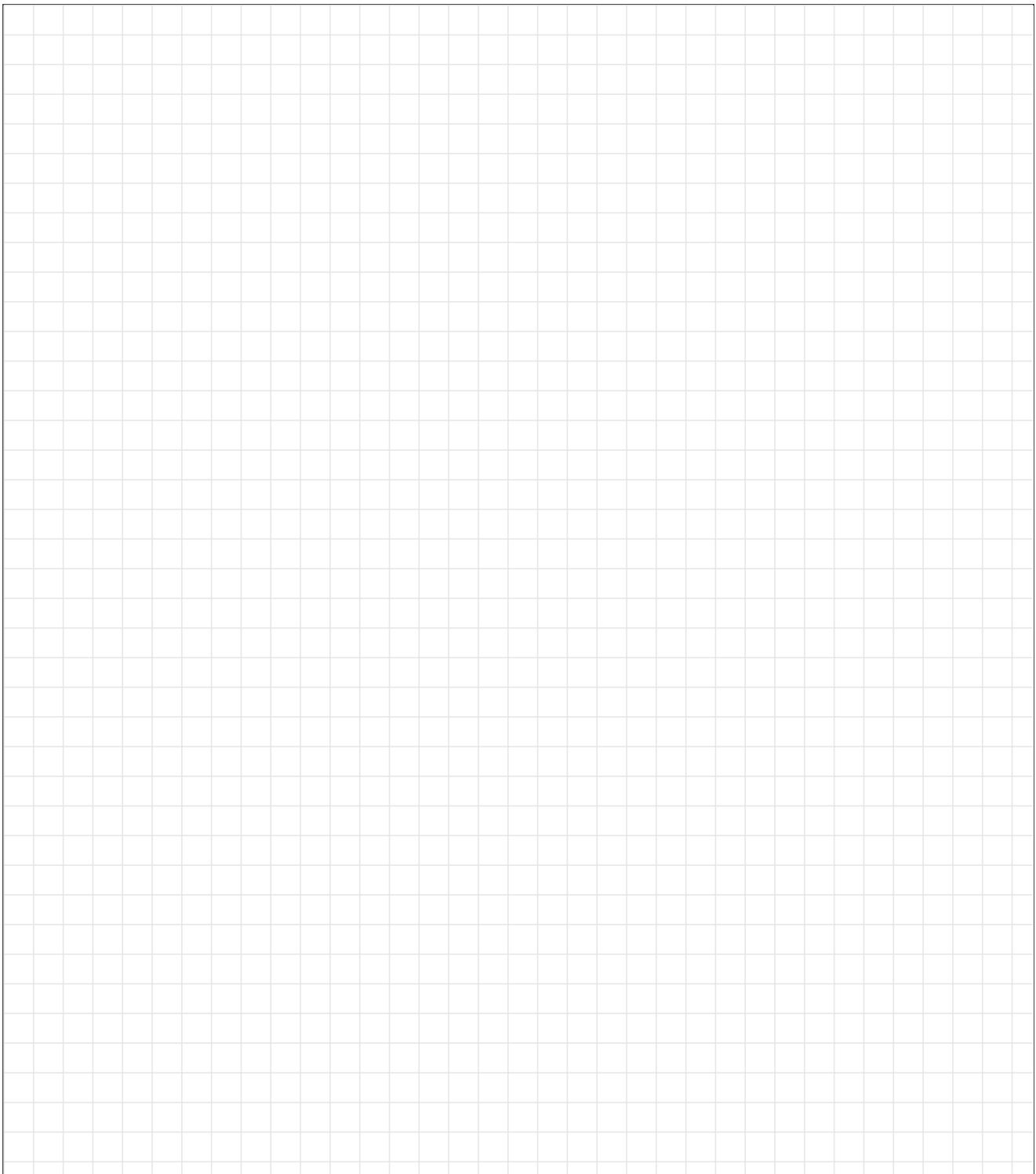
