Corrigé

Corrigé Epreuve d'info banque PT 2018

[1]:
```
from math import *    # d'après le texte
import numpy as np
```

[2]:
```
#LT est la liste des temps de mesure
#LT = [0, 0.2, 0.4, 0.60001, 0.8, 1]
LTexp = [0.2 * i for i in range(50)]

#LVexp liste des vitesses mesurées (relevées sur le sujet)
LVexp = [0.00, 0.57, 2.45, 4.35, 5.52, 6.27, 7.05, 7.61, 8.17, 8.73, 9.17, 9.48, 9.
 ↪79, 10.11, 10.43, 10.67, 10.90, 11.13, 11.34,\
        11.57, 11.60, 11.63, 11.67, 11.70, 11.78, 11.88, 11.93, 12.03, 12.13, 12.
 ↪17, 12.21, 12.24, 12.28, 12.31, 12.35, 12.40,\
        12.39, 12.33, 12.27, 12.22, 12.17, 12.15, 12.14, 12.14, 12.15, 12.24, 12.
 ↪19, 12.04, 11.89, 11.73]
```

3.1 Analyse du déroulement de la course (20% barême)

3.1.1 Détermination de l'instant d'arrivée

Q12a

On intègre la vitesse sur l'intervalle $[t_i, t_{i+1}]$ pour déterminer la position au temps t_{i+1} :

$$x_{i+1} = x_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} v(t)dt$$

Q12b

On utilise la formule de la méthode des trapèzes pour l'intégrale :

$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} v(t)dt \simeq \frac{v_{i+1} + v_i}{2}(t_{i+1} - t_i)$$

ce qui donne :

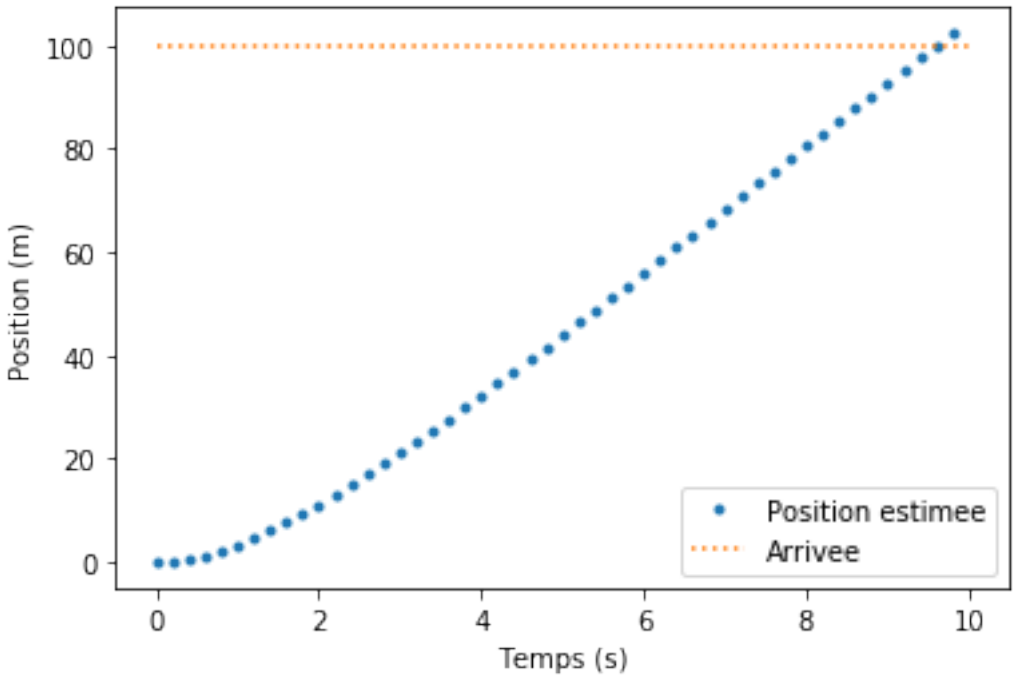
$$x_{i+1} = x_i + \frac{v_{i+1} + v_i}{2}(t_{i+1} - t_i)$$

