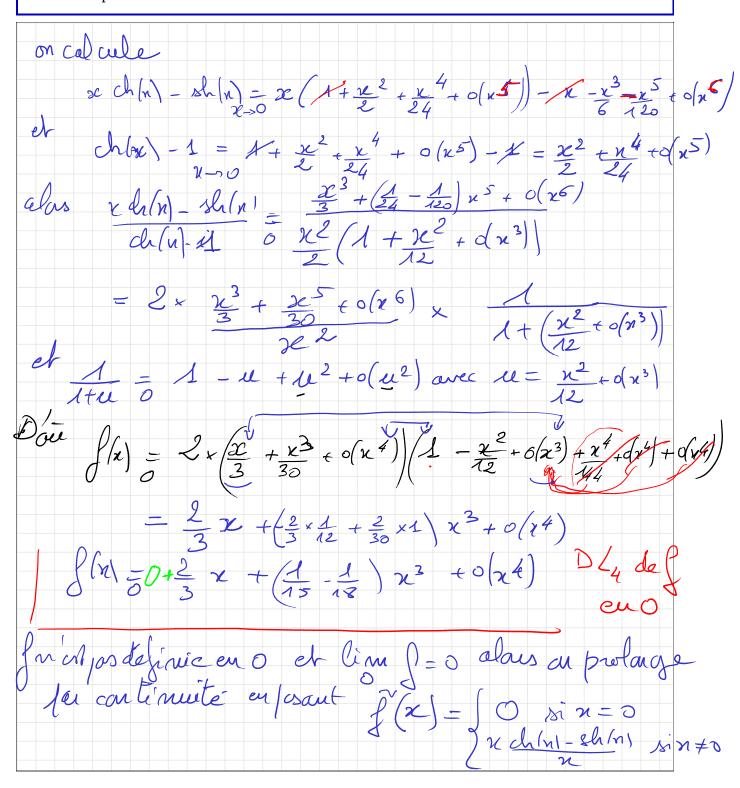
### Chapitre 16 - TD - 27 avril 2020

#### TD 16 - Exercice 8:

Soit la fonction f définie, pour  $x \in \mathbb{R}^*$ , par :  $f(x) = \frac{x \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x - 1}$ .

- 1. Écrire le développement limité à l'ordre 4 de f(x) en 0. En déduire le prolongement par continuité de f en 0.
- 2. Montrer que f, ainsi prolongée, est dérivable en 0. Préciser la position de la courbe représentative de f par rapport à sa tangente au point d'abscisse 0 et au voisinage de ce point.

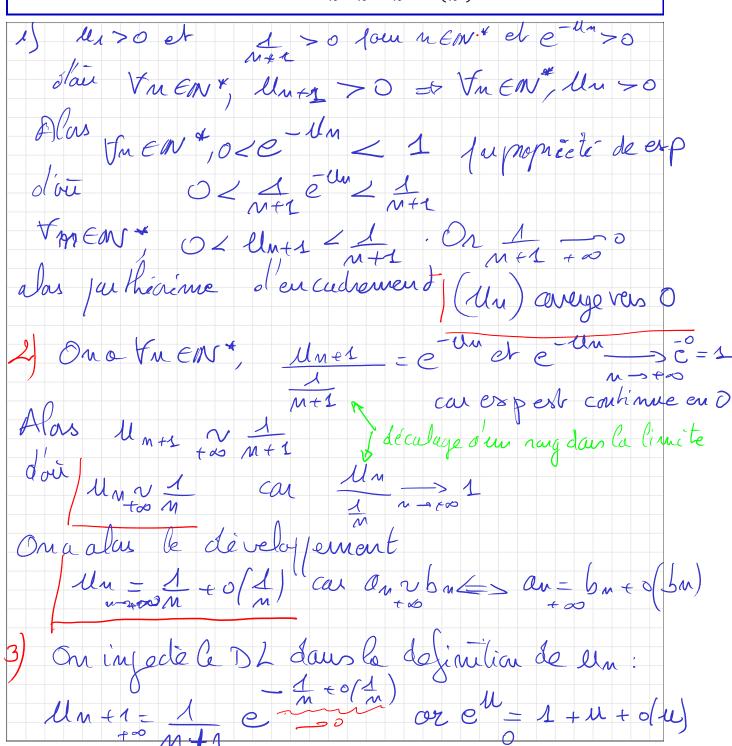


On a  $\int_0^{\infty} (x) = 0 + \frac{2}{3} \times + o(x)$ Janua DL1 and et Jeth définie en alors  $\int_0^{\infty} (x) - \frac{3}{3}(0) = \frac{2}{3} + o(1) \int_0^{\infty} (x) - \frac{2}{3} donc$ Jet la tougenté est y = 0