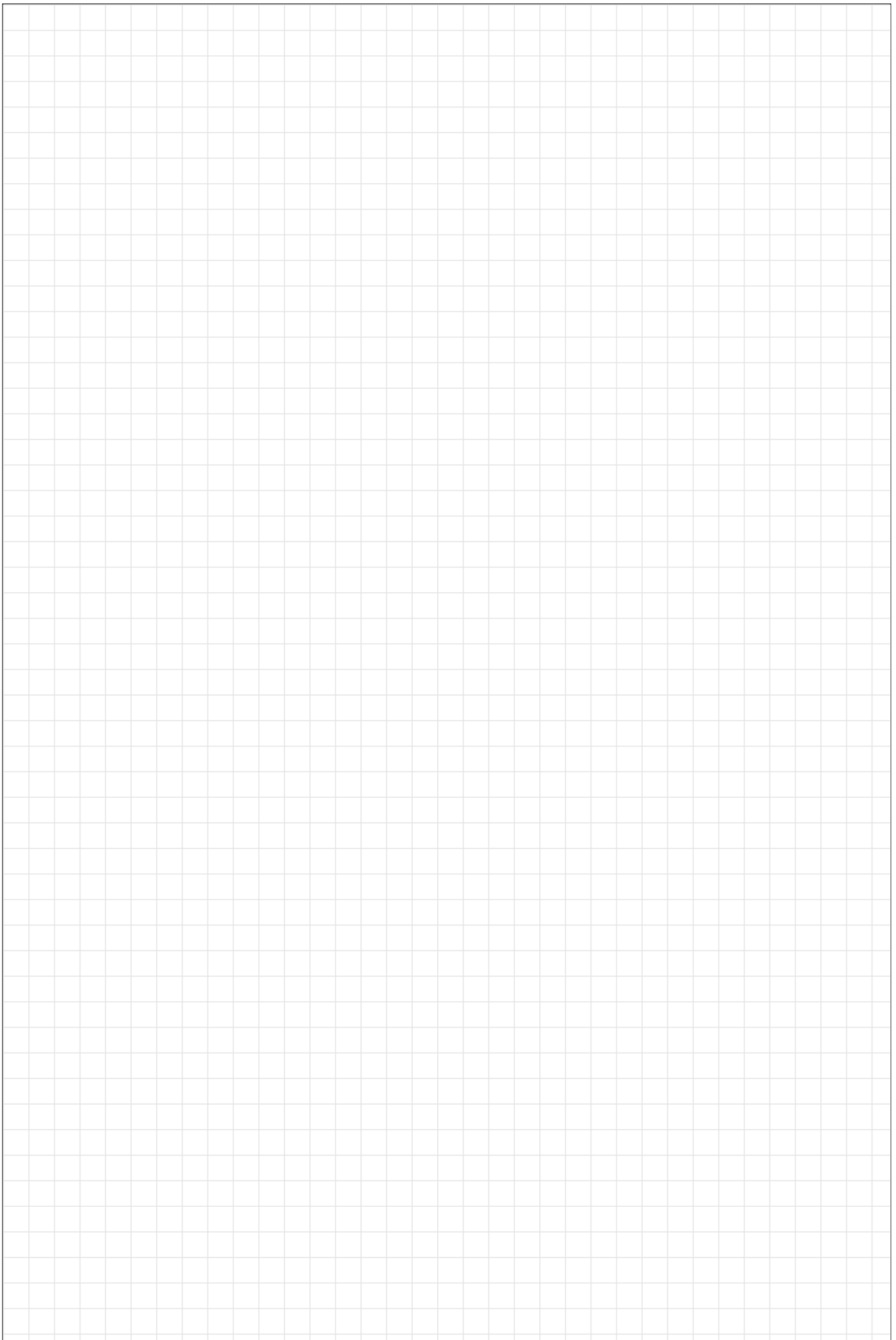


