Mikro B

Emil V. Ramsbæk

Blok 4 2023

Indholdsfortegnelse

Forlæsning 1 - Statiske spil med komplet information

Et spil består af en mængde (mængde spillere, $1, 2, ..., n$), Strategi mængder (S_i) og payoff ($u_{i \in 1,2,...n}$).

s_i: mig
s_j: dig (en anden)

Statisk spil: Når en strategi er en handling og det sker simultant og uden at de kan observere de andre. Begge spillere kender nyttefunktionen for de andre spillere (Payoff)

Rationalitet, spillere vælger den stategi der maksimere deres eget payoff.

Intelligens: De forstår alt omkring spillet, modstanderen og har ikke beregningsmæssige begrænsninger.

Fælles viden: Alle ved at alle ved at...

Selvhåndhævelse: En forudsigelse (eller ligevægt), skal håndhæve sig selv uden brug af ekstern ageren.

Ingen rationel spiller vil nogenside vælge en strængt domineret strategi.

Domineret strategi: Uanset hvad modstanderen vælger, vil man være dårligere stillet ved brug af en stategi over en anden.

Pareto optimal: Kan ikke stille en bedre uden en værre.

Hvis en strategi er domineret bruger man fællesviden til at eliminere nogle dominerede strategier, som nu giver ny viden der så evt kan eliminiere nogle dominerede strategier, indtil man kan finde den mest optimale løsning (nash ligevægten).

Forlæsning 2 - Nash-ligevægt i rene strategier og oligopoler

Pure-stategy nash equlibrium: You can with strict dominace easliy find the best, but with no easily identifiable matrix, you can do the following:
Step 1: Find the highest payoff for player 1 in each column.
Step 2: Find the highest payoff for each row for player 2.
Step 3: If any entry in the matrix has both a highest payoff for player 1 and player 2, then this entry is the Nash equlibrium for the matrix.
If a profile of strategies is the unique survivor of IESDS or is the unique rationalizable profile of strategies then it is a Nash equilibrium.

Any strategy profile for which players are playing mutual best responses is a Nash equilibrium, making this equilibrium concept self-enforcing.

If a profile of strategies is a Nash equilibrium then it must survive IESDS and it must be rationalizable, but not every strategy that survives IESDS or that is rationalizable is a Nash equilibrium.

Best response er når en kollone og række er den højeste værdi for begge spillere.

Best response for alle parter i spillet, er det samme som nash-ligevægten.

nash-ligevægten er en vektor af strategier OG IKKE PAYOFF.

IESDS: Iterated Elimination of strictly dominated strategies

Iterated best response: Vil kunne danne en cyklus af best responses uden nødvendigvis at finde nash ligevægten.

Bertrand: Skal vælge en pris, Den unikke NE er når (p1,p2) = (c,c). Altså fordi begge vil underbyde sig selv indtil at at ens omkostninger er lig med omkostninger.

Cournot: Skal vælge en mængde,

Forlæsning 3 - Mixed strategy nash equilibrium

Nulsumspil: Når en persons gevinst er en andens tab.

Blandet strategi (mixed strategy): sandsynlighed over strategimnængden.

Ren strategi: er hvor sandsynligheden er lig med 1.

Forventet nytte: Ex Ante, Interim og Ex Post

Nytten af handlinger i støtten 6.1 VIGTIG TIL EKSAMEN!!!

Eksistenssætningen!!!!

Minimax: Minimere Worst case senariet.

Forlæsning 4 - Blandede stategier og nulsum spil

Nulsum: hvad en vinder er det samme som den anden taber.

Transformation af nøtterne er ok OG ER EN LÆKKER SÆTNING!!!!

At gange til og fra en payoff ændre ikke spillet.

Heurestik = Tommelfingerregl

Maximin: Maximere minimum, ved at vælge det bedste worst case, så man sikre sig den højeste laveste værdi istedet for at vælge den største værdig.

Bruteforce kan ikke bruges over 8x8 matricer.

Teorem - Minimax-sætningen: I et nul sum spil har begge spillere lige stpr chance for at finde.

SUPPORT ENUMERATION: Vil altid finde alle løsninger.