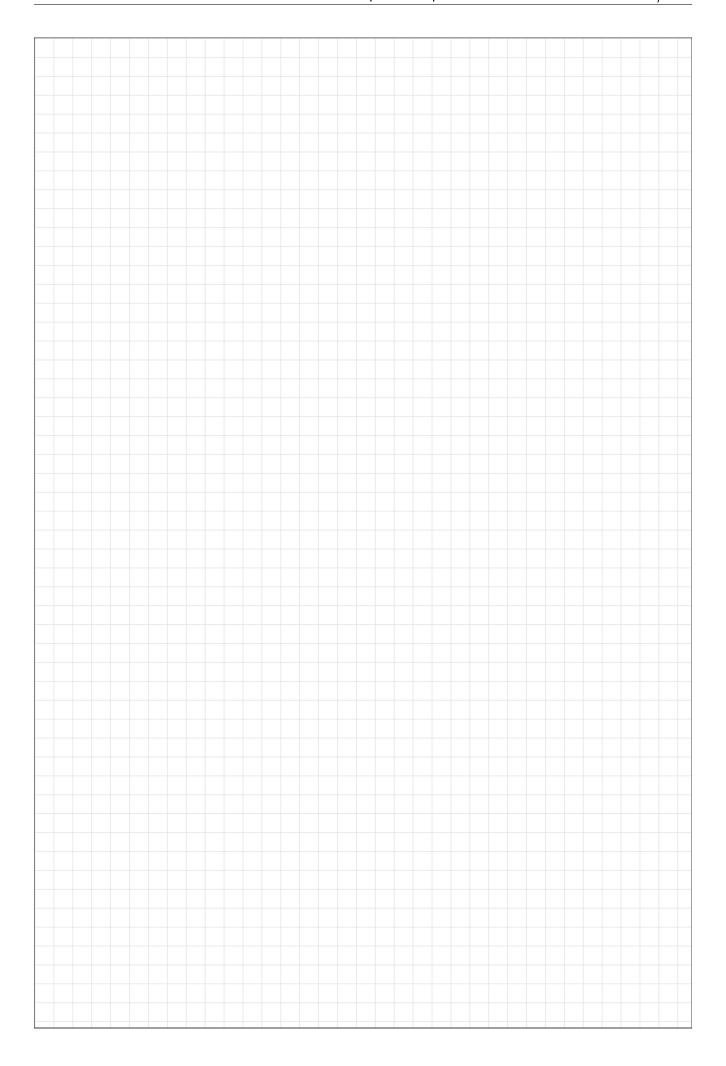
### TD 16 - Exercice 10:

On étudie la suite  $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$  définie par  $u_1>0$  et  $u_{n+1}=\frac{1}{n+1}e^{-u_n}$ .

- 1. À l'aide d'un encadrement, montrer que  $(u_n)$  converge vers 0.
- 2. Déterminer un équivalent de  $u_n$  et en déduire un développement de la forme :  $u_n = \frac{a}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$ .
- 3. Déterminer a, b réels tels que  $u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$ .
- 4. Déterminer a, b, c réels tels que  $u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + o\left(\frac{1}{n^3}\right)$ .



