


# ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА – 13 юли 2009 г.

## ВАРИАНТ ПЪРВИ

### ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само по един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например 

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Ако 140% от  $a$  е равно на 60% от  $b$ , то  $\frac{a}{b}$  е равно на:

- а)  $\frac{3}{4}$ ;      б)  $\frac{7}{3}$ ;      в) 1;      г)  $\frac{3}{7}$ ;      д)  $\frac{1}{2}$ .

2. Ако  $a = \left(\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}\right)^{2009}$ ,  $b = \left(\frac{1}{8}\right)^{1200}$ ,  $c = \left(\frac{1}{7}\right)^{1200}$ , то е вярно че:

- а)  $b < c < a$ ;      б)  $a < b < c$ ;      в)  $a < c < b$ ;      г)  $a = b = c$ ;      д)  $a < b = c$ .

3. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корени на уравнението  $12x^2 - 7x - 12 = 0$ , то стойността на израза  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + 2x_1x_2$  е:

- а)  $-\frac{17}{12}$ ;      б) 5;      в)  $\frac{17}{12}$ ;      г) -9;      д)  $-\frac{31}{12}$ .

4. Решение на уравнението  $3^{x-1} - 27^{x+1} = 0$  е:

- а)  $x = 0$ ;      б)  $x = -1$ ;      в)  $x = -2$ ;      г)  $x = 2$ ;      д)  $x = 3$ .

5. Броят на членовете на аритметичната прогресия:  $-1, \log_3 3^5, 11, \dots, 491$  е равен на:

- а) 83;      б) 81;      в) 38;      г) 103;      д) 82.

6. Стойността на числения израз  $\frac{1}{\sqrt{3}} \cotg 18^\circ \cotg 12^\circ - (\cotg 18^\circ + \cotg 12^\circ)$  е равна на:

- а) 1;                      б)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ;                      в)  $\sqrt{3}$ ;                      г)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ;                      д) -1.

7. Ако  $(x, y)$  е решение на системата  $\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{1}{2} \\ xy = -\frac{1}{4} \end{cases}$ , то частното  $\frac{x}{y}$  е равно на:

- а)  $\frac{1}{2}$ ;                      б) 2;                      в)  $-\frac{1}{2}$ ;                      г) -4;                      д) -1.

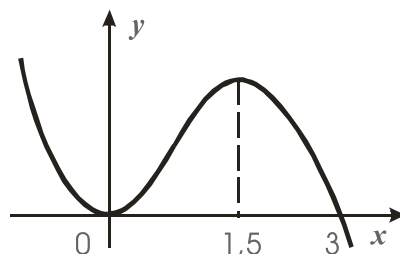
8. Решение на уравнението  $\log_3(x-7) = \frac{1}{\log_4 3} - \log_3(x-4)$  е числото:

- а) 3;                      б) 9;                      в)  $\frac{15}{2}$ ;                      г) 8;                      д) 12.

9. Най-голямото цяло решение на неравенството  $|5-x| > 2|5-x| - 3$ , е числото:

- а) 5;                      б) 4;                      в) 8;                      г) 2;                      д) 7.

10. Ако графиката на първата производна на функцията  $f(x)$  има вида, посочен на чертежа, то  $f(x)$  има екстремум за:



- а)  $x=0$ ;    б)  $x=0$  и  $x=3$ ;    в)  $x=3$ ;    г)  $x=0$ ,  $x=1,5$  и  $x=3$ ;    д)  $x=1,5$ .

11. Медианата на следните данни от извадка 5, 10, 2, 10, 10, 1, 3, 2, 3, 7, 11, 8, 3, 2 е:

- а)  $\frac{5}{2}$ ;                      б) 3;                      в) 10;                      г) 4;                      д) 2.

12. Колко трицифрени числа могат да се образуват от цифрите 2, 0, 5, 6, така че във всяко трицифрено число да не се повтаря нито една цифра:

- а) 18;                      б) 24;                      в) 4;                      г) 6;                      д) 30.

13. В ромб  $ABCD$  с остър ъгъл  $BAD = \alpha$ , височината му  $BH$  пресича диагонала  $AC$  в точка  $M$ . Ако  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ , то отношението  $BM : MH$  е:

- а) 2:3;                      б) 3:2;                      в) 2:1;                      г)  $3:\sqrt{5}$ ;                      д)  $\sqrt{5}:3$ .

