Hjemmeopgave 2

Emil V. Ramsbæk (tdh424), Victoria Schønnemann (drb639), Mikkel L. Dollerup (ndt926)

June 2023

Opgave 1

1 - Nash-ligevægten i de to spil

I python kan vi beregne blandede strategi Nash-ligevægte (MSNE) ved hjælp af nashpy-biblioteket og enumeration-metoden. For spiltypen, hvor angriberen er venstrebenet ($\theta_2 = \theta_V$), har vi Nash-ligevægten både for spiller 1 (målmanden) og spiller 2 (sparkeren)

$$\text{MSNE} = (\sigma_{1L}, \sigma_{1C}, \sigma_{1R}) = (0.467, 0.108, 0.423)$$
$$\text{MSNE} = (\sigma_{2L}, \sigma_{2C}, \sigma_{2R}) = (0.426, 0.242, 0.332)$$

På tilsvarende måde kan vi beregne for spiltypen, hvor angriberen er højrebenet ($\theta_2 = \theta_R$). Super fint

$$\text{MSNE} = (\sigma_{1L}, \sigma_{1C}, \sigma_{1R}) = (0.727, 0.075, 0.197)$$
$$\text{MSNE} = (\sigma_{2L}, \sigma_{2C}, \sigma_{2R}) = (0.432, 0.233, 0.334)$$

Disse resultater angiver de sandsynligheder, hvormed spillerne skal vælge deres strategier for at opnå en Nash-ligevægt i de to spil.

2 - Bayesianske Nash-ligevægt

I python beregner vi den bayesianske Nash-ligevægt fra filen "BNE.ipynb", hvor angriberen kender sin type, θ_2 og har en sandsynlighed på 11% for at være venstrebenet. Vi beregner nytten, u_1 for spiller 1 (målmand) baseret på sandsynligheden, p. For spiller 2 (sparkeren) defineres nytterne, u_{21} og u_{22} for de mulige handliger; venstre (L), center (C) og højre (R). Dernæst konstrueres matricen i bred form ved at anvende funktionen "compute_full_matrix" med de relevante parametre: nytterne for begge spillere (U_1 og U_2), sandsynligheden p og strategierne (A_1 og A_2). Efter matricen er konstrueret fjerner vi streng dominerede strategier fra spillet. Til sidst løses spillet ved at finde alle ligevægte ved hjælp af "support enumeration" fra Nashpy-biblioteket.
Resultaterne viser, at der findes en bayesiansk Nash-ligevægt for spiller 1 (målmanden) med strategierne:

$$\text{s1} = [0.727, 0.075, 0.197]$$

og for spiller 2 (sparkeren) med strategierne:

$$\text{s2} = [0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.484, 0.263, 0.252]$$

For spiller 1 (målmanden) angiver resultaterne, at den optimale strategi er at vælge L, C, R. For spiller 2 (sparkeren) er det bemærkelsesværdigt, at sandsynligheden for at vælge de første seks kombinationer er nul, hvilket betyder, at disse strategier ikke er en del af den bayesiske Nash-ligevægt. Den optimale strategi for sparkeren er derfor at vælge RL, RC, RR.

Fint

3 - Omvendt: Bayesiansk Nash-ligevægt

Vi beregner den bayesianske Nash-ligevægt fordelingen af højre- og venstrebenet spillere, så

$$Pr(\theta_2 = \theta_H) = 11\%$$

Ved brug af den samme kode som tidligere, kan vi beregne løsningen, der beregner den optimale strategi for begge spiller. Den bayesianske Nash-ligevægt for spiller 1 (målmanden) og spiller 2 (sparkeren) er givet ved strategierne:

$$\text{s1} = [0.467, 0.108, 0.423]$$
$$\text{s2} = [0.355, 0.0, 0.0, 0.270, 0.0, 0.0, 0.373, 0.0, 0.0]$$

Disse resultater viser, at ændringen i fordelingen af højre- og venstrebenet spillere har haft indflydelse på den optimale strategi for sparkeren, mens målmandens strategi er forblevet den samme, men med justerede sandsynligheder.