Q12c

[3]:
```
def inte(Lv, LT):
    """renvoie la liste des positions estimées, avec des listes"""
    LX = [0]
    for i in range(len(LT)-1):
        LX.append(LX[-1] + (Lv[i + 1] + Lv[i]) / 2 * (LT[i + 1] - LT[i]))
    return LX
LXexp = inte(LVexp, LTexp)
```

Q13

[4]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure()
plt.plot(LTexp, LXexp, '.')
plt.plot([0, 10], [100, 100], ':')
plt.xlabel('Temps (s)')
plt.ylabel('Position (m)')
plt.legend(['Position estimee', 'Arrivee'], loc=4)
plt.show()
```



Q14a

On a une relation affine entre d et T :

$$d = X_{iA-1} + \frac{X_{iA} - X_{iA-1}}{t_{iA} - t_{iA-1}} \cdot (T - t_{iA-1})$$

$$\Leftrightarrow T = t_{iA-1} + (d - X_{iA-1}) \cdot \frac{t_{iA} - t_{iA-1}}{X_{iA} - X_{iA-1}}$$

Q14b

[5]:
```
def arrivee(LX, LT, d):
    """calcule l'instant d'arrivée à la distance d, par interpolation linéaire,
    avec while"""
    if LX[-1] < d:
        return False  # si le coureur n'atteint pas l'arrivée
    i = 0
    while LX[i] < d:  # on détermine entre quelles mesures, le coureur
        i += 1        # passe la ligne d'arrivée
    return LT[i - 1] + (d - LX[i - 1]) * (LT[i] - LT[i - 1]) / (LX[i] - LX[i - 1])
```