avee	11 = -1 m	+ d 1) d'air	$o(u) = o(\frac{1}{m})$
Un+	$1 = \frac{1}{1 + 2}$	(1+(-1+0)	$\left(\frac{1}{m}\right) + 0 \left(\frac{1}{m}\right)$
	m = + = M +	1 - M(m+1)	$+ \circ \left( \frac{1}{N(N+1)} \right)$
ardécule	- dun rai	ng ,	
u	M = + 0	$\frac{1}{M}$ $ \frac{1}{(M-1)M}$	+ o(m-1)n
MM-1	$)$ + $\infty$ $M^2$	danc o (1	$(M-1)$ $+\infty$ $(M^2)$
M(m-	$-1$ $+\infty$ $=$	$\frac{1}{m^2} \times \frac{1}{1-\frac{1}{m}} = \frac{1}{m}$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m} + o\left(\frac{1}{m}\right)\right)$ $1 + u + o\left(u\right)$
alars		1-4	1 + U + 0(11)
llu	- M	$\frac{3}{M^2} + O\left(\frac{1}{M^2}\right)$	_
etan	commence		



#### TD 17 - Exercice 2:

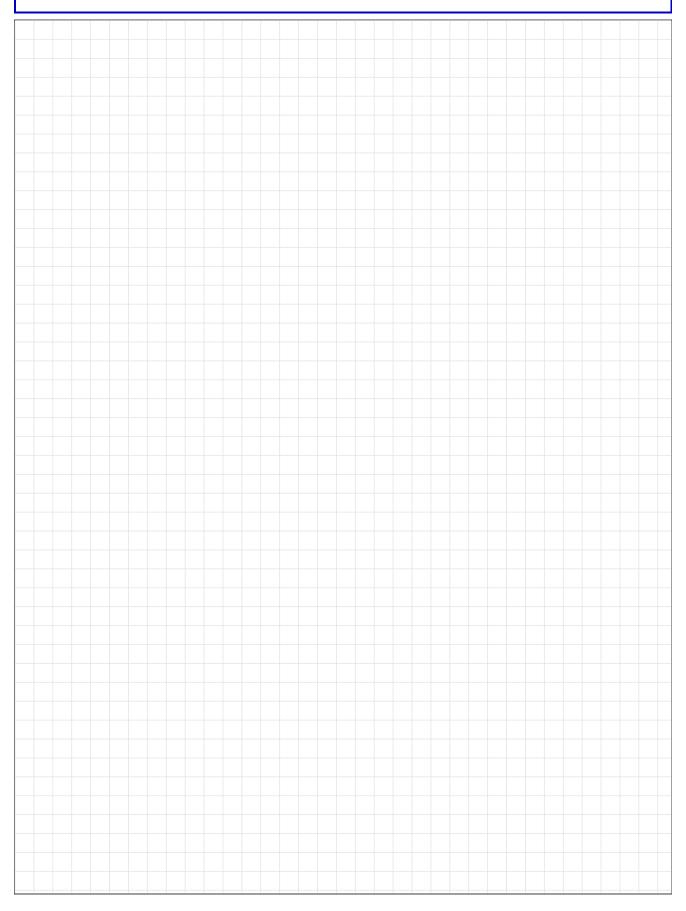
Dans  $\mathbb{R}^4$ , trouver le rang de la famille de vecteurs :  $\vec{a} = (3, 2, 1, 0), \quad \vec{b} = (2, 3, 4, 5), \quad \vec{c} = (0, 1, 2, 3), \quad \vec{d} = (1, 2, 1, 2), \quad \vec{e} = (0, -1, 2, 1).$ 