Fint!

4 - Intuition, Forskelle og Ligheder

I Nash-ligevægtene, kan vi se, at målmandens præcision er relativt bedre over for venstrebenet angribere. På den anden side er sparkeren mere præcis mod højre ved højrebenet angribere. Dette betyder, at det kan være mere fordelagtigt for en angriber at være højrebenet, da de kan udnytte målmandens svagere præcision i denne retning og dermed øge deres egen chance for at score.

Den bayesianske Nash-ligevægt tager hensyn til angriberens viden om sin type og tilpasser strategierne i overensstemmelse med dem. I det givne spil, hvor sandsynligheden for venstrebenet er 11%, ændrer sparkeren sin strategi og sigter mere mod højre for at udnytte målmandens relativt svagere præcision i denne retning. Dette skyldes sandsynlighede[illegible] tabellerne, hvor målmandens redningsprocent er højere mod venstrebenet angribere, og sparkerens præcision er højere mod højrebenet angribere. Generelt kan vi observere at den bayesiske Nash-ligevægt ændrer sig, når fordelingen af højre- og venstrehåndede spillere ændres. Dette indikerer, at den optimale strategi for sparkeren kan variere afhængigt af sandsynligheden for at være enten højre- eller venstrebenet.

Men kun for den ene af typerne ad gangen...

Opgave 2

1 - Statiske Nash-ligevægt

Ligevægten $p_1^* = p_2^* = 1.40$ yes
Udregnes ved at bruge iterated best reponse

2 - Den Optimale Symmetriske Pris

Ved $\alpha = 1$ er ligevægten i kartelprofit er $\bar{p} = 1.853$ og fås ved at summere de to profitfunktioner og maksere mere den samlede profitfunktion på samme måde som forrige opgave. Ved $\alpha = 0$ giver det ud fra functionens definition at $\bar{p} = p^*$

yes

3 - Fordeling af Profit i et Kartel:

Hvis spillet opstilles som et ultimatumspil hvor to firmaer kan opnå en højere profit sammen end hver for sig. Firma 1 skal tilbyde en del $x \in [0, 1]$ af kartellets profit til firma 2. Firma 2 kan acceptere med nytte $(x, 1-x)$ eller afslå og så antager vi at de for nytte $(0, 0)$. Lad os sige firma 2 har et andet tilbud om karteldannelse, en outside option, h[illegible]rma 2 får andel y hvor $y > 1 - x$ Det vil sige at for at firma 2 vil vælge at indgå kartel med firma 1, så må firma 1 tilbyde en andel x som opfylder at $1 - x > y$. På den måde vil begge firmaer opnå en højere profit end hvad de ellers kunne formå.

4 - Mindste Værdi af δ

$\delta = 0.51$ er den laveste værdi af delta med yearly return, $r = 0.9307$

Det er forkert :(Jeg tjekker ikke kode her, der er ingen metode forklaret. Det er nul point

Sammenlignet med en effektiv rentesats i Danmark på 2.85 pct.[1] ligger den højt, men ligger utrolig tæt på det amerikanske renteniveau på 5-5.25 pct [2]

5

Ved $\alpha \to \infty$ må det betyde at forskellen på at være i kartel eller alene bliver større hvilket betyder at konsekvensen for at afvige fra trigger-strategien bliver større og større

Tja, måske. Kartelprisen ændres jo også.

[1] https://www.nationalbanken.dk/da/markedsinfo/officiellerentesatser/sider/default.aspx
[2] https://tradingeconomics.com/united-states/interest-rate

6 Aldrig lade et spørgsmål være tomt!! Altid gætte på noget. Fx “svaret må være et sted mellem 4 og 5 eller andet.

Opgave 3a

1 - Bayesiansk Nash Ligevægt og Forventet Provenue

I en SPSB[3] auktion med antagelsen at bydere har uafhængiget fordelte valueringer, vil den Bayesianske Nash ligevægt være at byderen skal byde sin egen valuering. Ved at byde sin valuering sikrer byder sig mid at betale mere end det byderen værdisætter varen til, samtidigt med at optimere deres chancer for at vinde auktionen end hvis de byder lavere end deres valuering.