```
```

Q14c

[6]:
```
arrivee(LXexp, LTexp, 100)
```

[6]:
```
9.600084674005078
```

3.1.2 Délimitation des phases de la course

[7]:
```
def f(LV, LT):
    LY = []
    for k in range(len(LT) - 1):
        LY.append((LV[k + 1] - LV[k]) / (LT[k + 1] - LT[k]))
    return LY
```

Q15

Lorsqu'on applique la fonction f aux listes LVexp et LTexp on estime l'accélération par dérivation numérique de la vitesse. La dérivée $\frac{dv}{dt}$ est approximée par le taux d'accroîssement :

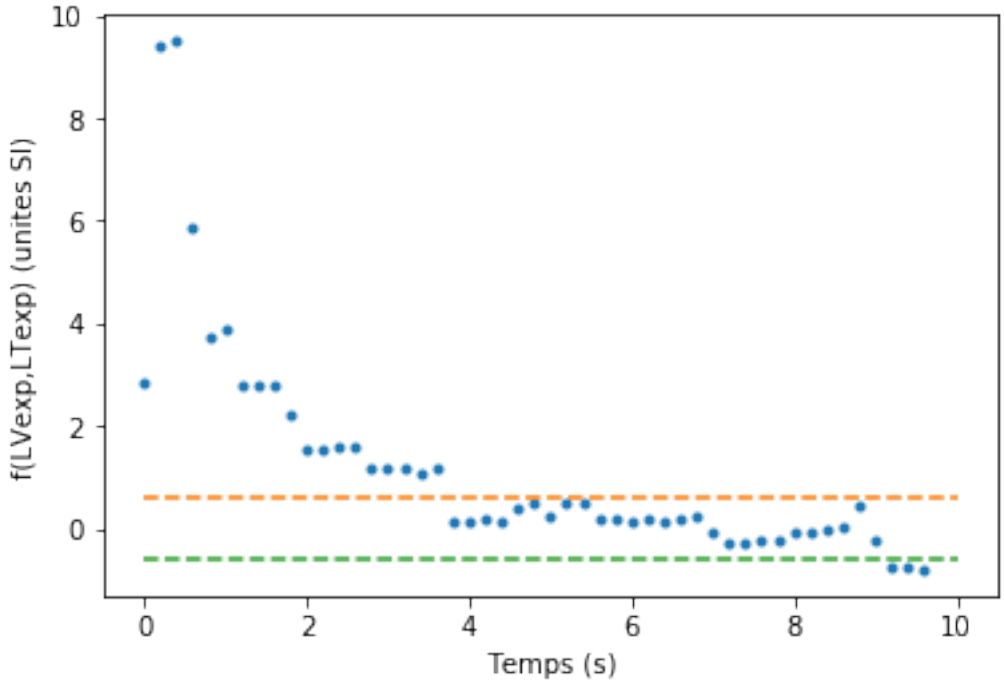
$$\frac{dv(t_i)}{dt} \simeq \frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i}$$

Q16a

La longueur de f(LVexp,LTexp) vaut $n-1$ car la formule précédente utilise deux échantillons successifs de position pour calculer une vitesse, alors avec n échantillons de position, on calcule $n-1$ vitesses.

Q16b

[8]:
```
plt.figure()
plt.plot(LTexp[:-1], f(LVexp, LTexp), '.')    # on a enlevé la dernière valeur de␣
 ↪LTexp
'''Pour avoir la figure du sujet'''          # pour avoir le même nombre de points
LY = f(LVexp, LTexp)
moyenne = sum(LY) / len(LY)
    #variante    moyenne = np.array(LY).mean()
borne = 0.5 * moyenne
plt.plot([0, 10], [borne, borne], '--')
plt.plot([0, 10], [-borne, -borne], '--')
plt.xlabel('Temps (s)')
plt.ylabel('f(LVexp,LTexp) (unites SI)')
plt.show()
```



Q17

[9]:
```
def instants(LY, LT):
    """renvoie le temps de début de la phase à vitesse constante, et le temps de
    début de la phase de décélération"""
    i = 0
    moyenne = sum(LY) / len(LY)
    #variante    moyenne = np.array(LY).mean()
    borne = 0.5 * moyenne
    # on utilise une valeur absolue pour |Y|< 50%.moyenne
    while (abs(LY[i]) > borne) and (i < len(LY)):    # tant qu'on est pas rentré␣
↪dans
        i += 1                                       # le tube ni allé à la fin
    if i == len(LY):    # on est allé à la fin sans rentrer dans le tube
        vcons = -1
    else:               # on est rentré dans le tube avant d'avoir atteint la fin
        vcons = LT[i]   # i est le premier indice pour lequel on est dedans
    j = len(LY) - 1    # on prend le dernier indice
    while (LY[j] < -borne) and (j > 0):    # Tant qu'on est au dessus de la borne␣
↪inf
        j = j - 1                          # du tube et qu'on est pas remonté au␣
↪début
    if j == len(LY) - 1:    # on est arrivé au début sans trouver