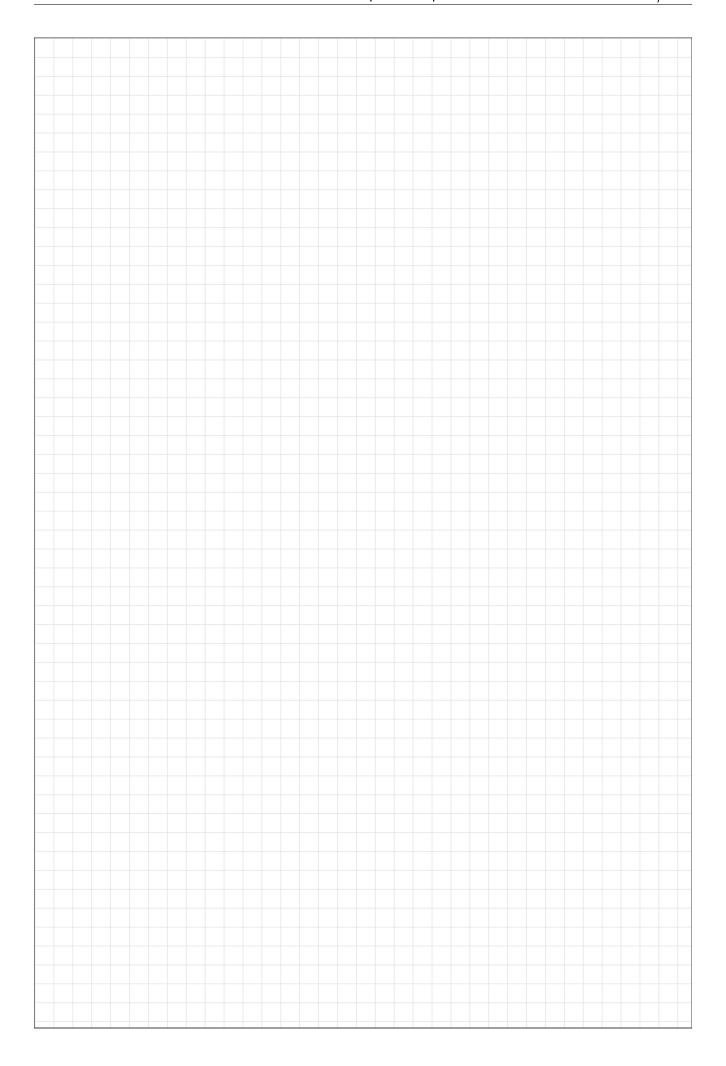
Soul u E112 " avec u = (n,y,z,t) ũ ∈ Ved (ā, to, to, to, to) ≥> ∃(d,β, r, b, ε) ∈ 1125: to - da + 35 + 8 to + 6to + 6to => ](d,B, V, b, E): onfame à le version motricille la verelique devient 0 = x - y - 3 t E la matrice a 3 pavots dans de rang 3 dans Drafel dim (Vedrath, E, d, e) = ng(a, to, E, d, e) wifnry,3, €) € Veck(@15, €1, €) × N-y-3+ €=0 donc ceci est une equation de Ved(a,t,c,t,e) on resout l'équation n= y+3-t => = (1, N, V) =163 dance solutions espace de dem 3 er on moul = 38+50 et b = 20+e

## TD 17 - Exercice 13 :

Soit  $f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  définie par f(x, y, z) = (x + y + z, x + y + z, z). Montrer que f est linéaire. Déterminer  $\operatorname{Ker} f$  et  $\operatorname{Im} f$ .

Déterminer f(P) où P est le plan vectoriel d'équation x + y + z = 0.