Den analysiske formel for det forventede provenue er udledt fra den uniforme fordeling og den anden højeste ordens statistik. Når at der er n uafhængige observatører i en uniform fordeling vil den være:

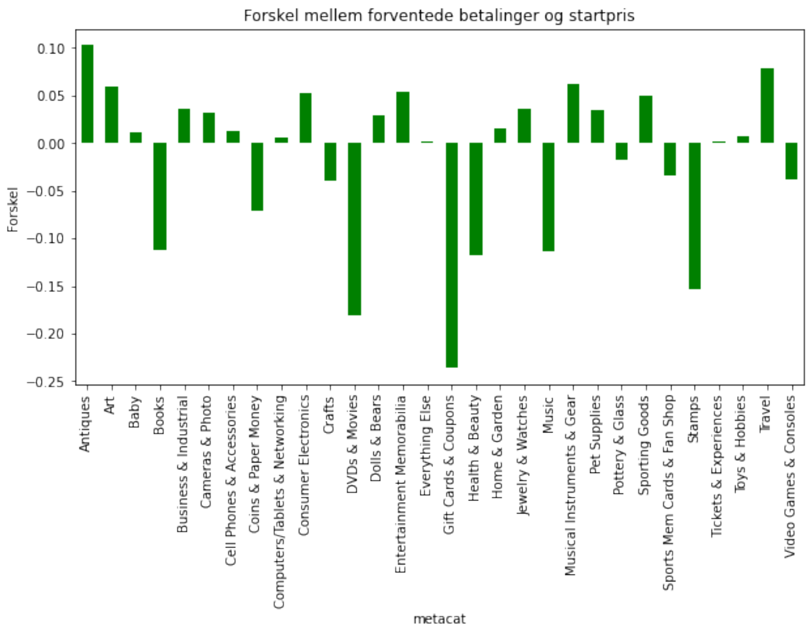
$$\frac{n-1}{n+1}$$

Så kan vi dermed få antallet af faktiske bydere ved $x\bar{n}_c$:

$$\hat{p}_c(x) = \frac{(x\bar{n}_c) - 1}{(x\bar{n}_c) + 1}$$

Dette betyder at den forventede betaling er korreleret med antallet af aktive byderer i auktionen, altså betyder det empirisk at hvis flere er interesseret i varen kan det forventes at der opnås en højere betaling.

2 - Prædikterede Forventede Betalinger



Fin graf

Figure 1: Question 3.A.2 Graph

Ved at tage Mean difference, som er gennemsnittet af de forventede betalinger ud fra vores model, der har givet en værdi på ≈ -0.0143 betyder det at modellen forudsiger betalinger der er ca. 0.0143 lavere end de faktiske startpriser. Altså har modellen undervurderet de faktiske værdier. ja… for dette valg af x!

Standart Deviation of Differences, dette fortæller os at SE[4] på ≈ 0.0816 indikerer at der er lidt sprædning mellem de forudsagte og faktiske værdier.

[3] Second Price Sealed Bid
[4] Standard afvigelse (Standart error)

udeladte

Grafen viser også at der er stor variation fra kategori til kategori, og at altså kan være ~~exogene~~ varibale der påvirker de forventede betalinger som altså ikke indgår i modellen.

Mean Difference	**-0.014343**
Standard Deviation of Differences	**0.081612**

Table 1: Sammenligning af de Predikterede Værdier og de Egentlige Værdier

3 - Kriterie Funktionen

$\hat{x}$	**0.2318**
$Q(\hat{x})$	**0.0055**

Korrekt x (jeg får et andet Q)

Table 2: Estimations resultater

Værdien for $\hat{x}$ betyder at $\approx 23.18\%$ af alle besøgende på varen vil være bydere.