Chapitre 16 - TD - 27 avril 2020**TD 16 - Exercice 8 :**

Soit la fonction f définie, pour $x \in \mathbb{R}^*$, par : $f(x) = \frac{x \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x - 1}$.

1. Écrire le développement limité à l'ordre 4 de $f(x)$ en 0. En déduire le prolongement par continuité de f en 0.
2. Montrer que f , ainsi prolongée, est dérivable en 0. Préciser la position de la courbe représentative de f par rapport à sa tangente au point d'abscisse 0 et au voisinage de ce point.





TD 16 - Exercice 10 :

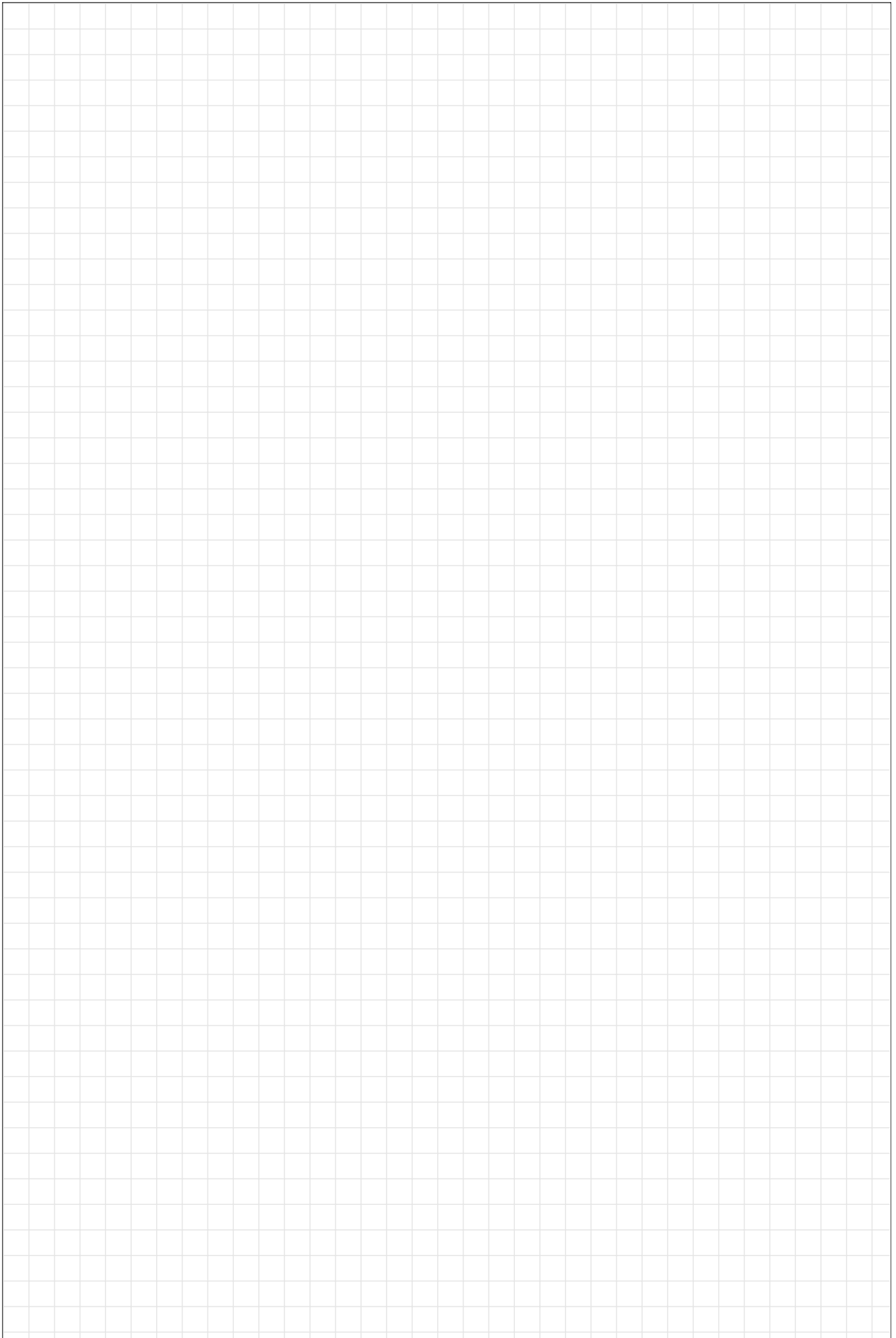
On étudie la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $u_1 > 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{n+1} e^{-u_n}$.