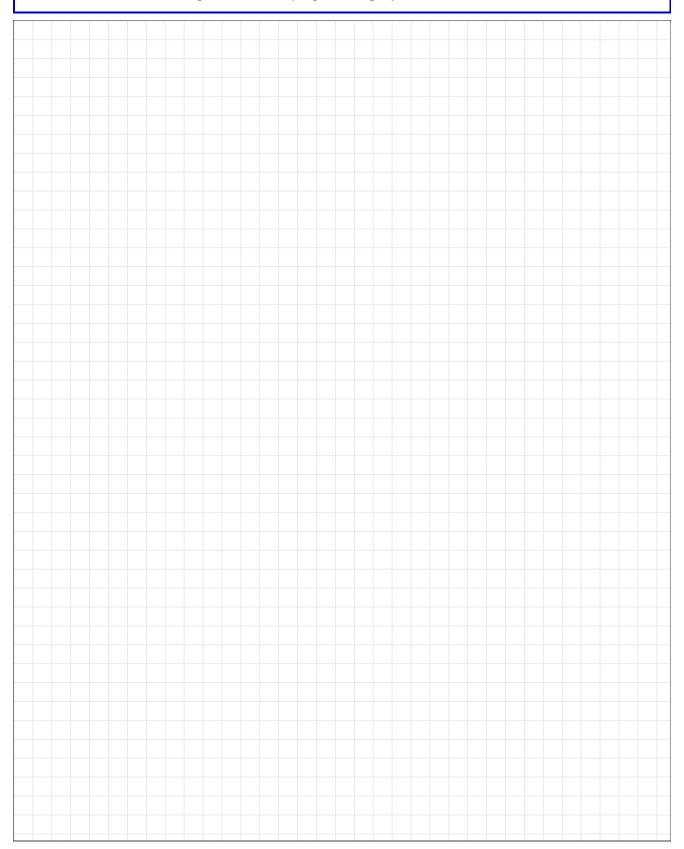


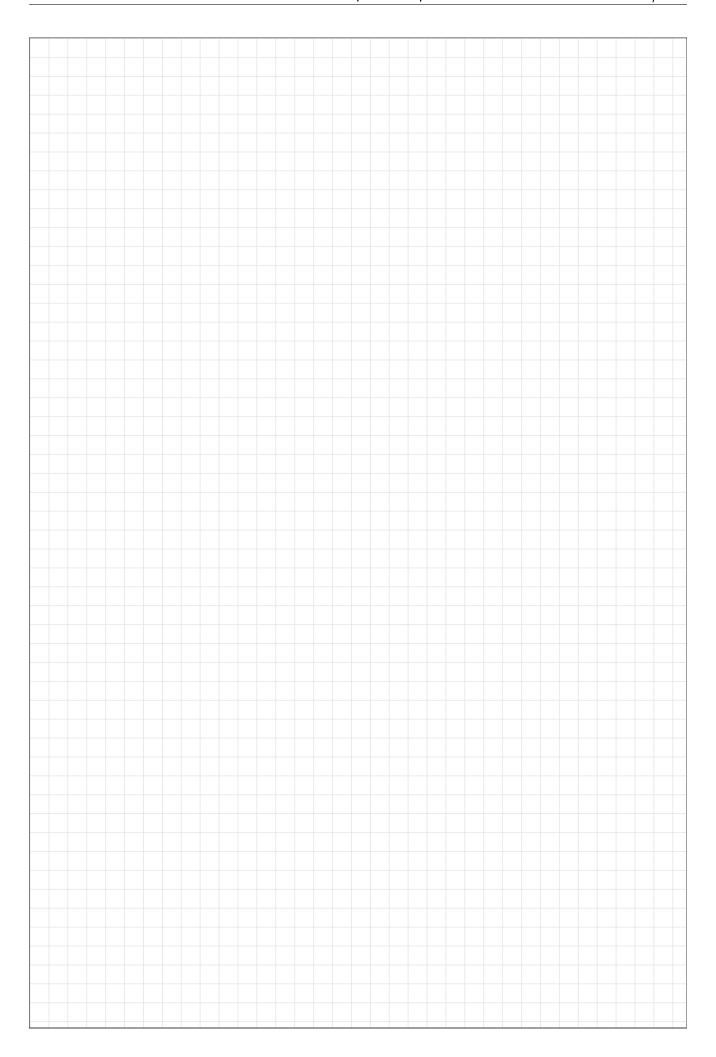


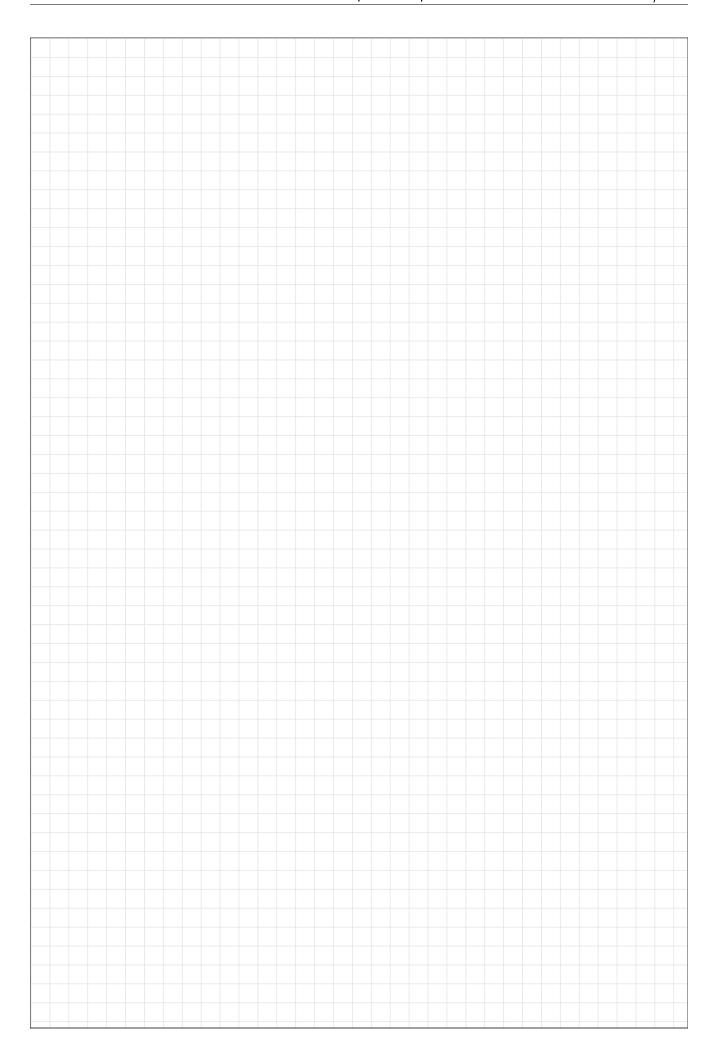
### TD 17 - Exercice 8:

On considère la famille de polynômes  $(P_1,P_2,P_3)$  de  $\mathbb{R}_2[X]$  définis par  $P_1=1+3X-X^2$ ,  $P_2=1+4X$ ,  $P_3=2X-X^2$ .

- 1. Montrer que  $F = \text{Vect}(P_1, P_2)$  et  $G = \text{Vect}(P_3)$  sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires.
- 2. Déterminer les expressions analytiques des projections sur F et G.



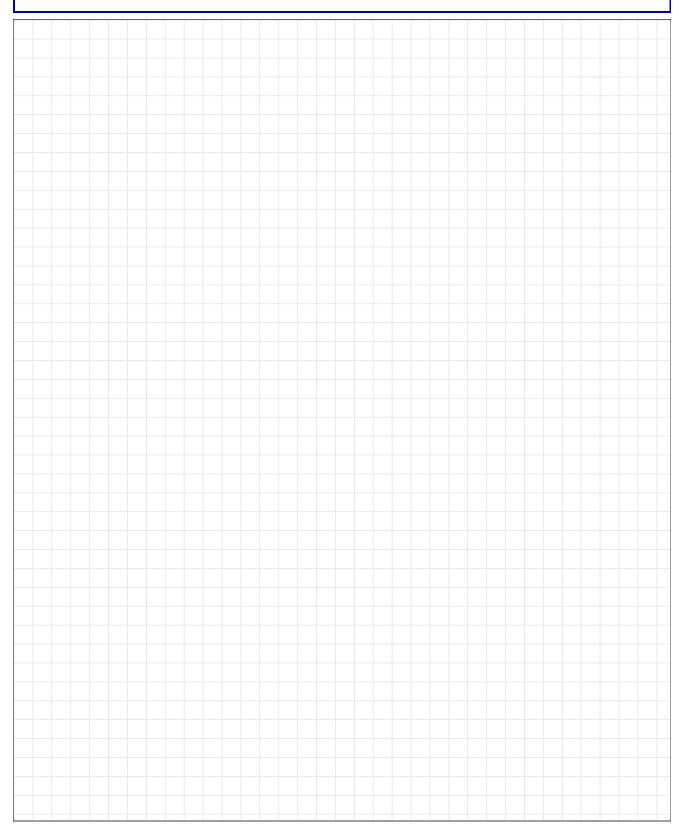




### TD 17 - Exercice 6 :

Soit *E* l'ensemble des fonctions de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  qui s'écrivent  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{4x}$  avec  $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ .

- 1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de dimension finie de l'ensemble des fonctions de  $\mathbb R$  dans  $\mathbb R$ .
- 2. Soit D l'application définie sur E par  $D: f \longmapsto f'$ . Montrer que D est un automorphisme de E. Déterminer son application réciproque.



# TD xx - Exercice xx :

