****

**研究生试卷**

**2018年—2019年度第二学期**

课 程 名 称：偏微分方程有限差分法 评分： \_\_\_\_\_

专 业： 地球物理学 年级： 2018级

研 究 生 姓 名： 曹华科 学号：2018126002

任课教师姓名： 封建湖

**注意事项**

**1．答题必须写清题号；**

**2．字迹要清楚，保持卷面清洁；**

**3．试题随试卷交回；**

**4．考试课按百分制评分，考查课按5级分制评分；**

**5．阅完卷后，一周内将试卷、试题、成绩单由任课教师签名后，送有关部门。**

**一.求解初边值问题**



要求采用数值格式：



其中，它解析解为：



将解析解与以下的数值解进行对比：

（1）取，，分别计算时刻的数值解：



从上面可以看出，但时，各个计算时间段的数值解都比较接近解析解，没有发散的迹象。

（2）取，，分别计算时刻的数值解：



从上面可以看出，但时，各个计算时间段的数值解都比较接近解析解，没有发散的迹象。其求得的数值解效果略差于前面第一问的的情况。

（3）取，，分别计算时刻的数值解：





当时，此时该差分形式是发散的，所以会随着时间的增长，数值解的误差会越来越大并发散。从结果图也可以看到，当t=0.01时，处于较早时，数值解仍在解析解的附近波动，但当t=0.05时，其值快速发散，已经完全不同于解析解了，而当t=0.1时，数值解的发散进一步扩大了。

**二.用****Crank-Nicolson格式求解初边值问题**



其中，它解析解为：



将解析解与以下的数值解进行对比：

（0）编程思路：

1.得到Crank-Nicolson差分格式：



2.赋予初值条件，得到上的值；

3.构建关于内点的带状系数矩阵，并将边界条件代入，得到：

  = 

其中是左边界上的值，是右边界上的值，然后构建计算得到右边的向量值。

4.求解上面的方程组，计算得到下一次迭代的各个内点上的值，然后重复第三步，直到迭代到要计算的时间。

（1）取，，分别计算时刻的数值解：



从上面可以看出，但时，各个计算时间段的数值解都比较接近解析解，没有发散的迹象。

（2）取，，分别计算时刻的数值解：



（3）取，，分别计算时刻的数值解：



（4）总结：从不同的可以看到，该差分形式得到的数值解始终是在解析解的附近，并且误差都比较小，不同于第一问，该差分格式并没有随着的增大后发散，从这点也说明了该隐式格式是无条件稳定的，而第一问的显示格式是有条件稳定的。

**三.用不同处理方式第二类边界条件的初边值问题**



要求使用显示差分格式：



其中，，它解析解为：



其中为的第n个正根。

（0）编程思路：

1.先计算解析解：先画出区间上关于函数的值，可以看到，此时它为一个单调递增的函数，所以利用牛顿下山法计算得到的值，并且初始值给，这样就可以得到n个的值，再利用前面100项的的值求和得到近似的解析解。