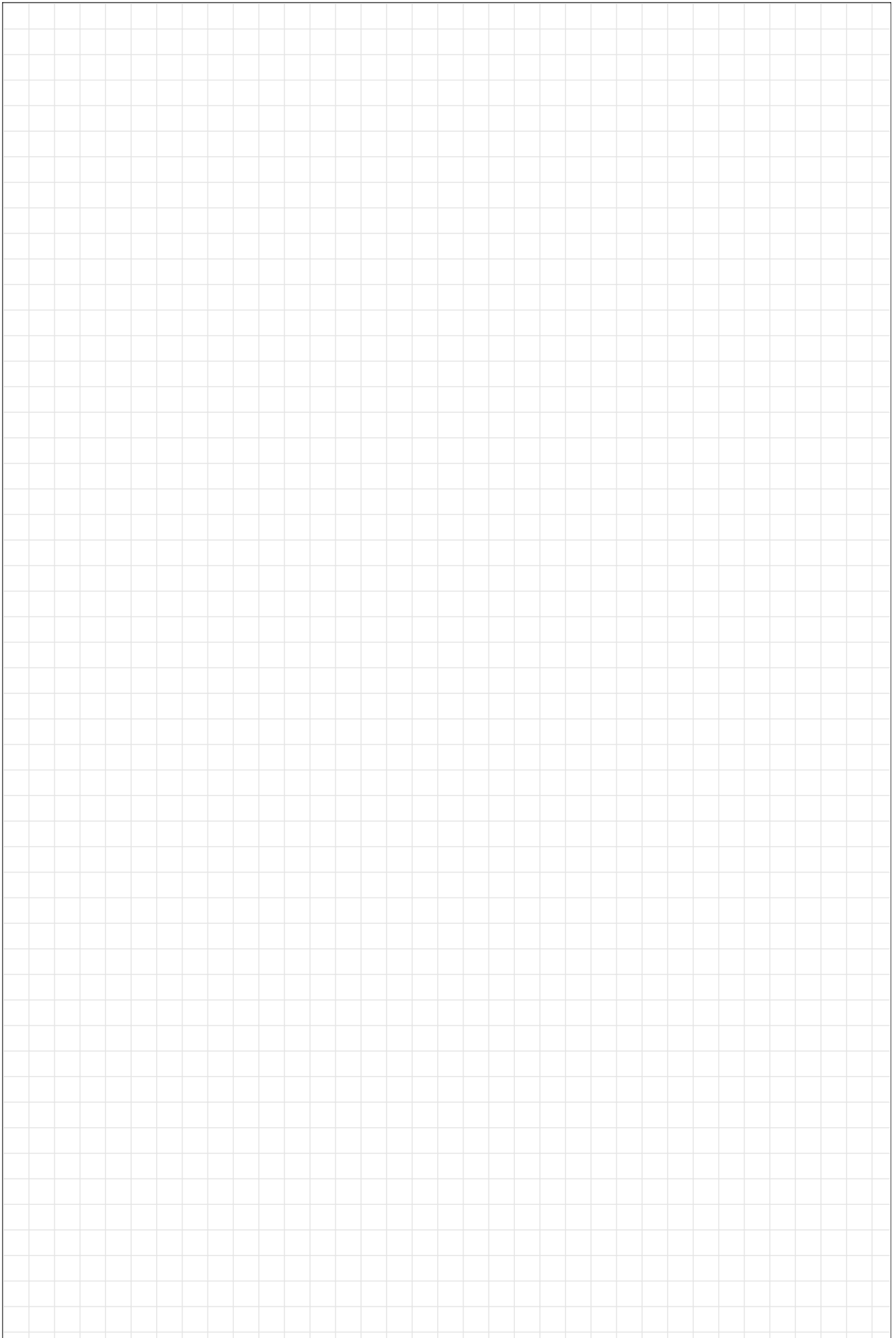
1. À l'aide d'un encadrement, montrer que (u_n) converge vers 0.
2. Déterminer un équivalent de u_n et en déduire un développement de la forme :

$$u_n \underset{+\infty}{=} \frac{a}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right).$$

3. Déterminer a, b réels tels que $u_n \underset{+\infty}{=} \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$.

4. Déterminer a, b, c réels tels que $u_n \underset{+\infty}{=} \frac{a}{n} + \frac{b}{n^2} + \frac{c}{n^3} + o\left(\frac{1}{n^3}\right)$.