        vdec = -1
    else:                   # on est sorti par en dessous du tube
        vdec = LT[j + 1]
    return vcons, vdec      # on renvoie les valeurs de temps
```

[10]:
```
instants(f(LVexp, LTexp), LTexp[:-1])   # on enlève la dernière valeur de LTexp
```

[10]: `(3.8000000000000003, 9.200000000000001)`

Q18

L'algorithme est constitué de 2 boucles successives qui s'exécutent au maximum n fois. La complexité est donc linéaire, en $\mathcal{O}(n)$ si la liste LY est de longueur n

3.2 Modélisation dynamique de la course (15% du barème total)

$$a(t) = A + Bv(t) + Cv(t)^2$$

3.2.1 Identification et validation du modèle ### Q19

[11]:
```
#import numpy as np
LAexp = f(LVexp, LTexp)
P = np.polyfit(LVexp[:-1], LAexp, 2)
C, B, A = P[0], P[1], P[2]
```

Q20a

La méthode d'Euler explicite est :

$$v(t_{i+1}) \simeq v(t_i) + (t_{i+1} - t_i)\frac{dv}{dt}(t_i)$$

Ce qui donne ici :

$$v_{i+1} = v_i + a_i(t_{i+1} - t_i) = v_i + \left(A + Bv_i + Cv_i^2\right)(t_{i+1} - t_i)$$

On peut rappeler la méthode d'Euler implicite (hors-programme) :

$$v(t_{i+1}) \simeq v(t_i) + (t_{i+1} - t_i)\frac{dv}{dt}(t_{i+1})$$

Et l'équation différentielle fournit une relation entre $v(t_{i+1})$ et $\frac{dv}{dt}(t_{i+1})$ ce qui permet de poursuivre le calcul.

Q20b

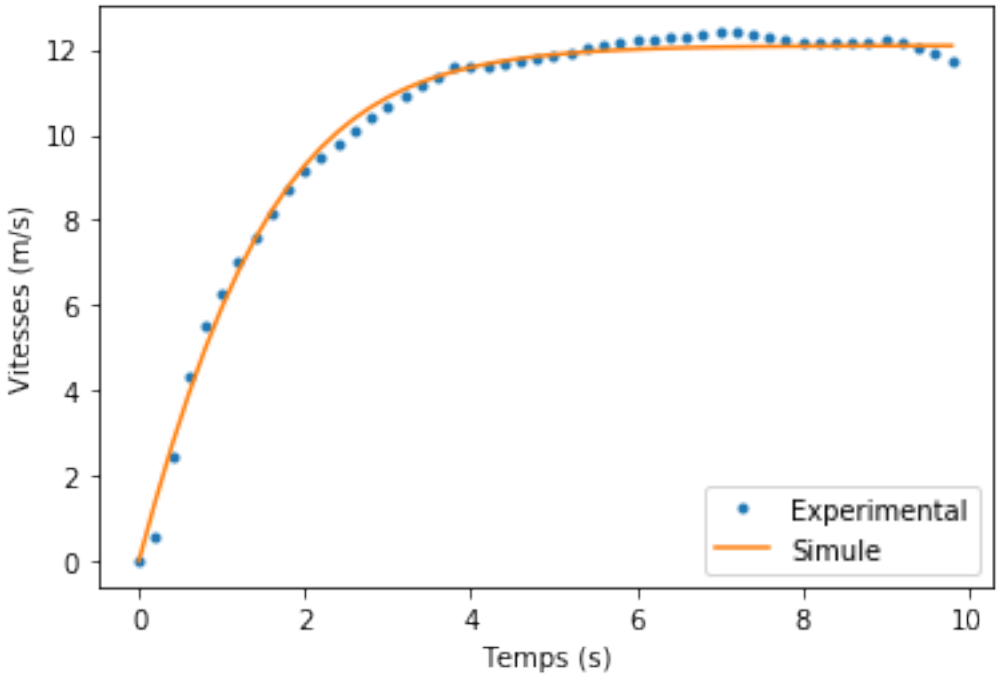
[12]:
```
def simu(LT, P):
    """Renvoie la liste des vitesse simulées instant de LT"""
    v0 = 0.0
    v = v0
    V = [v0]
    for i in range(len(LT) - 1):
        v += (P[2] + P[1] * v + P[0] * v**2) * (LT[i + 1] - LT[i])
        V.append(v)
    return V
```

Variante numpy

[13]:
```
def simu2(LT, P):
    """Renvoie le vecteur des vitesse simulées aux instants de LT"""
    n = len(LT)
    V = np.zeros(n)
    v0 = 0.0       # inutile ici
    V[0] = v0    # vu qu'on a une CI nulle
    for i in range(n - 1):     # pas besoin de remplir la première
        V[i+1] = V[i] + (P[2] + P[1] * V[i] + P[0] * V[i]**2) * (LT[i + 1] - LT[i])
    return V
```

Tracé

[14]:
```
plt.figure()
plt.plot(LTexp, LVexp, '.', label='Experimental')
plt.plot(LTexp, simu(LTexp, P), '-', label='Simule')
plt.xlabel('Temps (s)')
plt.ylabel('Vitesses (m/s)')
plt.legend(loc=4)
plt.show()
```



[15]:
```
LVsim = simu(LTexp, P)
N, D = 0, 0
for i in range(len(LVexp)):
    N = N + (LVsim[i] - LVexp[i])**2
    D = D + LVexp[i]**2
print(sqrt(N/D))
```