TAG EN STILLING TIL HVOR MANGE DECIMAL TAL MAN VIL HAVE MED.

Eksistenssætningen: Der vil altid være en ligevægt, dette kan være rene eller blandede og begge, eller kun en af de to, og gerne flere af hver.

De strategier der ikke er i nøtten er dominerede strategier.
Støtten: Er hvor mange stategier der kan indgå i en af nash ligevægtene.

Forlæsning 5 - Dynamiske spil

- Kan enten være Sekventielle spil (Komplet information) eller signaleringsspil (inkomplet information)
- Troværdige trosler: Hvis en spiller troer med at tage en vej der stiller den anden spiller værre så den anden spillere hellere vil sikre sig en bedre løsning og bukker under for truslen og tager den løsning som er bedst for den der troede den anden spiller.
- Utroværdige trosler: Hvis en af spillerne troer med at tage en løsning der vil stille dem værre, end hvis de bukker under for den anden spiller.
- Backwards induction (Begge strategier og både diskrete og komplette?!?): Find de nederste uløste knuder og find det optimale valg og forsæt op ad træet.
- Renstrategi i et dynamisk spil er en ren strategi en handling i enhver tænkelig situation.

Forlæsning 6 - Dynamiske spil

- Underspilsperfekt Nash-ligevægt: Dynamiske spil med komplet information.
- SPNE: er en stategy profil så ingen spiller ønsker at afvige i noget underspil.
- Underspil (Proper subgame): Består af en enkelt knude samt alle dennes efterkommere i et udvidet-form spil. Underspillet G er selv et spiltræ som arver sine informationsmængder og payoffs fra et udvidet-form spil.
- Nnash ligevægt: Tillader ikke utroværdige trusler eller ikke rationelle underspil.
- Underspils perfekte Nash ligevægt: Kan findes ved brug af backwards induction.
- **Zermelo's teorem:** Enhver endeligt spil med perfekt information har en baglæns induktions løsning. Endvidere hvis der ikke findes to terminale knuder hvor en spiller får samme payoff da er baglæns induktions løsninbgen unik.
- Cournot: Ved brug af profit funktionen kan man se om det er bedst at være først eller sidst.
- Bertrand: Kun den laveste pris der sælger.

Forlæsning 7 - Imperfekt informarion

- Informationssæt: Opsumerer hvad hver spiller ved. Dette er en mængde af knuder som ikke indeholder terminal knuder. Dette skal opfylde den samme spiller skal handle i hver knude.
- Perfekt information: alle informationsmængder indeholder kun en knude
- Imperfekt information: mindst en informationsmængde er ikke singleton. Altså kender spilleren ikke hvordan de skal handle før at den første spiller har handlet.
- Singleton (Indeholder kun en knude)
- I et dynamisk spil kan der godt indeholde statiske spil, fordi det statiske spil afhænger af de tidligere dynamiske spil.
- Underspil: Alle efterkommere er med, og må ikke skære informationsmængder over.

Forlæsning 8 - Gentagende spil

- Gentaget spil:
- Proposition 10.1: Hvis G har en unik nash ligevægt så har G(T) en unit underspilsperkft nash ligevægt, hvor G's nashligevægt spilles i hver periode.

Forlæsning 9 - Gentagende spil II

- Tit for Tat (TFT): Er en strategi hvor at man vælger modstanderens strategi i runden før. (LÆS Robert Axelrod tit for tat tournement)
- TFT er ikke en underspilsperfekt ligevægt (SPNE)
- Folk theorem
- Grim trigger: Hvis den anden spiller vælger noget andent end aftalt (Deviation) så straffer vi den anden ved at vælge nash ligevægten.
- Grim trigger er en underspilsperfekt nash ligevægt
- $\delta \geq \frac{\hat{\pi}-\pi^C}{\hat{\pi}-\pi^D}$