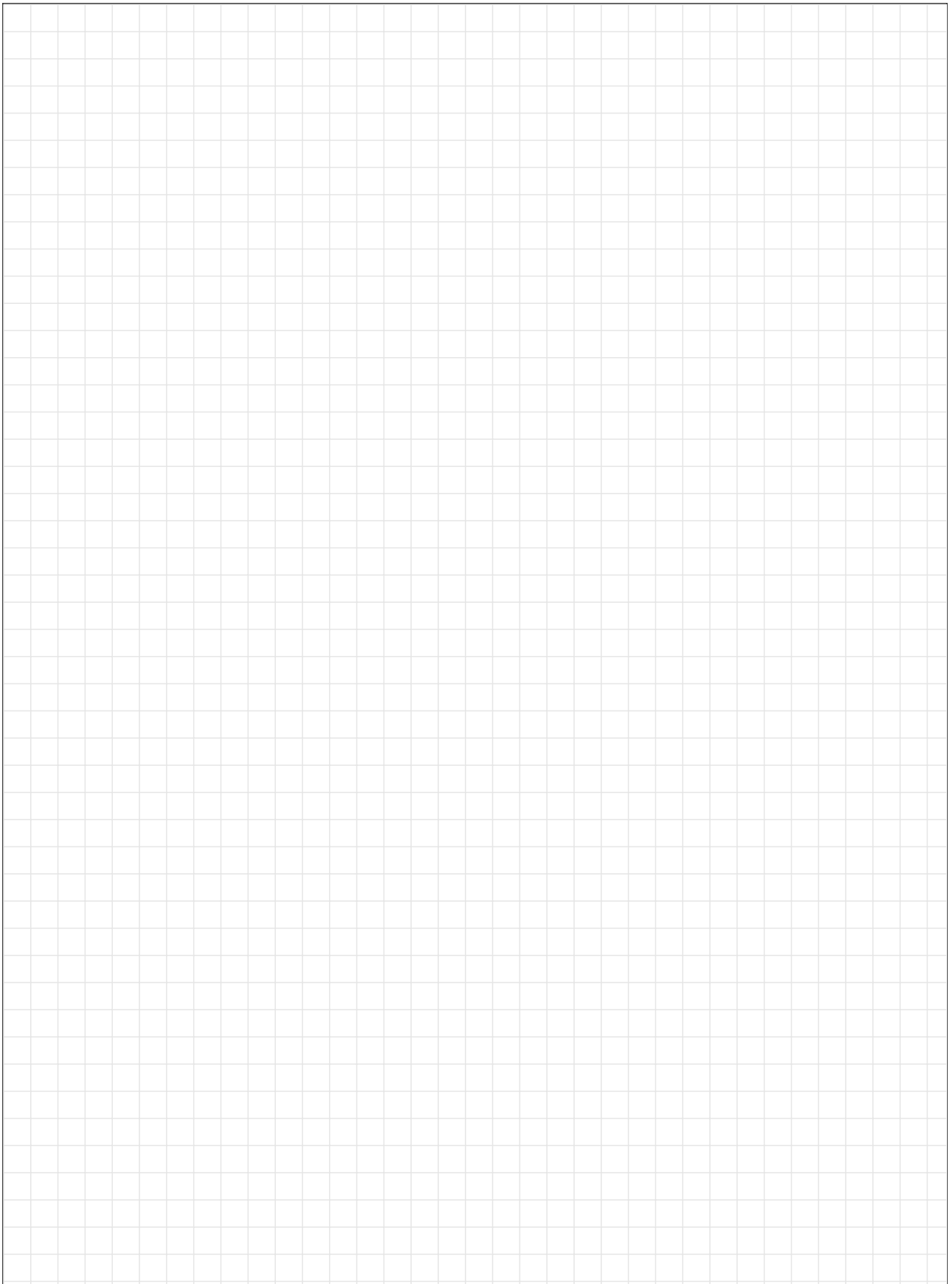




TD 17 - Exercice 2 :