```
0.021856970388307535
```

Q21

La quantité affichée est :

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n-1}(v_{sim}(i)-v_{exp}(i))^2}{\sum_{i=0}^{n-1}(v_{exp}(i))^2}}$$

On évalue la racine du rapport entre l'écart au carré entre les deux estimations et la mesure expérimentale au carré prise pour référence.

3.2.2 Exploitation du modèle pour estimer les efforts sur le coureur

$$a_i = f_i + P_1 v_i + P_0 v_i^2$$

Q22

Dans la boucle for, les $k^{\text{ème}}$ composantes des listes n'existent pas, les listes sont à ce moment d'indice maximum $k-1$

[16]:
```
#Modifications proposées
def composantes(LV, LA, P):
    a, b = P[0], P[1]
    LA0, LA1, LA2 = [], [], []
    for k in range(len(LA)):
        LA2.append(a*LV[k]**2 )
        LA1.append(b*LV[k])
        LA0.append(LA[k] - LA1[k] - LA2[k])
    return (LA0, LA1, LA2)

# la solution LA1 = LA1 + b*LV[k] fonctionne mais est
# moins rapide et coûteuse en mémoire sur des listes,
# elle serait à utiliser sur un array
```

Les 3 composantes recherchées sont données dans cet ordre :

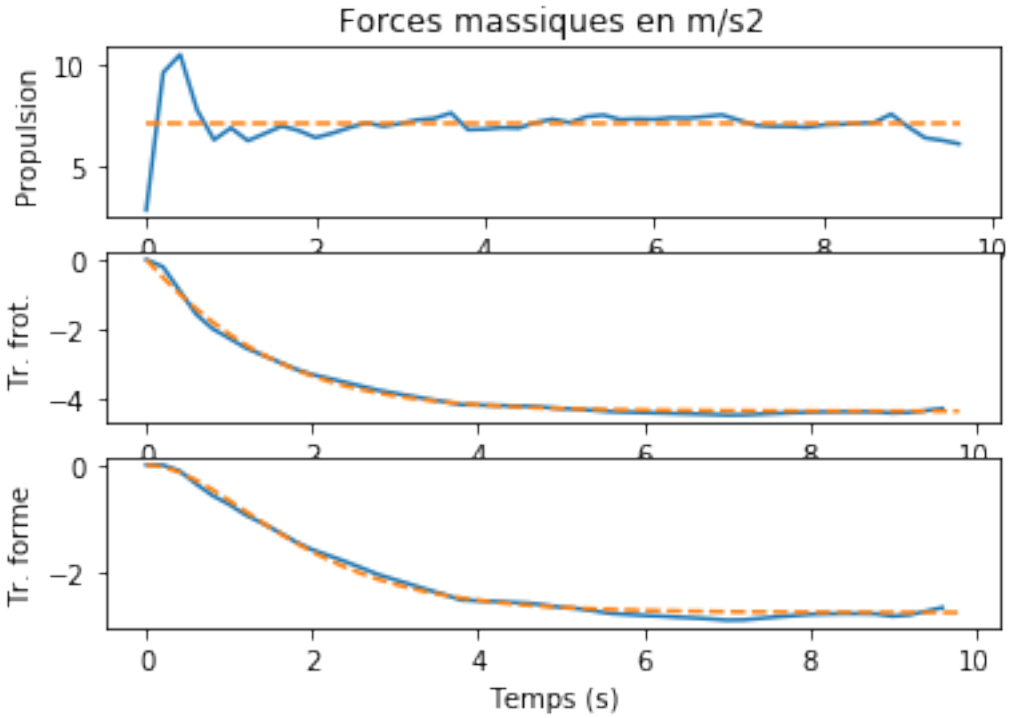
f_i, force massique de propulsion ;

$P_1 v_i$, force de traînée de frottement ;

$P_0 v_i^2$, force de traînée de forme.

[17]:
```
LA0exp, LA1exp, LA2exp = composantes(LVexp, LAexp, P)
plt.figure()
plt.subplot(311)
plt.plot(LTexp[:-1], LA0exp, '-')
plt.plot([0, LTexp[-2]], [A, A], '--' )
plt.ylabel('Propulsion')
plt.title('Forces massiques en m/s2')
plt.subplot(312)
plt.plot(LTexp[:-1], LA1exp, '-')
plt.plot(LTexp, B * np.array(simu(LTexp, P)), '--' )
plt.ylabel('Tr. frot.')
```