Forlæsning 10 - Forhandling

- Ensidige bud: Hvor en sætter pisen og den anden kan enten acceptere eller ikke gå ind.
- Alternernede bud: Hvor begge spillere går frem og tilbage.
- Ultimatumsspil: Hvor spiller 1 siger hvor meget de vil have og altså siger hvad der er tilbage til spiller 2. Spiller 2 kan altså vælge at acceptere eller forkaste, hvis de acceptere så for de det som spiller 1 har givet dem hvis de forkaster, for begge intet.
- Den underspils perfekte ligevægt i ultimatumsspillet er alle x, selv hvis x = 0, vil stadig være i svarmængden.
- SPNE i et endeligt gentagende spil er med at den sidste spiller får x - epsilon.
- Diskonteringsfaktor: Er en procent chance for at spillet stopper efter næste valg.
- I gentagende spil skal der være diskontering for at en af spillerene har en forhandlingsmagt.
- Den som har den laveste diskonteringsfaktor får mere.
- Hvis diskonteringsfaktoren er lig med hinanden, så er det en fordel at være den første.

Forlæsning 11 - Bayesianske spil

- Bayesianske spil: Statisk med inkomplet information f.eks auktionsspil
- Modstanderens type er ukendt
- Kan også være forsikringer, hvor selvskabet ikke kender alle informationer om den der skal forsikres men det gør personen
- Der er information i ens type i mod den anden spillers type.

Forslæsning 12 - Auktioner

- Second price: Den der byder hæjest vinder ved bare at byde epsilon over den andens bud. Her er NE der hvor b*(v) = v.
- First price: alle byder samtidigt og det højeste bud vinder.
- BNE (Bayesianske Nase Ligevægt): Siger at man skal byde 0,5 af ens valuering, fordi her er ens nytte størt.

Forlæsning 13 - Auktioner II

- Average Pay: sårbart med karteller
- Masse punkter: Kan observeres i grafer hvor man kan se på nogle spcifikke punkter at der er flere observationer, dette kan skyldes hele tal eller andre tal enten i 10 tals tabellen eller 5 tals.
- Der kan ikke være masse punkter i ligevægts-fordelingen, Dette er fordi, at hvis man tager epsilon til højre for masse punkterne, så bruger man epsilon mindre men får meget mere, fordi man altid vil vinde.
- Fordelingen af maximum strategien er skiftet til højre fordi gennemsnittet af maximum er større og overlappet mellem max og mean skyldes at det er 2 forskellige samples, og derfor kan det godt være at alle tal i max er mindre end alle tal i mean.
- Årsagen til at gennemsnittet af en fordeling ikke er i midten kan skyldes at der er for få observationer, det kan også skyldes methoden brugt der kan ødelægge symetrien.
- Provenuækvivalens: Mange auktionsformater giver samme provenue til auktionarius, vigtigt resultat i auktionsteori.
- Ligevægts stragetien for first price sealed bid: Byd 0,5 af valueringen, hvilket også er det man betaler.
- Ligevægts strategien for second price sealed bid er at byde valueringen. Men dette er ikke betalingen, betalingen er den næst højeste bud.
- I SPSB skal man matematisk byde en tilfældig trukket værdi som er uniformt fordelt mellem 0 og valueringen og håb. (Auktioner II Slides 24)

Forlæsning 14 - Auktioner III

- Winners curse
- Independant private values
- Man vinder kun hvis man byder under sin valuering
- Common values
- Trukerede fordelinger
- Man kan godt få afhjulpet ens vinders forbandelse
- Man skal shade sit bud mere aggresivt og bruge sin information mere aggesivt.
- Reservations pris: En pris auktionarius som sætter en pris, hvis den ikke bliver nået bliver godet ikke solgt.

Forlæsning 15/16 - Dynamiske spil med inkomplet information

- Perfekt bayesianske nash ligevægt: Eliminerer utroværdigetrusler og naive forventninger
- Her kan man troværdigt bluffe, og skal typisk spille blandede strategier, ihvertfald i tilfældet med Knægt dronning konge poker spillet.
- Bayes regl: At man opdaterer ens handlinger efter hvad man oplever.
- Semi separerende PBE:
- Hvis man er off the equilibrium path kan man ikke sige om den bliver spillet mere eller mindre end NE.
- På ligevægtsstien: subjektive forventninger opdateres logisk med bayes regl

- Signaleringsspils kogebog: forklæsning 16 slide 19
- Diskonteringsfaktor?!?
- Signaleringspil Spemces spil
- Hvis man implementerer omkostinger, kan dette blive brugt i et siganleringsspil til at afsløre typer, dette er dog først åbentlyst når at omkostningerne er høje nok til at differentiere typerne.
- erfekt Bayesiansk Ligevægt En strategiprofil, og en vektor af subjektive forventninger, så ingen spiller har incitament til at afvige i noget underspil givet deres forventninger, og så beliefs ikke strider mod ligevægtsspil.