2. 赋予初值条件，得到上的值；

3. 用差商近似代替微商处理边界条件：

中心差分格式：



分别代入和，可以得到：

左边边界：

右边边界：

向前差分格式：



4. 利用显示格式求解n+1的各个内点上的值，然后返回到第三步，求解n+1上的边界值，再进行求解n+2次迭代的结果，重复第三和第四步，直至达到计算时间。

（1）中心差商（二阶）代替微商，取，，分别计算时刻的数值解：



（2）向前差商（一阶）代替微商，取，，分别计算时刻的数值解：



**四.数值求解下列变系数初边值问题**



其中，，它解析解为：



（1）迎风格式，分别取取，分别计算时刻的数值解：

差分格式为：







（2）Lax-Friedrichs格式，分别取取，分别计算时刻的数值解：

差分格式为：







（3）Lax-Wendroff格式，分别取取，分别计算时刻的数值解：

差分格式为：





（4）总结：

无论是迎风格式、Lax-Friedrichs格式还是Lax-Wendroff格式，在早期的时候其得到的数值解都是比较接近解析解的，其中，迎风格式可以明显看到钝化的现象，而Lax-Wendroff格式在突变处有跳跃的现象，除了跳跃的部分，其他的部分整体比迎风格式更加接近解析解，而Lax-Friedrichs格式效果不如迎风格式，虽然不像Lax-Wendroff格式有明显的跳跃现象，但具有明显的毛刺现象，其误差比迎风格式的要大；当t=0.5时，三个格式中迎风格式仍然保持较好的效果，而Lax-Wendroff格式不但有跳跃而且矩形在逐渐变大，但其峰值比迎风格式的峰值更加接近解析解，其中Lax-Friedrichs格式的效果明显差于其他2个方法，随着x的增大，其毛刺的大小逐渐变大，有明显的跳跃现象。当t=1.0时，迎风格式仍具有很好的效果，Lax-Wendroff格式也保持前面的特征，跳跃的大小并没有随时间的增大而变大，效果同前面一样，而Lax-Friedrichs格式虽然仍能大概描述曲线的特征，但误差变得较大，并且矩形被拉伸了，效果远远不如迎风格式和Lax-Wendroff格式。

**五.数值求解下列非线性初值偏微分问题**



其中，，它解析解为：



（0）对于解析解，利用雅可比迭代法进行求解各个时刻上各个位置上得值；

（1）要求，，试用迎风格式、Lax-Friedrichs格式、Lax-Wendroff格式，计算t=0.324、0.396、0.552时刻得数值解。



（b）

（a）

迎风格式(a) t=0.324，(b) t=0.396



（b）

（a）

Lax-Friedrichs格式(a) t=0.324，(b) t=0.396



（b）

（a）

Lax-Wendroff格式(a) t=0.324，(b) t=0.396





t=0.552时(a) 迎风格式，(b) Lax-Friedrichs格式，(c) Lax-Wendroff格式

（2）总结：

在t=0.324的时候，无论是迎风格式、Lax-Friedrichs格式还是Lax-Wendroff格式，其得到的数值解都是比较接近解析解的，其中，迎风格式在突变的地方会有稍微的偏差，而Lax-Wendroff格式在突变处有一个跳跃点，但其他的地方拟合得比迎风格式好，而Lax-Friedrichs格式效果不如迎风格式；当t=0.396时，三个格式在突变处都有跳跃，其中Lax-Friedrichs格式的跳跃相对最小，但有更长的一段误差比较大，而迎风格式和Lax-Wendroff格式二者的跳跃方向相反，迎风格式是下部分跳跃，而Lax-Friedrichs格式、Lax-Wendroff格式是曲线上部分跳跃，不过迎风格式和Lax-Wendroff格式其他部分的精度都相对比Lax-Friedrichs格式效果好。当t=0.552时由于未得到解析解，所以只画了数值

**六.附录**

**程序代码：**

% 作者：曹华科；时间：2019/05/28；

% 工作单位：长安大学；

% 提示：该程序是关于偏微分课程大作业的第1题，关于显式差分格式的求解程序；

% 参数说明：x1,x2：x的范围，x1是下限，x2是上限;

% tn：要计算的时间点，可以是数组，行向量；n\_tn：要计算的时间个数

% lamb：网格比，此处为lamb=delt\_t/(delt\_x);

% delt\_x：x方向的步长；delt\_t：时间步长；

% n\_t：时间网格剖分的个数；n\_x：x方向网格剖分的个数；

% u：网格节点上的结果值；u\_ana：解析解。

% 子程序说明：无调用子程序；

clc;

clear;

close all;

x1=0; %x的范围，x1是下限，x2是上限

x2=1;

delt\_x=1.d-1; %x的取值间隔

tn=[0.10]; %计算的时间点

lamb=1.0; %lanb是网格比，在第一题中是delt\_t/(delt\_x\*delt\_x)

delt\_t=lamb\*delt\_x\*delt\_x;

n\_tn=round(ceil(tn./delt\_t)+1); %向上取整

n\_t=max(n\_tn);

n\_x=ceil( (x2-x1)/delt\_x )+1;

x=zeros(n\_x,1);

u=zeros(n\_t,n\_x);

k=1;

result=zeros(length(tn),n\_x);

