

CORRECTION

Test Analyse asymptotique
2020

Nom et prénom :

Question 1 ♣ Soit f définie sur \mathbb{R} telle que $f(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{3} + o(x^2)$. Alors,

- ☐ f est dérivable en 0 et $f'(0) = 1/2$ ☐ f est deux fois dérivable en 0 et $f''(0) = 1/3$
☐ f est continue en 0. ☐ f est définie en 0 et $f(0) = 1$ ☐ Aucune...

Question 2 On note $u_n = n^2 + 1$, $v_n = n + 3n^2$. Cocher la bonne comparaison :

- ☐ $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n^2$ ☐ $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$ ☐ $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} O(v_n)$ ☐ $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} o(v_n)$

Question 3 ♣ Dire, parmi les fonctions f et g proposées, lesquelles sont équivalentes en 0 : $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} g(x)$ pour ?

- ☐ $f(x) = \cos(x)$ et $g(x) = e^x$ ☐ $f(x) = e^x$ et $g(x) = e + x$
☐ $f(x) = \ln(1+x)$ et $g(x) = \tan(2x)$ ☐ $f(x) = \sin(x)$ et $g(x) = \ln(1+x)$ ☐ Aucune...

Question 4 ♣ Quelles fonctions f ont pour développement limité en 0 : $f(x) = x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$?

- ☐ $\text{Arctan}(x)$ ☐ $\tan(x)$ ☐ $x \cos(x)$ ☐ $x \ln(1+x^2)$ ☐ $\sin(x)$
☐ Aucune...

Question 5 ♣ Indiquer quelles limites suivantes sont nulles :

- ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{n!}$ ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{n/10}}{n^{10}}$ ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{(1,1)^n}$ ☐ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1,1)^n}{n^{0,3}}$ ☐ Aucune...

Question 6 Si $u_n \underset{\infty}{\sim} v_n$ et si $w_n \underset{\infty}{\sim} x_n$, alors a-t-on nécessairement $u_n + w_n \underset{\infty}{\sim} v_n + x_n$?

- ☐ Vrai ☐ Faux

Question 7 $\exp(x) \underset{0}{\sim} \exp(2 \sin(x))$?

- ☐ Vrai ☐ Faux

Question 8 $\exp(x) - 1 \underset{0}{\sim} \exp(\sin(x)) - 1$?

- ☐ Vrai ☐ Faux

Question 9 On a $\sqrt{1+x^2} \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \sqrt{x^2+x}$, alors a-t-on $\exp(\sqrt{1+x^2}) \underset{\infty}{\sim} \exp(\sqrt{x^2+x})$?

- ☐ Vrai ☐ Faux

CORRECTION

Question 10 Le développement limité à l'ordre 2 de $h(x) = \frac{1}{1-x} + \cos(x)$ en 0 est :

- ☐ A $1 - x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
☐ B $1 + x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
☒ C $2 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$
☐ D $2x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$

Question 11 Donner le développement limité à l'ordre 2 de $f(x) = \exp(3+x)$ en 0 :

- ☐ A $1 + (x+3) + \frac{(x+3)^2}{2} + o((x+3)^2)$
☒ B $e^3 \left(1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2) \right)$
☐ C $1 + (x-3) + \frac{(x-3)^2}{2} + o((x-3)^2)$
☐ D $e^3 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2)$

Question 12 ♣ Si $f(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{=} x + 2 - \frac{3}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$, alors

- ☐ A La tangente à la courbe est $y = x + 2$.
 ☐ B f tend vers 2 en $+\infty$
☒ C La droite $y = x + 2$ est asymptote à la courbe de f en $+\infty$.
 ☐ D $f(x) \underset{+\infty}{\sim} -\frac{3}{x}$
☐ E Aucune...

Question 13 ♣ Déterminer les fonctions f qui ont pour DL $f(x) \underset{1}{=} (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + o((x-2)^2)$

- ☐ A $\ln(x-1)$
☐ B $1 - e^x$
☒ C $1 - e^{-(x-1)}$
☒ D $\ln(x)$
☐ E Aucune...