Ud fra disse resultater kan vi se at $\hat{x}$ udviser et godt estimat for dataen. Den lave værdi i $Q(\hat{x})$ indikerer at den estimerede værdi af x medfører lavere residualer som kan betyde at der er en større sammenlæng mellem betaling og views.

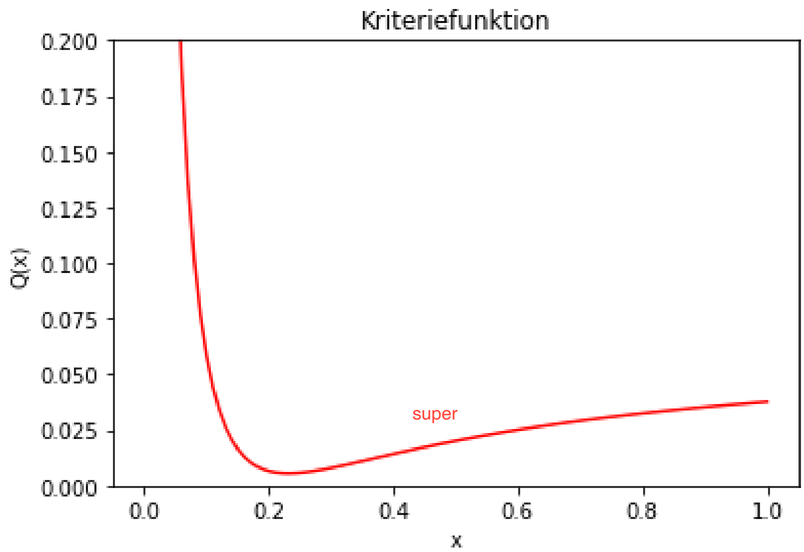


Figure 2: Kriterie Funktion graf (3.A.3)

Vi har valgt at bruge scripy.optimize bibliotetket, hvor vi har brugt minimize, her finder vi minimumspunktet for vores $Q(x)$. For at minimize kan finde minimums punktet får den funktionen Q, En start værdi $x0$ som vi har sat til 0, og så har vi sagt til den at løsningen ligger mellem 0 og 1. Ud fra disse informationer har den numeriske optimizer kunne finde vores $\hat{x}$ og $Q(\hat{x})$.

4 - Fordeling af Priser

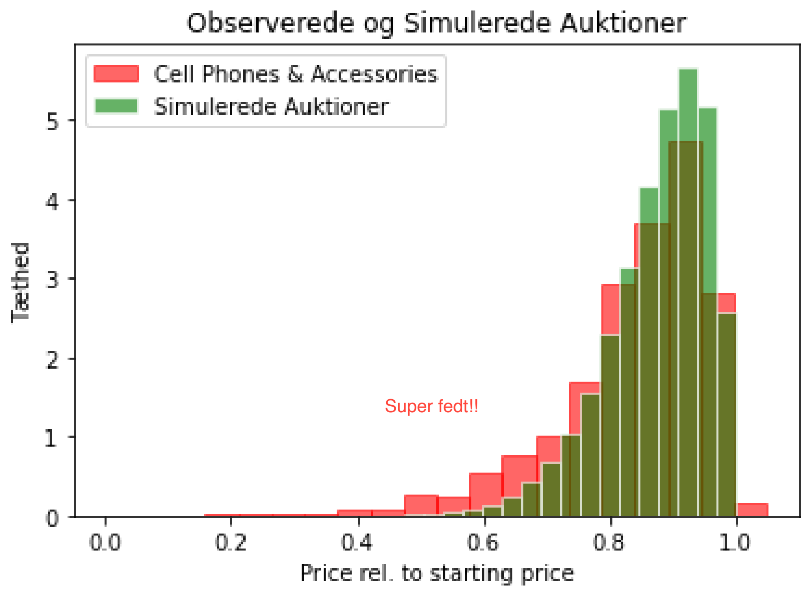


Figure 3: Fordeling af observeret og simuleret data

Vi kan se ud fra grafen at de simulerede auktioner har en gennemsnitlig højere betaling sammenlignet med start prisen end de observerede auktion, dette kan skyldes at i den simulerede model at $\hat{x}$ er over estimeret. Samtidigt kan man se at der faktisk i dataen godt kan opstå priser over start prisen, men i den simulerede model er prisen bregrænset til 1 og altså ikke kan gå over.