%----- 给定初始值 start -----%

for i=1:1:n\_x

x(i)=x1+delt\_x\*(i-1);

if delt\_x\*(i-1) >= 0. && delt\_x\*(i-1) < 0.5

u(1,i) = 2\*x(i); %t=0时的初值条件

else

u(1,i) = 2\*(1-x(i));

end

end

%----- 给定初始值 end -----%

%----- 迭代 start -----%

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

%-----给定边值 start-----%

u(i+1,1)=0.0;

u(i+1,n\_x)=0.0;

%------给定边值 end------%

u(i+1,j)=u(i,j)+lamb\*( u(i,j+1)-2\*u(i,j)+u(i,j-1) );

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

%----- 迭代 end -----%

%%

% 计算解析解

n\_ana=100; %计算前100项来近似解析解

u\_ana=zeros(length(tn),n\_x);

for i=1:1:length(tn)

for j=1:1:n\_x

u\_ana(i,j) = 8/(pi\*pi)\*sum( sin(pi\*(1:n\_ana)/2).\* ...

sin((1:100)\*pi\*x(j)).\*exp(-(1:n\_ana).\*(1:n\_ana)\*pi\*pi\*tn(i))./(1:n\_ana)./(1:n\_ana) );

end

end

%%

% 画图

for i=1:1:length(tn)

figure(1)

plot(x,result(i,:),'o',x,u\_ana(i,:),'-');

hold on;

end

figure(1)

xlabel('X');

ylabel('u');

title('第一道数值实验');

legend('0.01数值解','0.01解析解','0.05数值解','0.05解析解','0.10数值解','0.10解析解');

% legend('0.10数值解','0.10解析解');

% figure(2)

% xlabel('X');

% ylabel('误差%');

% title('第一道数值实验误差图');

% legend('0.01误差','0.05误差','0.10误差');

% 作者：曹华科；时间：2019/05/28；

% 工作单位：长安大学；

% 提示：该程序是关于偏微分课程大作业的第2题，关于Crank-Nicolson格式(隐式格式)的求解程序；

% 参数说明：x1,x2：x的范围，x1是下限，x2是上限;

% tn：要计算的时间点，可以是数组，行向量；n\_tn：要计算的时间个数

% lamb：网格比，此处为lamb=delt\_t/(delt\_x);

% delt\_x：x方向的步长；delt\_t：时间步长；

% n\_t：时间网格剖分的个数；n\_x：x方向网格剖分的个数；

% u：网格节点上的结果值；u\_ana：解析解。

% 子程序说明：无调用子程序；

%%

clc;

clear all;

close all;

x1=0; %x的范围，x1是下限，x2是上限

x2=1;

delt\_x=1.d-1; %x的取值间隔

tn=[0.01 0.05 0.10 ]; %计算的时间点

lamb=1.0; %lanb是网格比，在第二题中是delt\_t/(delt\_x\*delt\_x)

delt\_t=lamb\*delt\_x\*delt\_x;

n\_tn=round(ceil(tn./delt\_t)+1); %向上取整

n\_t=max(n\_tn);

n\_x=ceil( (x2-x1)/delt\_x )+1;

x=zeros(n\_x,1);

u=zeros(n\_t,n\_x);

k=1;

result=zeros(length(tn),n\_x);

%----- 给定初始值 start -----%

for i=1:1:n\_x

x(i)=x1+delt\_x\*(i-1);

if delt\_x\*(i-1) >= 0. && delt\_x\*(i-1) < 0.5

u(1,i) = 2\*x(i); %t=0时的初值条件

else

u(1,i) = 2\*(1-x(i));

end

end

%----- 给定初始值 end -----%

%----- 迭代 start -----%

for i=1:1:n\_t-1

%-----构建带状矩阵 start-----%

Co\_vec = -[2+2/lamb];

Co\_vec = repmat(Co\_vec,[n\_x-2 1]);

Co=diag(Co\_vec); %Co为系数矩阵

Co1=diag(ones(n\_x-3,1),-1);

