

Отчёт по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва

Тимур Дмитриевич Калинин

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Теоретическое введение	6
4	Выполнение лабораторной работы	8
5	Выводы	12
6	Библиография	13

List of Figures

4.1	Код программы	8
4.2	Параметры симуляции	8
4.3	Фазовый портрет	9
4.4	Графики численности во времени	10
4.5	Программа с начальными условиями в стационарной точке . . .	10
4.6	Графики численности во времени	11

1 Цель работы

Построить модель Лотки-Вольтерры в OpenModelica.

2 Задание

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.45x(t) + 0.045x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.35y(t) - 0.035x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 4$, $y_0 = 9$. Найдите стационарное состояние системы.

3 Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству

жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dx в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$. Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0), y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Напишем код программы (Рис. 4.1). Зададим параметры симуляции (Рис. 4.2).

```
1 model predator_prey
2   parameter Real a=0.45, b=0.045, c=0.35, d=0.035;
3   Real x(start=4), y(start=9);
4   Real xc, yc;
5   equation
6     der(x) = -a*x+b*x*y;
7     der(y) = c*y-d*x*y;
8     xc = a/b;
9     yc = c/d;
10 end predator_prey;
11
```

Figure 4.1: Код программы

The screenshot shows the 'Установки Симуляции - predator_prey' window in OMEdit. The 'Основное' (Basic) tab is selected. Under the 'Интервал Симуляции' (Simulation Interval) section, the following parameters are set: 'Начальное Время' (Initial Time) is 0, 'Конечное Время' (Final Time) is 400, 'Число Интервалов' (Number of Intervals) is 500, and 'Interval' is 0.1. The units for time are 'secs'.

Параметр	Значение	Единица
Начальное Время	0	secs
Конечное Время	400	secs
Число Интервалов	500	
Interval	0.1	secs

Figure 4.2: Параметры симуляции

2. Запустим программу на исполнение. Посмотрим на фазовый портрет системы. (Рис. 4.3). Также можно отобразить точку равновесия. Увидим в середине получившейся фигуры точку. Посмотрим также на графики численности хищников и жертв во времени (Рис. 4.4).