5 - Hypotese på Auktionsmodellen

Vi vil undersøge om der er en sammenhæng mellem antalet af fotos på en auktion og price2start[5].

H0: Der er ingen forskel i auktionsmodellens præstation med flere fotos end gennemsnittet.

H1: Der er en forskel i auktionsmodellens præstation med flere fotos end gennemsnittet.

For at se om der er en forskel har vi lavet en t-test i python, hvor vi har sammenligen price2start med antallet af fotos, vi har valgt at sige der er mange fotos når der er mere end 3 fordi gennemsnittet ligger på ≈ 3. Resultatet for testen har givet os en T-statistik og P-værdi: Her kan vi se at der er en

$T - Statistik$	-29.2742
$P - Værdi$	2.2571e-188

Table 3: Hypoteste test

meget lav P-Værdi og altså en sammen hæng mellem antalet af fotos og pris. Vi kan dermed afvise **H0** af acceptere den alternative hypotese **H1**.

T-Statistikken er negativ hvilket betyder at der er en sammenhæng mellem lavere priser og lavere antal af fotos og altså en generalt en højere pris ved flere fotos.

[5] Pris relativt til start prisen i USD

Opgave 3b

1 - Auktioner med χ^2- og lognormal fordelinger

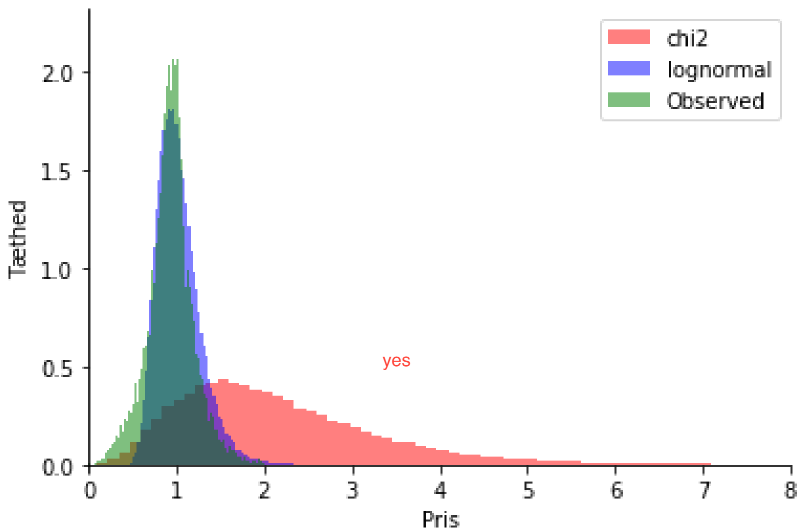


Figure 4: Question B.1 Graph

2 - Bedste Estimat af μ

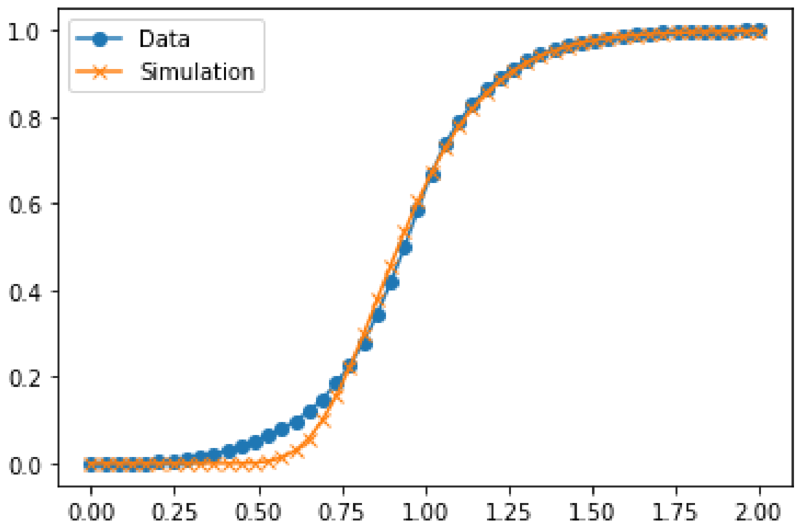


Figure 5: Graf med Bedste μ

Ved at af grænse de mulige værdier af μ har vi kunne afgrænse at det bedste estimat vil være $\mu \approx -0.576$.

yes

Best μ	-0.576

Table 4: Bedste Estimation af μ

3 - Bayesianske Nash-ligevægt i FPSB[6]