14. Медицентърът на равнобедрен  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) лежи върху вписаната в триъгълника окръжност. Ако  $AB = a$ , то периметърът на  $\triangle ABC$  е:
- а)  $6a$ ;      б)  $3a$ ;      в)  $2a$ ;      г)  $4a$ ;      д)  $12a$ .
15. Тото играта “5 от 35” се състои в изтегляне по случаен начин на пет различни числа измежду числата  $\{1, 2, \dots, 35\}$ . Вероятността и петте изтеглени числа да са нечетни е:
- а)  $\frac{1}{7}$ ;      б)  $\frac{17}{35}$ ;      в)  $\frac{9}{341}$ ;      г)  $\frac{18}{35}$ ;      д)  $\frac{13}{682}$ .
16. Осните сечения на прав кръгов конус имат прав ъгъл при върха му, а радиусът на основата му е  $R$ . Отношението на радиусите на описаната и вписаната спрямо конуса сфера е:
- а)  $1 + \sqrt{2}$ ;      б)  $\sqrt{2} - 1$ ;      в)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;      г)  $2$ ;      д)  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ .
17. В правоъгълен трапец с остър ъгъл  $\alpha$  и лице  $20 \text{ cm}^2$  е вписана окръжност. Лицето на кръга в  $\text{cm}^2$ , определен от тази окръжност, е:
- а)  $\frac{10\pi \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$ ;      б)  $\frac{10\pi \sin \alpha}{\sin \alpha + 1}$ ;      в)  $\frac{25\pi}{9}$ ;      г)  $\frac{20\pi \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$ ;      д)  $\pi \sin \alpha$ .
18. Разликата от най-голямата и най-малката стойност на функцията  $f(x) = -x^2 - x - 1$  в затворения интервал  $[-1, 2]$  е:
- а)  $-\frac{31}{4}$ ;      б)  $\frac{4}{25}$ ;      в)  $-\frac{25}{4}$ ;      г)  $\frac{25}{4}$ ;      д)  $\frac{31}{21}$ .
19. Даден е равностраничен триъгълник със страна  $a = \frac{11}{4} \text{ cm}$ . През точка  $M$ , лежаща на страната  $AB$ , успоредно на страните  $AC$  и  $BC$ , са прекарани прави, пресичащи тези страни съответно в точки  $K$  и  $L$ . Ако лицето на  $\triangle KLM$  е  $\frac{7\sqrt{3}}{16} \text{ cm}^2$ , то дължината на отсечката  $KL$  е:
- а)  $\frac{\sqrt{43}}{2} \text{ cm}$ ;      б)  $\frac{\sqrt{7}}{2} \text{ cm}$ ;      в)  $\frac{37}{16} \text{ cm}$ ;      г)  $\frac{43}{4} \text{ cm}$ ;      д)  $\frac{\sqrt{37}}{4} \text{ cm}$ .
20. В един клас има 20 момчета и 10 момичета. На класа са предоставени три безплатни билета за футболен мач. Начините, по които могат да се разпределят билетите, така че на мача да отидат трима ученика, от които точно две момчета, са:
- а) 10;      б) 2100;      в) 1900;      г) 20;      д) 3800.

## ВТОРА ЧАСТ

Следващите 10 задачи са без избираем отговор. Върху талона за отговорите от теста (последната страница) в празното поле за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и обоснован верен отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непълнен отговор, за нечетлив текст, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

21. Да се реши неравенството  $\frac{x^2(x+1)}{2-x} \geq 0$ .
22. Да се реши уравнението  $\sqrt{\frac{2x+2}{x+2}} - \sqrt{\frac{x+2}{2(x+1)}} = \frac{7}{12}$ .
23. Да се реши уравнението  $16^x + 2.4^x - 3 = 0$ .
24. Два неразличими помежду си шестстенни зара се хвърлят еднократно. Да се намери вероятността сумата от точките върху двата зара да е равна на три или четири.
25. Числата  $2, x-2, y-3$ , взети в този ред, образуват геометрична прогресия, а числата  $1, x, y$ , взети в посочения ред, образуват аритметична прогресия. Да се намерят числата  $x$  и  $y$ .
26. Да се намери стойността на  $\operatorname{tg} \alpha$ , ако  $3 \operatorname{tg} \alpha + 3 \cotg \alpha + 10 = 0$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$ .
27. Страните на  $\triangle ABC$  са  $AB=c$ ,  $AC=b$  и  $CB=a$ . Вътрешната ъглополовяща на  $\angle ACB$  пресича описаната около  $\triangle ABC$  окръжност в т.  $L$ . Да се намери отношението на лицата на  $\triangle ABL$  и  $\triangle ABC$ .
28. Средната аритметична стойност на четири броя данни е 5. Кое число трябва да се добави към данните, така че средната стойност да стане 6?
29. Дадено е уравнението  $(k-3)x^2 + (2k-1)x + k+1 = 0$ , където  $k$  е реален параметър. Да се намерят стойностите на параметъра  $k$ , за които корените на уравнението са с различни знаци.
30. Правоъгълен триъгълник е разположен така, че хипотенузата му лежи в равнина  $\mu$ , а катетите му сключват с тази равнина ъгли  $\alpha$  и  $\beta$ . Да се определи синуса на ъгъла  $\varphi$  между равнината на триъгълника и равнината  $\mu$ .

## ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 4 АСТРОНОМИЧЕСКИ ЧАСА

Драги кандидат-студенти, попълвайте внимателно отговорите на задачите от теста само върху талона за отговор (последната страница)!

**НА ВСИЧКИ КАНДИДАТ-СТУДЕНТИ ПОЖЕЛАВАМЕ УСПЕХ!**

**ОТГОВОРИ НА ВАРИАНТ ПЪРВИ на ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА –**  
**13 юли 2009г.**  
**за КАНДИДАТ-СТУДЕНТИ от ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ**

**ПЪРВА ЧАСТ**

<b>1 г</b>	<b>2 б</b>	<b>3 д</b>	<b>4 в</b>	<b>5 а</b>	<b>6 г</b>	<b>7 д</b>	<b>8 г</b>	<b>9 д</b>	<b>10 в</b>
<b>11 г</b>	<b>12 а</b>	<b>13 г</b>	<b>14 а</b>	<b>15 в</b>	<b>16 а</b>	<b>17 б</b>	<b>18 г</b>	<b>19 д</b>	<b>20 в</b>

**ВТОРА ЧАСТ**

<b>21.</b> $x \in [-1; 2)$
<b>22.</b> $x = 7$
<b>23.</b> $x = 0$
<b>24.</b> $\frac{1}{7}$
<b>25.</b> $x = 6, y = 11$
<b>26.</b> $-3$
<b>27.</b> $\frac{c^2}{(a+b+c)(a+b-c)}$
<b>28.</b> $10$
<b>29.</b> $k \in (-1; 3).$
<b>30.</b> $\sin \varphi = \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta}$