Råd til eksamen

- Man skal ikke sige man løser den ved at spille nash, man skal skrive hvis den anden ikke spiller nash at man spiller den bedste response til deres svar, men hvis den anden spiller nash skal man også spille den bedste response, hvilket altså er nash.
- Nytten af handlinger i støtten 6.1 VIGTIG TIL EKSAMEN!!!
- Eksistenssætningen!!!!
- TAG EN STILLING TIL HVOR MANGE DECIMAL TAL MAN VIL HAVE MED
- Zermelos theorem
- Der ligger et repository på github, med kode under lectures.
- Brug extrem værdi fordelingen (Anders elsker den) Og den er meget stabil. Den vil besvare formen under methoden.
- Provenuækvivalens: God idea at kunne sammenlige auktionsformater.
- Teorem: Provenuækvivalens Auktioner II slide 21
- Gør ens svar tydeligt med et forsnuftigt mængde decimaler.
- Hvis deciamalerne er de samme i de første to men ikke resten så vis mere end 2.
- Methode valg, skriv hvad man gør og hvorfor
- Der bliver kun kigget i koden hvis der er fejl.
- Husk at referer til teoremerne
- Skriv hvad resultatet er af det rigtige svar.
- Forklar hvilke pakker og bibliotetker man bruger i sine resultater fra python og skriv det i rapporten, de kan forklare hvorfor at der er afrundingsfejl.
- Når man har besvaret spørgsmålet, gå tilbage og se om det egentlig er svaret, læs igen.
- Blooms taksanomi, Observer, analyser og perspektiver.
- Forklar hvilke værktøjer man kan bruge, og forklar hvorfor jeg bruger en specifik
- Hurtigere end support enummoration - Lemke hawson (Kan spasse ud).
- Hvis man har genbrugt kode citer hvor det er fra.
- Man må bruge lineær programmering hvis det er nul sum spil
- HVis der kommer et intuitions spg kan det perspektiveres til hygge teksten i starten af opgaven
- Skrive hvilken en af ligevægts rafineringerne man bruger og beskriv hvorfor denne er brugt: Bayesianske, perfekte nbaysianske, underspilsperfekte nash ligevægte, der findes 4 forskellige
- Hvilken type af spil er der tale om, er det et kodinationsspil eller en anden type
- Selvom man kan løse på papir er det helt ok at løse i python.
- Hvis det ikke er et nul sum spil kan man ikke brige lineær programmering
- Kordinationsspil modes oftere end antikordinations spil som vist med skæringner
- Kom med sprut eksempler (sjovt)
- Subjektive forventninger
- Common value auktioner (CVA): Implicerer winner's curse
- Provenuneutralitet: er en betegnelse, der anvendes i økonomi, og henviser til ideen om, at ændringer i skattesystemet bør være designet på en sådan måde, at de samlede skatteindtægter forbliver de samme før og efter ændringerne. Hvis en skattereform er provenuneutral, betyder det, at selv om nogle skatter måske bliver højere og andre lavere, vil det samlede provenu (dvs. de samlede indtægter fra skatter) forblive uændret.

Teoremer

- Teorem - Minimax-sætningen: I et nul sum spil har begge spillere lige stpr chance for at vinde.
- Zermelo's teorem: Enhver endeligt spil med perfekt information har en baglæns induktions løsning. Endvidere hvis der ikke findes to terminale knuder hvor en spiller får samme payoff da er baglæns induktions løsningen unik
- Bayes' teorem er en grundlæggende regel inden for sandsynlighedsberegning, der beskriver, hvordan man opdaterer sandsynligheden for en hypotese baseret på beviser. Den er af særlig betydning i bayesiansk statistik, hvor den bruges til løbende at opdatere sandsynligheden for en hypotese efterhånden som mere data eller information bliver tilgængelig.