```
plt.subplot(313)
plt.plot(LTexp[:-1], LA2exp, '-')
plt.plot(LTexp, C * np.array(simu(LTexp, P))**2, '--' )
plt.ylabel('Tr. forme')
plt.xlabel('Temps (s)')
plt.show()
```



3.2.3 Bilan énergétique de la course

$$W = \int_0^T a(t)v(t)dt$$

Attention : ici $a(t)$ désigne une force massique (et pas l'accélération).

Q23

[18]:
```
def travail(LA, LV, LT, t):
    """Calcul du travail massique de la 'force'"""
    w, i = 0, 0
    while LT[i] < t:
        w += (LT[i + 1] - LT[i]) * LA[i] * LV[i]
        i += 1
    return w
```

[19]:
```
w1 = travail(LA0exp, LVexp, LTexp, arrivee(LXexp, LTexp, 100))
w2 = travail(LA1exp, LVexp, LTexp, arrivee(LXexp, LTexp, 100))
w3 = travail(LA2exp, LVexp, LTexp, arrivee(LXexp, LTexp, 100))
print("Pour le 100 m d'Usain Bolt, on obtient un travail massique de " +
      str(round(w1,0)) +" J/kg pour la propulsion,\n"\
```

```
    + str(round(w2,0)) +  " J/kg pour la traînée de frottement et " +
    str(round(w3,0)) +" J/kg pour la traînée de forme")
```

```
Pour le 100 m d'Usain Bolt, on obtient un travail massique de 715.0 J/kg pour la
propulsion,
-407.0 J/kg pour la traînée de frottement et -245.0 J/kg pour la traînée de
forme
```

[ ]:

[ ]:

3.3 Stockage et mise en forme des données (25% du barême total)

3.3.1 Mise en oeuvre de la base de données

[20]:
```
#Ce qui suit permet d'employer SQL dans Jupyter
%load_ext sql
from sql.run import ResultSet
def rl(s): sd=s.DataFrame();return None if sd.empty else sd.to_latex(index=False)
ResultSet._repr_latex_ = rl
```

[21]:
```
%%sql sqlite://
DROP TABLE IF EXISTS coureurs;
DROP TABLE IF EXISTS epreuves;
DROP TABLE IF EXISTS performances;
CREATE TABLE coureurs(id INT, nom CHAR(32), prenom CHAR(36));
CREATE TABLE epreuves(id INT, nom CHAR(64), date CHAR(10), distance REAL);
CREATE TABLE performances(id_coureur INT, id_epreuve INT, temps REAL, inst_cte␣
 ↪REAL, inst_dec REAL, travail REAL);
```

```
Done.
Done.
Done.
Done.
Done.
Done.
```

[21]: []

[22]:
```
%%sql sqlite://
INSERT INTO coureurs
VALUES
(1, 'Bolt', 'Usain'),
(2, 'Gay', 'Tyson'),
(3, 'Powell', 'Asafa'),
(4, 'Bailey', 'Daniel'),
(5, 'Thompson', 'Richard'),
(6, 'Chambers', 'Dwain');
```

```
INSERT INTO epreuves
VALUES
(1, 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16', 100),
(2, 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 100),
(3, 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2013-08-11', 100),
(4, 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11', 100);
```

```
6 rows affected.
4 rows affected.
```

[22]: []

[23]:
```
%%sql sqlite://
INSERT INTO performances
VALUES
(1, 1, 9.58, 3.81, 8.9, 720.0),
(2, 1, 9.84, 3.75, 8.91, 712.1),
(3, 1, 9.93, 3.83, 8.84, 702.2),
(4, 1, 9.93, 3.81, 8.854, 699.7),
(5, 1, 10.0, 3.77, 8.75, 692.8),
(1, 2, 9.63, 3.81, 8.9, 720.2),
(2, 2, 9.84, 3.75, 8.91, 712.3),
(3, 2, 9.93, 3.83, 8.84, 707.3),
(4, 2, 9.93, 3.81, 8.854, 701.8),
(5, 2, 10.0, 3.77, 8.75, 699.1);
```