Dans \mathbb{R}^4 , trouver le rang de la famille de vecteurs :

$$\vec{a} = (3, 2, 1, 0), \quad \vec{b} = (2, 3, 4, 5), \quad \vec{c} = (0, 1, 2, 3), \quad \vec{d} = (1, 2, 1, 2), \quad \vec{e} = (0, -1, 2, 1).$$

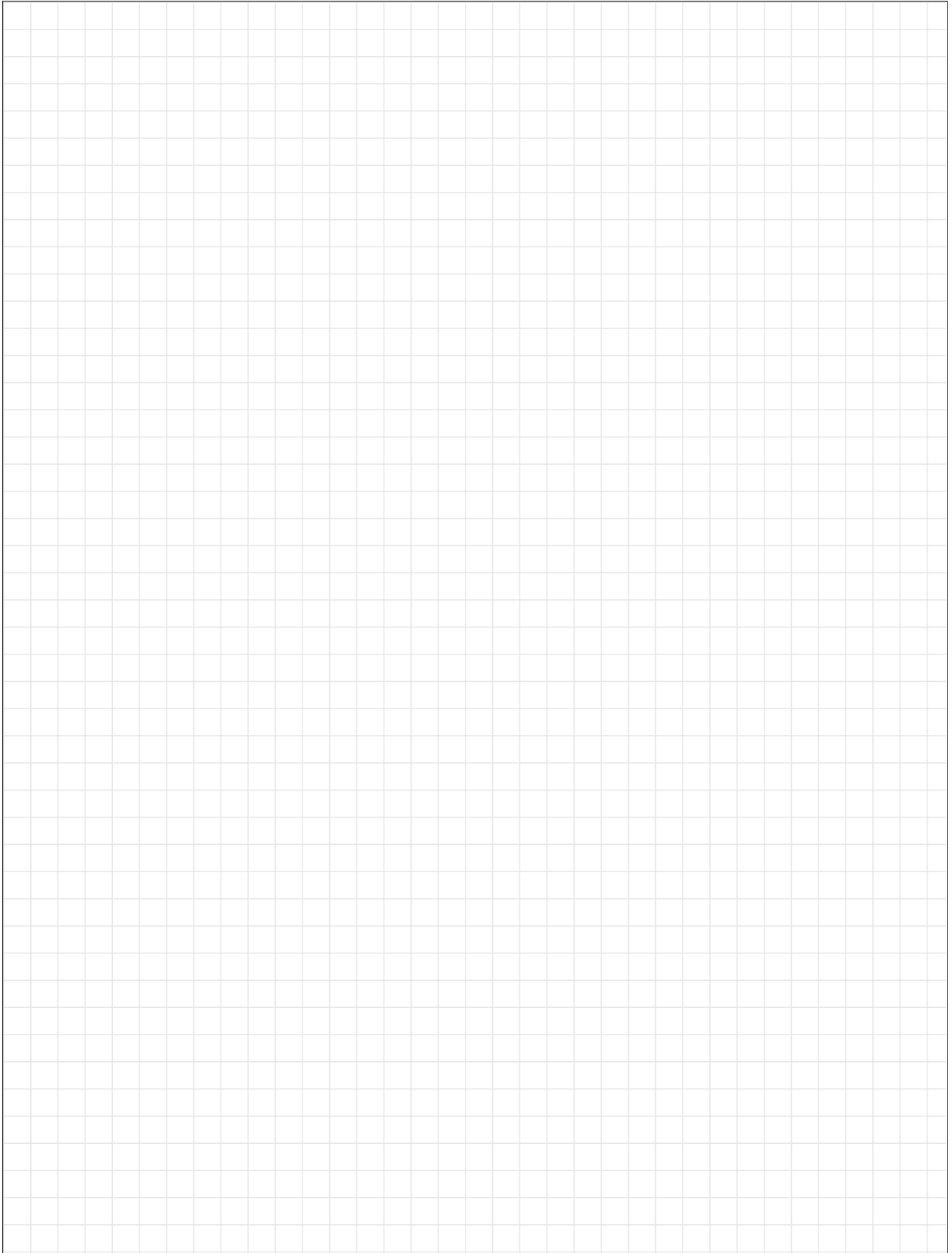


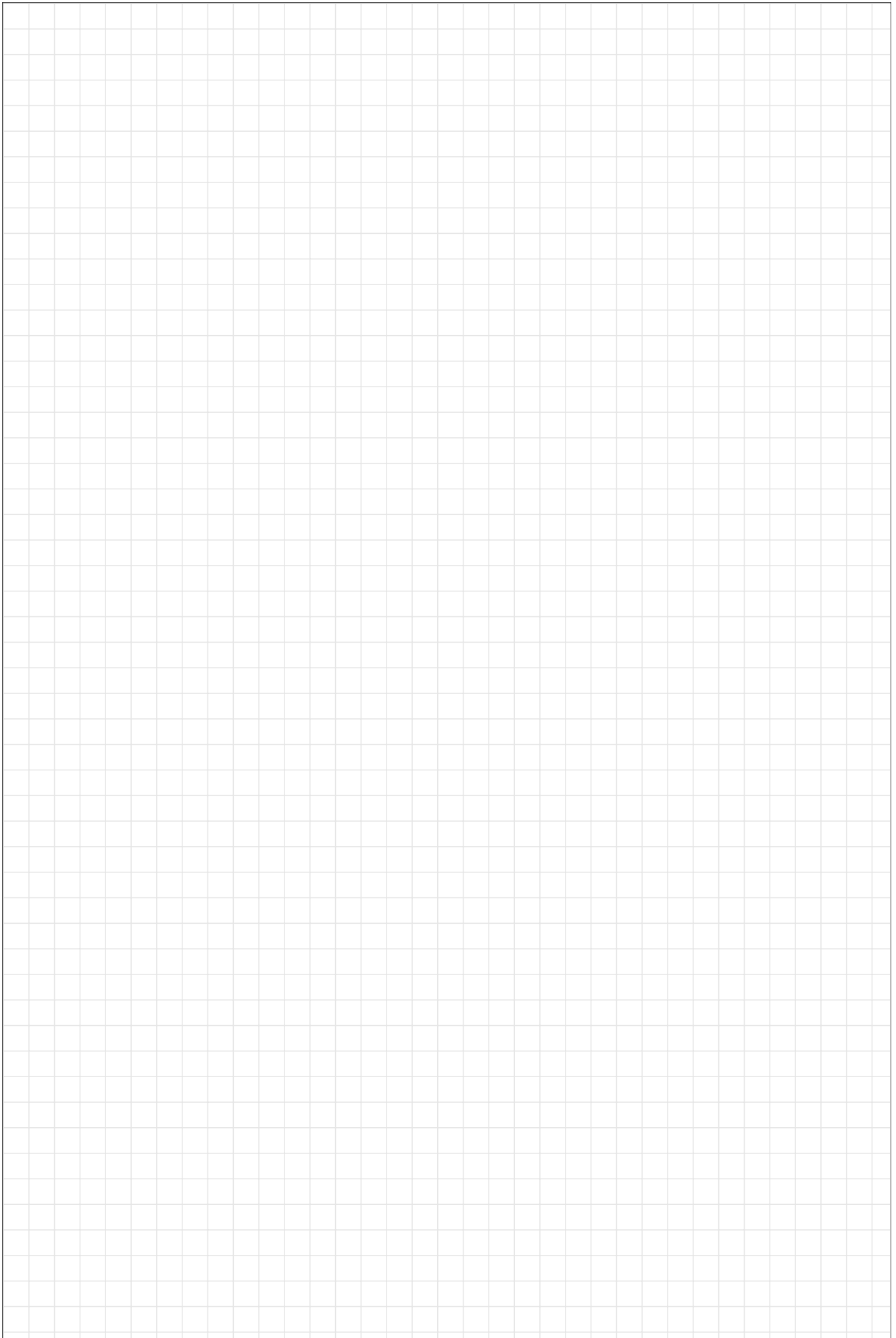
TD 17 - Exercice 13 :

Soit $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ définie par $f(x, y, z) = (x + y + z, x + y + z, z)$.