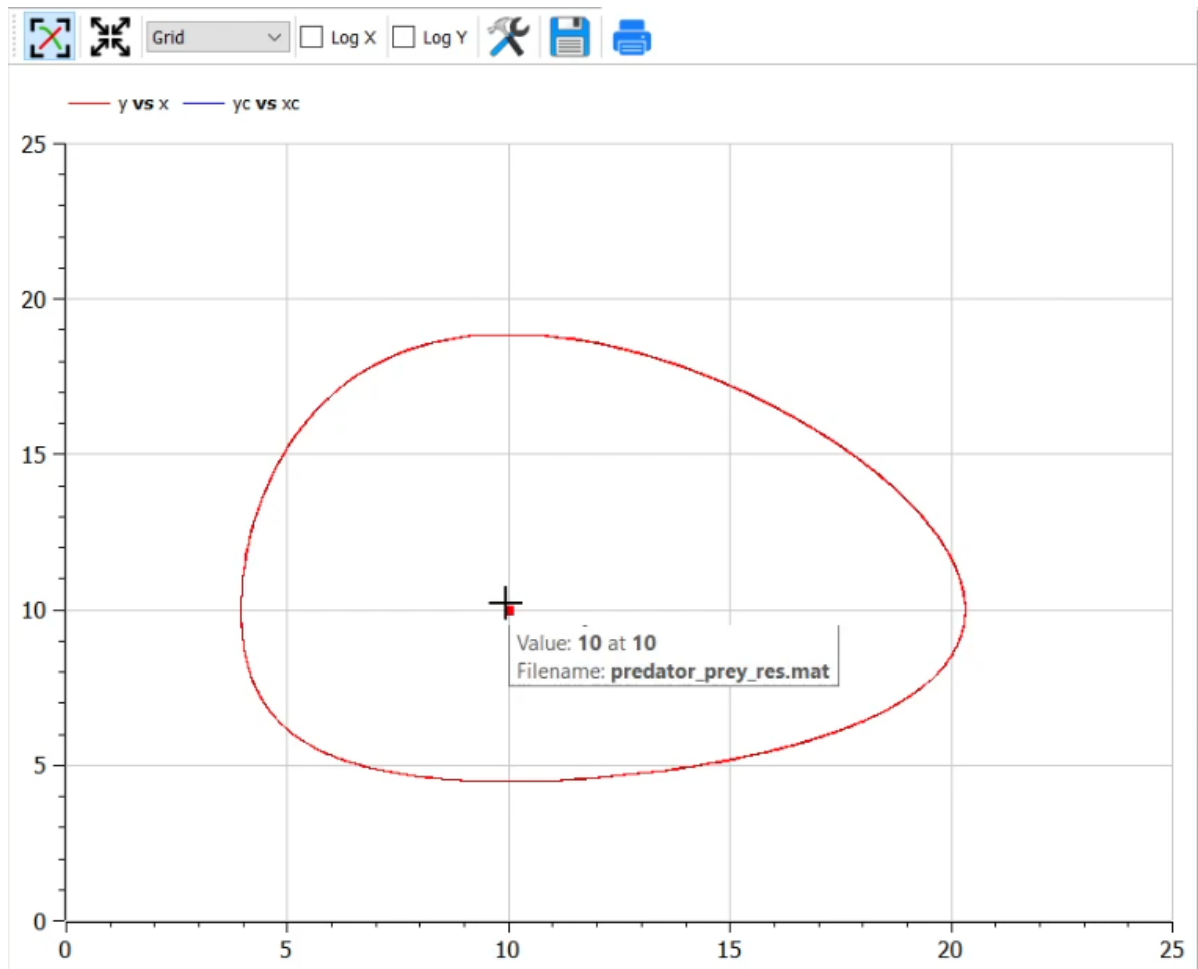


Figure 4.3: Фазовый портрет

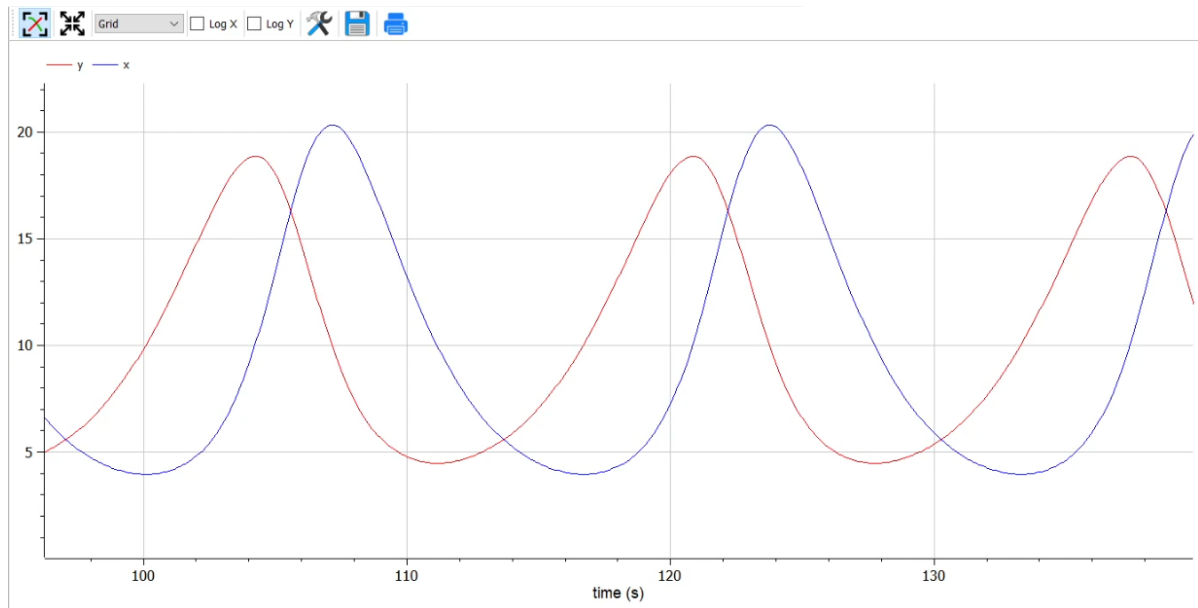


Figure 4.4: Графики численности во времени

3. Теперь запустим программу, но в качестве начальных условий зададим точку равновесия (Рис. 4.5). Посмотрим на графики численности хищников и жертв во времени. Видим, что они являются константами со значением 10 (хотя OpenModelica не совсем корректно их отображает, Рис. 4.6).

```

1 model predator_prey
2   parameter Real a=0.45, b=0.045, c=0.35, d=0.035;
3   Real x(start=xc), y(start=yc);
4   parameter Real xc=a/b, yc=c/d;
5   equation