```
10 rows affected.
```

[23]: []

Q24

Chaque coureur ne participe qu'une fois à chaque épreuve, le couple {id_coureur, id_epreuve} est unique et peut donc constituer une clé primaire.

Q25

[24]:
```
%%sql sqlite://
SELECT nom, date
    FROM epreuves
    WHERE distance = 100
```

```
Done.
```

[24]:

nom	date
finale 100 m championnats du monde 2009	2009-08-16
finale 100 m JO 2012	2012-08-05
finale 100 m championnats du monde 2011	2013-08-11
finale 100 m championnats du monde 2013	2013-08-11

Q26

Le requête proposée donne la liste des instants d'arrivée, instants initiaux de la phase à vitesse constante, instants initiaux de la phase de décélération et travaux massiques pour tous les ``100 m'' enregistrés courus en moins de 12 s.

Q27

[25]:
```
%%sql sqlite://
SELECT c.nom, c.prenom, e.nom, e.date, p.temps
    FROM coureurs c
    JOIN performances AS p ON c.id = p.id_coureur
    JOIN epreuves AS e ON p.id_epreuve = e.id
    WHERE distance = 100
```

Done.

[25]:

nom	prenom	nom	date	temps
Bolt	Usain	finale 100 m championnats du monde 2009	2009-08-16	9.58
Gay	Tyson	finale 100 m championnats du monde 2009	2009-08-16	9.84
Powell	Asafa	finale 100 m championnats du monde 2009	2009-08-16	9.93
Bailey	Daniel	finale 100 m championnats du monde 2009	2009-08-16	9.93
Thompson	Richard	finale 100 m championnats du monde 2009	2009-08-16	10.00
Bolt	Usain	finale 100 m JO 2012	2012-08-05	9.63
Gay	Tyson	finale 100 m JO 2012	2012-08-05	9.84
Powell	Asafa	finale 100 m JO 2012	2012-08-05	9.93
Bailey	Daniel	finale 100 m JO 2012	2012-08-05	9.93
Thompson	Richard	finale 100 m JO 2012	2012-08-05	10.00

3.3.2 Traitement des données récupérées

[26]:
```
# Pour tester les fonctions suivantes
T = [['Bolt', 'Usain', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16', 9.
 ↪58],\
    ['GAY', 'Tyson', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16', 9.
 ↪71],\
    ['Powell', 'Asafa', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16',␣
 ↪9.84],\
    ['Bailey', 'Daniel', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16',␣
 ↪9.93],\
    ['Thompson', 'Richard', 'finale 100 m championnats du monde 2009',␣
 ↪'2009-08-16', 9.93],\
    ['Chambers', 'Dwain', 'finale 100 m championnats du monde 2009',␣
 ↪'2009-08-16', 10.00],\
    ['Burns', 'Marc', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16', 10.
 ↪00],\
    ['Patton', 'Darvis', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16',␣
 ↪10.34],\
    ['BOLT', 'USaIn', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.63],\
    ['Blake', 'Yohan', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.75],\
    ['Gatlin', 'Justin', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.79],\
```