Co2=diag(ones(n\_x-3,1),1);

Co=Co+Co1+Co2;

%------构建带状矩阵 end------%

%-----构建右边向量 start-----%

C= -u(i,(2:n\_x-1)+1)+(2-2/lamb)\*u(i,(2:n\_x-1))-u(i,(2:n\_x-1)-1);

C=C.';

%-----构建右边向量 end-----%

%------求解矩阵得到每次迭代的值 end------%

u(i+1,1)=0;

u(i+1,n\_x)=0;

u(i+1,2:n\_x-1)=Co\C;

%------求解矩阵得到每次迭代的值 end------%

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

%----- 迭代 end -----%

%%

% 计算解析解

n\_ana=100; %计算前100项来近似解析解

u\_ana=zeros(length(tn),n\_x);

for i=1:1:length(tn)

for j=1:1:n\_x

u\_ana(i,j) = 8/(pi\*pi)\*sum( sin(pi\*(1:n\_ana)/2).\* ...

sin((1:100)\*pi\*x(j)).\*exp(-(1:n\_ana).\*(1:n\_ana)\*pi\*pi\*tn(i))./(1:n\_ana)./(1:n\_ana) );

end

end

%%

% 画图

for i=1:1:length(tn)

plot(x,result(i,:),x,u\_ana(i,:),'o');

hold on;

end

xlabel('X');

ylabel('u');

title('第2道数值实验');

legend('0.01数值解','0.01解析解','0.05数值解','0.05解析解','0.10数值解','0.10解析解');

% 作者：曹华科；时间：2019/05/28；

% 工作单位：长安大学；

% 提示：该程序是关于偏微分课程大作业的第3题，关于第二类边界处理的线性偏微分方程的求解程序；

% 参数说明：flag：是不同方法的旗帜；flag=1为边界条件用中间差商代替微商,

% flag=2为左边边界条件用向前差商代替微商，右边边界条件用向后差商代替微商

% x1,x2：x的范围，x1是下限，x2是上限;

% tn：要计算的时间点，可以是数组，行向量；n\_tn：要计算的时间个数

% lamb：网格比，此处为lamb=delt\_t/(delt\_x);

% delt\_x：x方向的步长；delt\_t：时间步长；

% n\_t：时间网格剖分的个数；n\_x：x方向网格剖分的个数；

% u：网格节点上的结果值；u\_ana：解析解。

% 子程序说明：无调用子程序；

%%

clc;

clear;

close all;

flag=1; %flag=1时中心差分格式处理边界条件，flag=2时前向、后向差分处理边界条件

x1=0; %x的范围，x1是下限，x2是上限

x2=1;

delt\_x=1.d-1; %x的取值间隔

tn=[0.01 0.05 0.10 ]; %计算的时间点

lamb=2.5d-1; %lanb是网格比，在第三题中是delt\_t/(delt\_x\*delt\_x)

delt\_t=lamb\*delt\_x\*delt\_x;

n\_tn=round(ceil(tn./delt\_t)+1); %向上取整

n\_t=max(n\_tn);

n\_x=ceil( (x2-x1)/delt\_x )+1;

u=zeros(n\_t,n\_x);

k=1;

result=zeros(length(tn),n\_x);

%----- 给定初始值 start -----%

x=x1+delt\_x\*(0:n\_x-1);

u(1,:)=1;

%----- 给定初始值 end -----%

%----- 迭代 start -----%

if flag==1

for i=1:1:n\_t-1

%-----给定边值 start-----%

%左边边界

u(i+1,1)=u(i,1)+lamb\*( 2\*u(i,2)-(2+2\*delt\_x)\*u(i,1) );

%右边边界

u(i+1,n\_x)=u(i,n\_x)+lamb\*( 2\*u(i,n\_x-1)-(2+2\*delt\_x)\*u(i,n\_x) );

%------给定边值 end------%

for j=2:1:n\_x-1

%计算该时间段类的内点的值

u(i+1,j)=u(i,j)+lamb\*( u(i,j+1)-2\*u(i,j)+u(i,j-1) );