6     der(x) = -a*x+b*x*y;
7     der(y) = c*y-d*x*y;
8 end predator_prey;
9

```

Figure 4.5: Программа с начальными условиями в стационарной точке

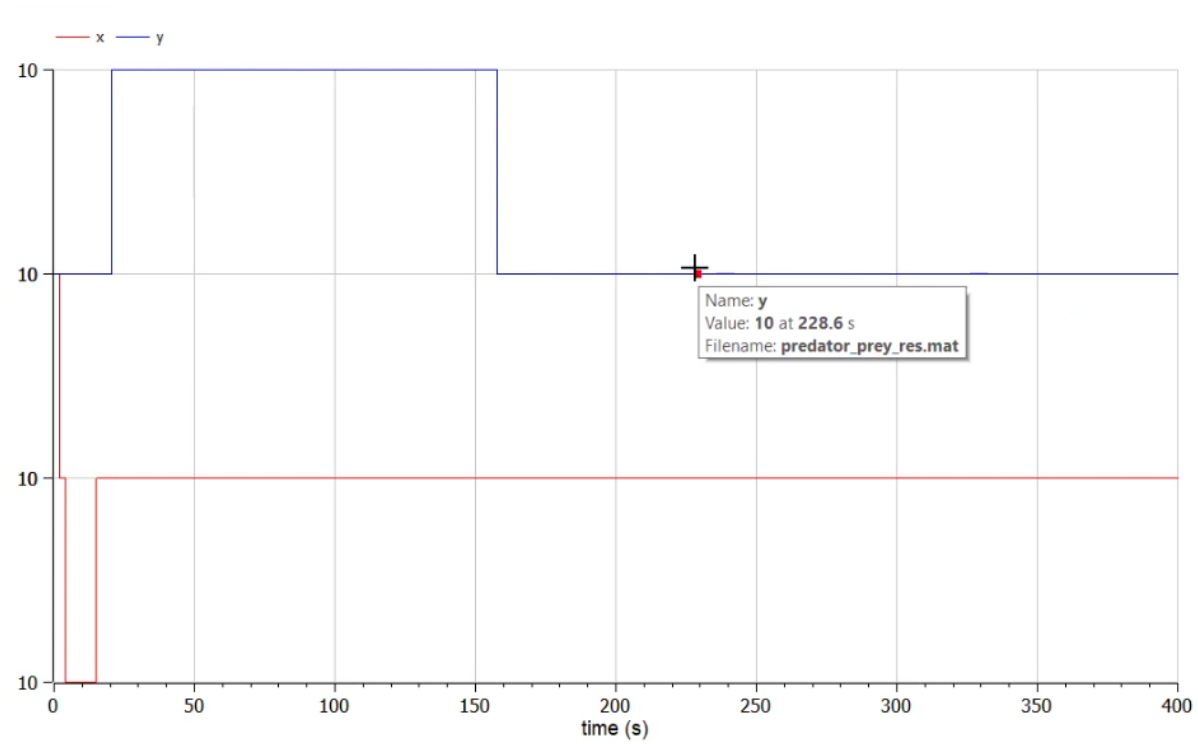


Figure 4.6: Графики численности во времени

5 Выводы

В результате выполнения лабораторной работы мы познакомились с моделью Лотки-Вольтерра и написали ее реализацию в OpenModelica.

6 Библиография

1. OpenModelica User's Guide. URL: <https://www.openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/>
2. Лабораторная работа №5. - 4 с. URL: <https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=831123>