```
    ['Bailey', 'Ryan', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.88],\
    ['Churandy', 'Martina', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.94],\
    ['Thompson', 'Richard', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.98],\
    ['Powell', 'Asafa', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 11.99],\
    ['Blake', 'Yohan', 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2011-08-28', 9.
↪92],\
    ['Dix', 'Walter', 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2011-08-28', 10.
↪05],\
    ['Collins', 'Kim', 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2011-08-28',␣
↪10.10],\
    ['Lemaitre', 'Christophe', 'finale 100 m championnats du monde 2011',␣
↪'2011-08-28', 10.19],\
    ['Bailey', 'Daniel', 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2011-08-28',␣
↪10.26],\
    ['Vicaut', 'Jimmy', 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2011-08-28',␣
↪10.27],\
    ['Carter', 'Nesta', 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2011-08-28',␣
↪10.95],\
    ['Bolt', 'Usain', 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11', 9.
↪77],\
    ['Gatlin', 'Justin', 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11',␣
↪9.85],\
    ['Carter', 'Nesta', 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11',␣
↪9.95],\
    ['Bailey-Cole', 'Kemar', 'finale 100 m championnats du monde 2013',␣
↪'2013-08-11', 9.98],\
    ['Ashmeade', 'Nickel', 'finale 100 m championnats du monde 2013',␣
↪'2013-08-11', 9.98],\
    ['Rodgers', 'Mike', 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11',␣
↪10.04],\
    ['Lemaitre', 'Christophe', 'finale 100 m championnats du monde 2013',␣
↪'2013-08-11', 10.06],\
    ['Dasaolu', 'James', 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11',␣
↪10.21]]
```

3.3.2.1 Evolution des performances au fil du temps

Q28

[27]:
```
import datetime
def nb_jours(date1, date2):    # cette fonction n'est pas demandée dans le sujet
        """Renvoie le nombre entier de jours séparant les deux dates"""
        date1 = str(date1[0])+"-"+str(date1[1])+"-"+str(date1[2])
        date2 = str(date2[0])+"-"+str(date2[1])+"-"+str(date2[2])
        DATETIME_FORMAT = "%Y-%m-%d"
        from_dt = datetime.datetime.strptime(date1, DATETIME_FORMAT)
        to_dt = datetime.datetime.strptime(date2, DATETIME_FORMAT)
        timedelta = to_dt - from_dt
        diff_day = timedelta.days
        return diff_day
```

[28]:
```
def performances(nom, prenom, T):
    jours = []
    temps = []
    date0 = [2000, 1, 1]
    for i in range(len(T)):
        if T[i][0].lower() == nom.lower() and T[i][1].lower() == prenom.lower():
            annee, mois, jour = T[i][3].split('-')
            date = [int(annee), int(mois), int(jour)]
            jours.append(nb_jours(date0, date))
            temps.append(T[i][4])
    return (jours, temps)

print(performances('bolt', 'usain', T))
```

```
([3515, 4600, 4971], [9.58, 9.63, 9.77])
```

3.3.2.2 Extraction des dix meilleurs temps

Q29

[29]:
```
def top10(T):
    for k in range(10):                    # on recherche 10 fois
        imini = k                          # initialisation du minimum
        for i in range(k + 1, len(T)):     # on cherche jusqu'à la fin de la liste
            if T[i][4] < T[imini][4]:      # si on a un meilleur temps
                imini = i                  # on mémorise son indice
        T[imini], T[k] = T[k],T[imini]     # à la fin, on échange
    return T[:10]                          # on renvoie les 10 premiers temps

print(top10(T))
```

```
[['Bolt', 'Usain', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16',
9.58], ['BOLT', 'USaIn', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.63], ['GAY',
'Tyson', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16', 9.71],
['Blake', 'Yohan', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.75], ['Bolt',
'Usain', 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11', 9.77],
['Gatlin', 'Justin', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.79], ['Powell',
'Asafa', 'finale 100 m championnats du monde 2009', '2009-08-16', 9.84],
['Gatlin', 'Justin', 'finale 100 m championnats du monde 2013', '2013-08-11',
9.85], ['Bailey', 'Ryan', 'finale 100 m JO 2012', '2012-08-05', 9.88], ['Blake',
'Yohan', 'finale 100 m championnats du monde 2011', '2011-08-28', 9.92]]
```

Q30a

La complexité est en $\mathcal{O}(n)$, on réalise 10 boucles de n boucles, soit $10n$ boucles. ### Q30b Les algorithmes de tri performants ont une complexité en $\mathcal{O}(n \log n)$, pour un n grand ils sont donc moins rapides qu'une recherche des 10 plus petites valeurs. ### Q30c Le tri par sélection de l'ensemble de la liste a une complexité en $\mathcal{O}(n^2)$. Il est donc moins performant que les tris proposés si l'on trie toute la liste.