  I forhold til bayesianske spil, som er en type spil i spilteori, er Bayes' teorem essentielt for at opdatere spilleres overbevisninger baseret på den information de modtager gennem spillet. Bayesianske spil er spil, hvor spillerne har ufuldstændig information om nogle aspekter af spillet, typisk om andre spilleres typer (som repræsenterer deres præferencer, strategier, etc.). Spillere har en oprindelig overbevisning om andre spilleres typer, som er repræsenteret ved en sandsynlighedsfordeling, og disse overbevisninger opdateres gennem spillet ved hjælp af Bayes' teorem.

  For eksempel, hvis en spiller i et bayesiansk spil tager en bestemt handling, kan andre spillere bruge denne handling som bevis for at opdatere deres overbevisninger om den pågældende spillers type. Bayes' teorem giver den matematiske formel for, hvordan disse opdateringer skal laves.

  Formelt er Bayes' teorem:

  P(A—B) = [P(B—A) * P(A)] / P(B)

  hvor:

  P(A—B) er den betingede sandsynlighed for hændelse A givet hændelse B P(B—A) er den betingede sandsynlighed for hændelse B givet hændelse A P(A) og P(B) er sandsynlighederne for hændelserne A og B uafhængigt. I en bayesiansk spilkontekst kan "A" og "B" være begivenheder som "spiller 1 er af type X" eller "spiller 2 tager handling Y". Bayes' teorem bruges til at opdatere sandsynligheden for disse begivenheder baseret på de observationer, der laves i spillet.
- Provenueækvivalens: Ifølge dette teorem, antaget en række forudsætninger, vil forskellige auktionsformater (såsom førsteprisauktion, andenprisauktion osv.) generere det samme forventede provenu (samlet indkomst fra auktionen) for sælgeren. Denne konklusion er baseret på følgende forudsætninger:

  Der er n budgivere (spillere) der alle har uafhængige og identisk fordelte værdier for det objekt, der er til salg, trukket fra en fordeling F.

  De to auktionsformater har altid den samme allokering af goder, hvilket betyder, at det samme individ ender med at vinde auktionen uanset auktionsformatet.

  Enhver budgiver med den mindste mulige værdi (det vil sige en værdi på 0) får en forventet nytte på 0 i ligevægt.

  Baseret på disse antagelser, hævder provenuækvivalens teoremet, at de to auktionsformater vil generere det samme forventede provenu. Desuden vil en budgiver med en bestemt værdi give den samme forventede betaling uanset auktionsformatet.
- I dit teorem antages det, at der er n spillere, og hver spillers værdiansættelse (v_i) af det objekt, der er på auktion, er uafhængigt og identisk fordelt efter en uniform fordeling fra 0 til 1.

  Teoremet fremsætter en form for budfunktion ($b_i * (v)$), som repræsenterer den optimale strategi for hver budgiver i en symmetrisk Bayes-Nash ligevægt. I denne ligevægt byder hver budgiver en fraktion af deres værdiansættelse, hvor fraktionen er (n-1)/n.

  Du spørger, hvorfor man skal byde tættere på sin valuering, hvis der er flere bydere end 2 i auktionen. Dette skyldes, at jo flere bydere der er, desto større er sandsynligheden for, at en af dem har en højere værdiansættelse end dig. Så for at øge chancen for at vinde, skal du byde højere, dvs. tættere på din egen værdiansættelse.

  Hvis vi kigger på budfunktionen, kan vi se, at b_i*(v) er stigende i n (antallet af spillere). Det betyder, at jo flere spillere der er, desto højere vil det optimale bud være i forhold til en spillers værdiansættelse. Dette skyldes den øgede konkurrence - med flere spillere er der en større chance for, at en af dem har en højere værdiansættelse, så du skal byde højere for at have en chance for at vinde.

Det antages ofte, at budfunktionen $b_i * (v)$ er ikke-aftagende i v. Det betyder, at hvis en spillers værdiansættelse øges, vil deres bud også enten forblive det samme eller stige.

