faite à l'aide d'OpenGL 3.3. Pour cela nous avons également écrit une librairie graphique pour dessiner le maillage ainsi que le char.

Une démonstration de l'interface est disponible ici:

<https://youtu.be/Ke5bwSdBFy4>