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

elseif flag==2

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

%计算该时间段类的内点的值

u(i+1,j)=u(i,j)+lamb\*( u(i,j+1)-2\*u(i,j)+u(i,j-1) );

end

%-----给定边值 start-----%

%左边边界

u(i+1,1)=u(i+1,2)/(1+delt\_x);

%右边边界

u(i+1,n\_x)=u(i+1,n\_x-1)/(1+delt\_x);

%------给定边值 end------%

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

else

disp('flag输入错误,请重新输入');

return;

end

%----- 迭代 end -----%

%%

% 计算解析解

% 利用牛顿下山法求解Alpha start

n\_a=100; %计算的项数

a=1+((1:n\_a)-1)\*pi;

f=@(x) x.\*tan(x)-0.5;

ff=@(x) tan(x)+x./cos(x)./cos(x);

for i=1:1:1000

a=a-f(a)./ff(a);

end

% 利用牛顿下山法求解Alpha end

u\_ana=zeros(length(tn),n\_x);

for i=1:1:length(tn)

for j=1:1:n\_x

u\_ana(i,j) = 4\*sum( 1./( 3+4\*a.\*a )./cos(a).\* ...

exp(-4\*a.\*a\*tn(i)).\*cos(2\*a\*(x(j)-0.5)) );

end

end

%%

% 画图

for i=1:1:length(tn)

plot(x,result(i,:),'o',x,u\_ana(i,:),'-');

hold on;

end

xlabel('X');

ylabel('u');

title('第3道数值实验');

legend('0.01数值解','0.01解析解','0.05数值解','0.05解析解','0.10数值解','0.10解析解');

% 作者：曹华科；时间：2019/05/28；

% 工作单位：长安大学；

% 提示：该程序是关于偏微分课程大作业的第4题，关于变系数线性偏微分方程的求解程序；

% 参数说明：flag：是不同方法的旗帜；flag=1为迎风格式,

% flag=2为Lax-Friedrichs格式，flag=3为Lax-Wendroff格式

% x1,x2：x的范围，x1是下限，x2是上限;

% tn：要计算的时间点，可以是数组，行向量；n\_tn：要计算的时间个数

% lamb：网格比，此处为lamb=delt\_t/(delt\_x);

% delt\_x：x方向的步长；delt\_t：时间步长；

% n\_t：时间网格剖分的个数；n\_x：x方向网格剖分的个数；

% u：网格节点上的结果值；u\_ana：解析解。

% 子程序说明：无调用子程序；

%%

clc;

clear;

close all;

flag=3;

x1=0; %x的范围，x1是下限，x2是上限

x2=2;

delt\_x=10.d-2; %x的取值间隔

tn=[0.1 0.5 1.0]; %计算的时间点

lamb=1.0; %lanb是网格比，在第一题中是delt\_t/(delt\_x)

delt\_t=lamb\*delt\_x;

n\_tn=round(ceil(tn./delt\_t)+1); %向上取整

n\_t=max(n\_tn);

n\_x=ceil( (x2-x1)/delt\_x )+1;

x=zeros(n\_x,1);

u=zeros(n\_t,n\_x);

k=1;

result=zeros(length(tn),n\_x);

%----- 给定初始值 start -----%

for i=1:1:n\_x

x(i)=x1+delt\_x\*(i-1);

if delt\_x\*(i-1) >= 0.2 && delt\_x\*(i-1) <= 0.4

u(1,i) = 1.0; %t=0时的初值条件

else

u(1,i) = 0.0;

end

end

%----- 给定初始值 end -----%

%----- 迭代 start -----%

if flag==1

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

%-----给定边值 start-----%

u(i+1,1)=0.0;

%------给定边值 end------%

a=( 1+x(j)\*x(j) )/( 1+2\*x(j)\*delt\_t\*(i-1)+2\*x(j)\*x(j)+x(j)^4 );

u(i+1,j)=u(i,j)-lamb\*a\*( u(i,j)-u(i,j-1) );