Skriv lige lidt tekst, der kommer jo en fin formel her. ??

$$b * (v) = E[v_{(n-1)} | v_{(n)} - v]$$

4 - Sammenligning af FPSB og SPSB Auktioner

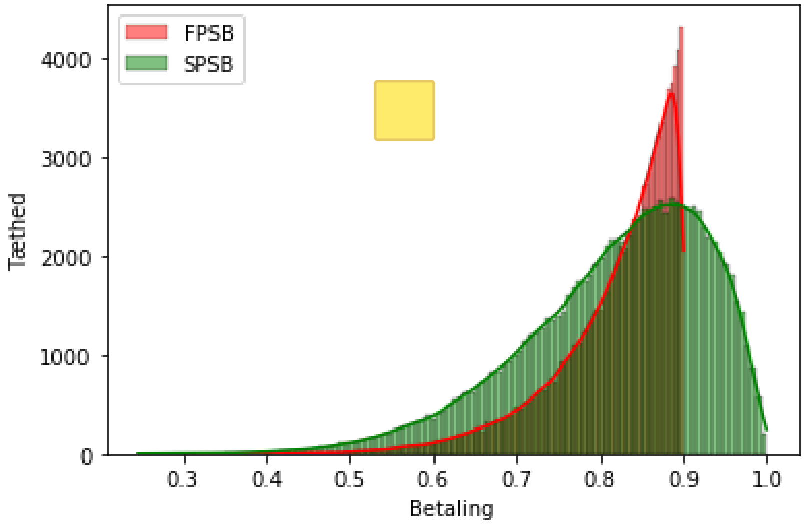


Figure 6: Sammenligning af FPSB og SPSB

Begge valueringer er trukket ved en uniform fordeling mellem 0 og 1.

Auktionsformat	Gennemsnitlig betaling	Standardafvigelse	Median betaling
FPSB	0.8182	0.07	0.8396
SPSB	0.8179	0.11	0.8377

~~En fordel ved FPSB er at budgivere er mere motiveret til at byde deres valuering.~~ Der er dog en ulempe for budgivere at destemme deres optimale bud fordi at de skal byde højt nok til at vinde men lavt nok til at sikre sig en fortjeneste sammenliget med deres valuering.

Ja

I SPSB har budgiveren strategisk en fordel ved at byde deres valuering fordi hvis du vinder skal de kun betale den næsthøjeste valuering. Dette betyder dog at der et mindre incitament for budgivere og kan betyde at der vil være et lavere provenue for sælger hvis der ikke er mange budgivere.

Det gør man i begge formater!

Vi ville anbefale at en privatperson skulle vælge auktionsformatet SPSB fordi, ~~dette betyder at hvis man vinde har man været den med den højeste valuering~~ og muligvis den største idiot, men at man kun skal betale det næsthøjeste. Men hvis man er sælger kan det være fordelagtigt at vælge FPSB fordi det som sagt kan betyde at folk byd[illegible]ere og mere aggresivt dette er dog kun en fordel hvis der er få budgivere hvis der er mange vil S[illegible] være bedre.

I blander common values ind i det

[6] First Price Sealed Bid