Hvis budfunktionen$b_i * (v)$ ikke er monotont stigende i v, betyder det, at en højere værdiansættelse ikke nødvendigvis fører til et højere bud. Dette ville være usædvanligt i de fleste auktionsscenarier, da det normalt ville være i en spillers interesse at byde mere, når de værdsætter objektet mere højt.

- Ifølge dette teorem er det en svagt dominerende strategi for hver budgiver at byde sandfærdigt, det vil sige at byde præcis det beløb, de værdsætter objektet til (b*(v) = v).

  Her er beviset:

  Lad os antage, at en budgiver i har en værdiansættelse v_i for objektet, og lad os sige b er det højeste bud fra alle andre budgivere.

  Der er to situationer at overveje:

  Hvis v_i ¡ b, så vil budgiver i ikke vinde auktionen, uanset hvad de byder. I denne situation er det bedste for budgiver i at byde deres sande værdiansættelse, fordi hvis de byder over b og ender med at vinde, vil de betale mere for objektet end det er værd for dem.

  Hvis v_i ¿ b, så vil budgiver i vinde auktionen, uanset hvad de byder, så længe de byder over b. Men da betalingen i en 2nd price sealed bid auktion er det næsthøjeste bud (som er b), vil budgiver i altid betale det samme beløb uanset, hvor meget over b de byder. Så igen, der er ingen fordel ved at byde noget andet end deres sande værdiansættelse.

  Samlet set betyder dette, at for enhver værdiansættelse v_i, er det bedste svar for budgiver i at byde deres sande værdiansættelse. Dette er hvorfor det er en svagt dominerende strategi at byde sandfærdigt i en 2nd price sealed bid auktion.

- Folk Theorem: Her er det grundlæggende koncept bag Folk Theoremet: I et gentagelsesspil har spillerne en ekstra hensyntagen i forhold til det enkeltstående spil: frygten for fremtidige straffe. Hvis en spiller afviger fra en aftalt strategi (for eksempel en strategi, der gør alle spillere bedre stillet), kan de andre spillere straffe afvigeren i fremtidige spil. Dette potentielle tab i fremtiden kan være stor nok til at afskrække spilleren fra at afvige fra den aftalte strategi i første omgang.

- Proposition 10.1: Hvis G har en unik Nash-ligevægt, så har G (T) en unik underspilsperfekt Nash-ligevægt, hvor G 's Nash-ligevægt spilles i hver periode.

- Teorem 9.1: One deviation property I ethvert endeligt spil er en strategi SPNE hvis og kun hvis den overholder, at det aldrig er optimalt at afvige én gang, for så for evigt at vende tilbage til strategien.

Kogebog til opgave løsning

- Pure strategies (PSNE): Disse kan findes ved at se hvilke svar der vil være den bedste løsning givet den anden spillers strategier. Hvis et punkt er den bedste for i den kolonne eller række for begge spillere kan man tolke dette som em Nash ligevægt (NE)

- En nash ligevægt i rene strategier kan også findes ved at se på best respone på den anden spillers strategier. Hvis der er både en overlappende best response fra spiller 1 og spiller 2, kan man antage dette til at være en nash ligevægt, der kan godt være flere i en matrice.

- Hvordan løser man et Cournot spil (Problem set 2):
  1. Start med at finde best response funktionerne
  2. Find virksomhedernes udbud ved at maksimerer med den anden virksomheds best response
  3. Set udbud og efterspørgsel lig med hinanden og find prisen.

- IESDS (Iterated elimination of strictly dominated strategies): Eliminerer alle dominerede strategier og finder de unikke nash ligevægte ved brug af de resterende ikke dominerede nash ligevægte.

- Man kan finde nash ligevægten givet:
  1. Cost funktionen
  2. Sandsynligheden

- Udregn Nash ligevægten når to spillere vælger mængder samtidigt (Cournot equlibrium):
  1. profir maksimer ved at atge første orden (FOC, first order coditions)
  2. Issoler for hver af spillernes q (mængder).

- Hvad er prisen i en Cournot ligevægt: Dette kan findes ved at indsætte cournot mængderne ind i den indverse efterspørgsels funktion. Her efter kan man finde profitten til hver virksomhed i cournot ligevægterne.