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

elseif flag==2

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

%-----给定边值 start-----%

u(i+1,1)=0.0;

u(i+1,n\_x)=0.0; %对于边界根据已知条件可给与0处理

%------给定边值 end------%

a=( 1+x(j)\*x(j) )/( 1+2\*x(j)\*delt\_t\*(i-1)+2\*x(j)\*x(j)+x(j)^4 );

u(i+1,j)=( (u(i,j+1)+u(i,j-1))-lamb\*a\*( u(i,j+1)-u(i,j-1) ) )/2;

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

elseif flag==3

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

%-----给定边值 start-----%

u(i+1,1)=0.0;

u(i+1,n\_x)=0.0; %对于边界根据已知条件可给与0处理

%------给定边值 end------%

a=( 1+x(j)\*x(j) )/( 1+2\*x(j)\*delt\_t\*(i-1)+2\*x(j)\*x(j)+x(j)^4 );

dfdx=@(x,t) (2\*x)/(x^4 + 2\*x^2 + 2\*t\*x + 1) - ...

((x^2 + 1)\*(4\*x^3 + 4\*x + 2\*t))/(x^4 + 2\*x^2 + 2\*t\*x + 1)^2;

dfdt=@(x,t) -(2\*x\*(x^2 + 1))/(x^4 + 2\*x^2 + 2\*t\*x + 1)^2;

u(i+1,j)=u(i,j)-a\*lamb/2\*(u(i,j+1)-u(i,j-1))+delt\_t\*delt\_t/2\* ...

( a\*a\*(u(i,j+1)-2\*u(i,j)+u(i,j-1))/(delt\_x\*delt\_x) - ...

dfdt(x(j),delt\_t\*(i-1))\*(u(i,j+1)-u(i,j-1))/2/delt\_x + ...

a\*dfdx(x(j),delt\_t\*(i-1))\*(u(i,j+1)-u(i,j-1))/2/delt\_x );

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

else

disp('flag输入错误，请重新输入flag');

return;

end

%----- 迭代 end -----%

%%

% 计算解析解

u\_ana=zeros(length(tn),n\_x);

for i=1:1:length(tn)

for j=1:1:n\_x

temp=x(j)-tn(i)/(1+x(j)\*x(j));

if temp>=0.2 && temp<=0.4

u\_ana(i,j)=1.0;

else

u\_ana(i,j)=0.0;

end

end

end

%%

% 画图

for i=1:1:length(tn)

plot(x,result(i,:),'-',x,u\_ana(i,:),'-');

hold on;

end

xlabel('X');

ylabel('u');

title('第四道数值实验');

legend('0.1数值解','0.1解析解','0.5数值解','0.5解析解','1.0数值解','1.0解析解');

% 作者：曹华科；时间：2019/05/28；

% 工作单位：长安大学；

% 提示：该程序是关于偏微分课程大作业的第5题，关于非线性偏微分方程的求解程序；

% 参数说明：flag：是不同方法的旗帜；flag=1为迎风格式,

% flag=2为Lax-Friedrichs格式，flag=3为Lax-Wendroff格式

% x1,x2：x的范围，x1是下限，x2是上限;

% tn：要计算的时间点，可以是数组，行向量；n\_tn：要计算的时间个数

% lamb：网格比，此处为lamb=delt\_t/(delt\_x);

% delt\_x：x方向的步长；delt\_t：时间步长；

% n\_t：时间网格剖分的个数；n\_x：x方向网格剖分的个数；

% u：网格节点上的结果值；u\_ana：解析解。

% 子程序说明：无调用子程序；

%%

clc;

clear;

close all;

flag=1; %flag=1为迎风格式,flag=2为Lax-Friedrichs格式，flag=3为Lax-Wendroff格式

x1=-1; %x的范围，x1是下限，x2是上限

x2=1;

delt\_x=2.d-2; %x的取值间隔

tn=[0.552]; %计算的时间点,注意，为了美观，这里最好给一个值

lamb=0.8; %lanb是网格比，在第一题中是delt\_t/(delt\_x)

delt\_t=lamb\*delt\_x;

n\_tn=round(ceil(tn./delt\_t)+1); %向上取整

n\_t=max(n\_tn);

n\_x=ceil( (x2-x1)/delt\_x )+1;

x=zeros(n\_x,1);

u=zeros(n\_t,n\_x);

k=1;

result=zeros(length(tn),n\_x);

%----- 给定初始值 start -----%

for i=1:1:n\_x

x(i)=x1+delt\_x\*(i-1);

u(1,i) = 0.5+sin(x(i)\*pi); %t=0时的初值条件

end

%----- 给定初始值 end -----%

%----- 迭代 start -----%

if flag==1

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

u(i+1,j)=u(i,j)-lamb/2\*( u(i,j)\*u(i,j)-u(i,j-1)\*u(i,j-1) );

%-----给定边值 start-----%

u(i+1,n\_x)=u(i,n\_x)-lamb/2\*( u(i,n\_x)\*u(i,n\_x)-u(i,n\_x-1)\*u(i,n\_x-1) );

u(i+1,1)=u(i+1,n\_x); % 由于是周期函数，其迭代之后也应该是相同周期的周期函数!!

%------给定边值 end------%

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

elseif flag==2 %Lax-Friedrichs格式

f=@(u) u.\*u/2; %拟线性f的部分 参考书上154页

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

u(i+1,j)=0.5\*( (u(i,j-1)+u(i,j+1)) - lamb\*( f(u(i,j+1))-f(u(i,j-1)) ) );

%-----给定边值 start-----%

u(i+1,n\_x)=0.5\*( (u(i,n\_x-1)+u(i,2)) - lamb\*( f(u(i,2))-f(u(i,n\_x-1)) ) );

u(i+1,1)=u(i+1,n\_x); % 由于是周期函数，其迭代之后也应该是相同周期的周期函数!!

%------给定边值 end------%

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

elseif flag==3 %Lax-Wendroff格式

f=@(u) u.\*u/2; %拟线性f的部分 参考书上154页

a=@(u) u; %拟线性f的导数部分

for i=1:1:n\_t-1

for j=2:1:n\_x-1

u(i+1,j)=u(i,j)-lamb/2\*( f(u(i,j+1))-f(u(i,j-1)) )+ ...

lamb\*lamb/2\*( a((u(i,j)+u(i,j+1))/2) \* ( f(u(i,j+1))-f(u(i,j)) ) - ...

a((u(i,j-1)+u(i,j))/2) \* ( f(u(i,j))-f(u(i,j-1)) ) );

%-----给定边值 start-----%

u(i+1,n\_x)=u(i,n\_x)-lamb/2\*( f(u(i,2))-f(u(i,n\_x-1)) )+ ...

lamb\*lamb/2\*( a((u(i,n\_x)+u(i,2))/2) \* ( f(u(i,2))-f(u(i,n\_x)) ) - ...

a((u(i,n\_x-1)+u(i,n\_x))/2) \* ( f(u(i,n\_x))-f(u(i,n\_x-1)) ) );

u(i+1,1)=u(i+1,n\_x); % 由于是周期函数，其迭代之后也应该是相同周期的周期函数!!

%------给定边值 end------%

end

if any( n\_tn == i+1 )

result(k,:)=u(i+1,:); %保存第k计算的时间的数据

k=k+1;

end

end

else

disp('flag输入错误，请重新输入flag');

return;

end

%----- 迭代 end -----%

%%

% 计算解析解

% 利用雅可比迭代法进行求解解析解

f=@(y,t,x) 0.5+sin( pi\*(x-y\*t) )-y;

df=@(y,t) -1-pi\*t\*cos(pi\*y\*t);

u\_ana=zeros(length(tn),n\_x);

for i=1:1:length(tn)

y0=-10.0;

for j=1:1:100

y=y0-f(y0,tn(i),x)./df(y0,tn(i));

y0=y;

end

u\_ana(i,:)=y0;

end

%%

% 画图

for i=1:1:length(tn)

plot(x,result(i,:)),x,u\_ana(i,:));

hold on;

end

xlabel('X');

ylabel('u');

title('第5道数值实验');

legend('0.552数值解','0.552解析解');