Montrer que f est linéaire. Déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$.

Déterminer $f(P)$ où P est le plan vectoriel d'équation $x + y + z = 0$.



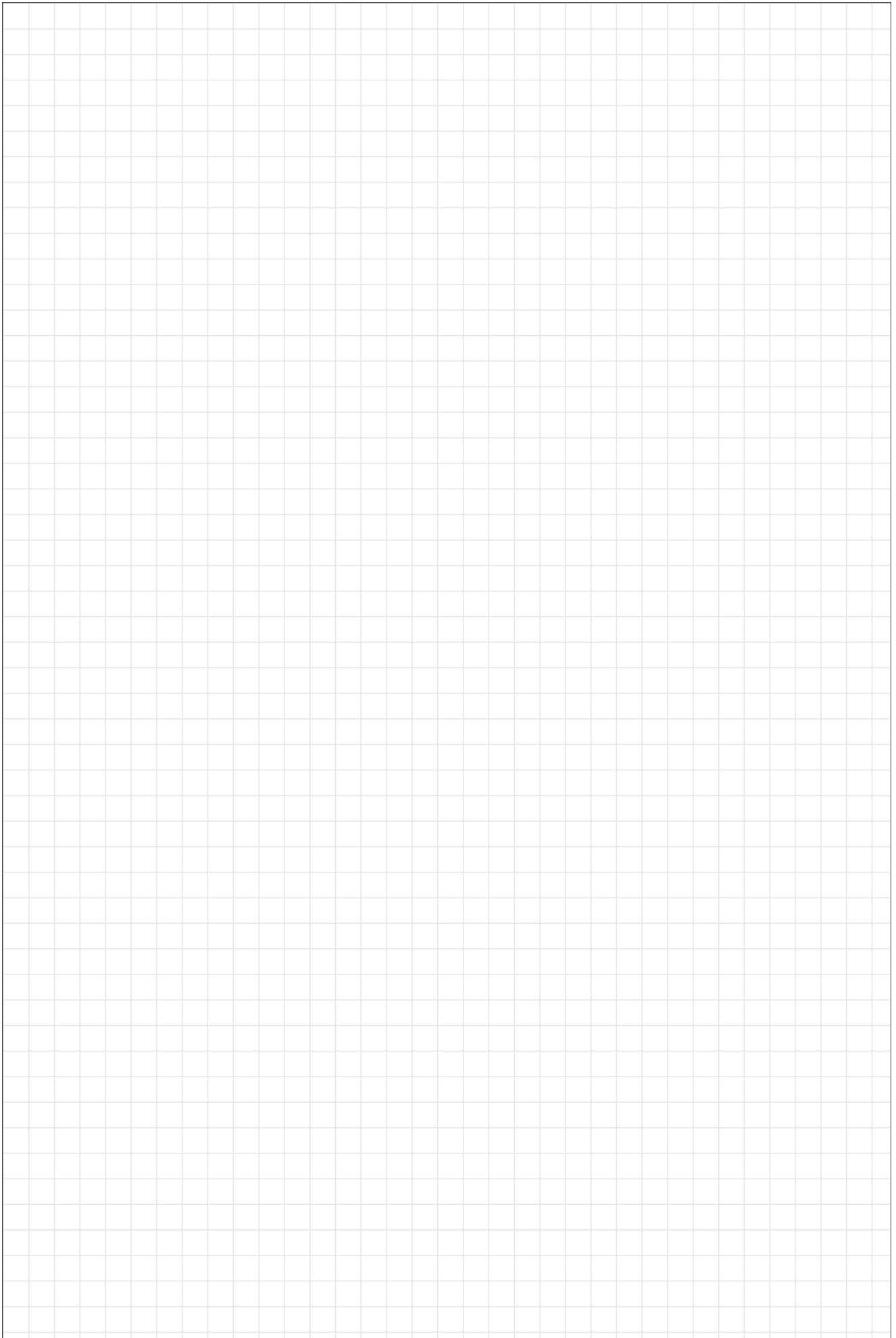


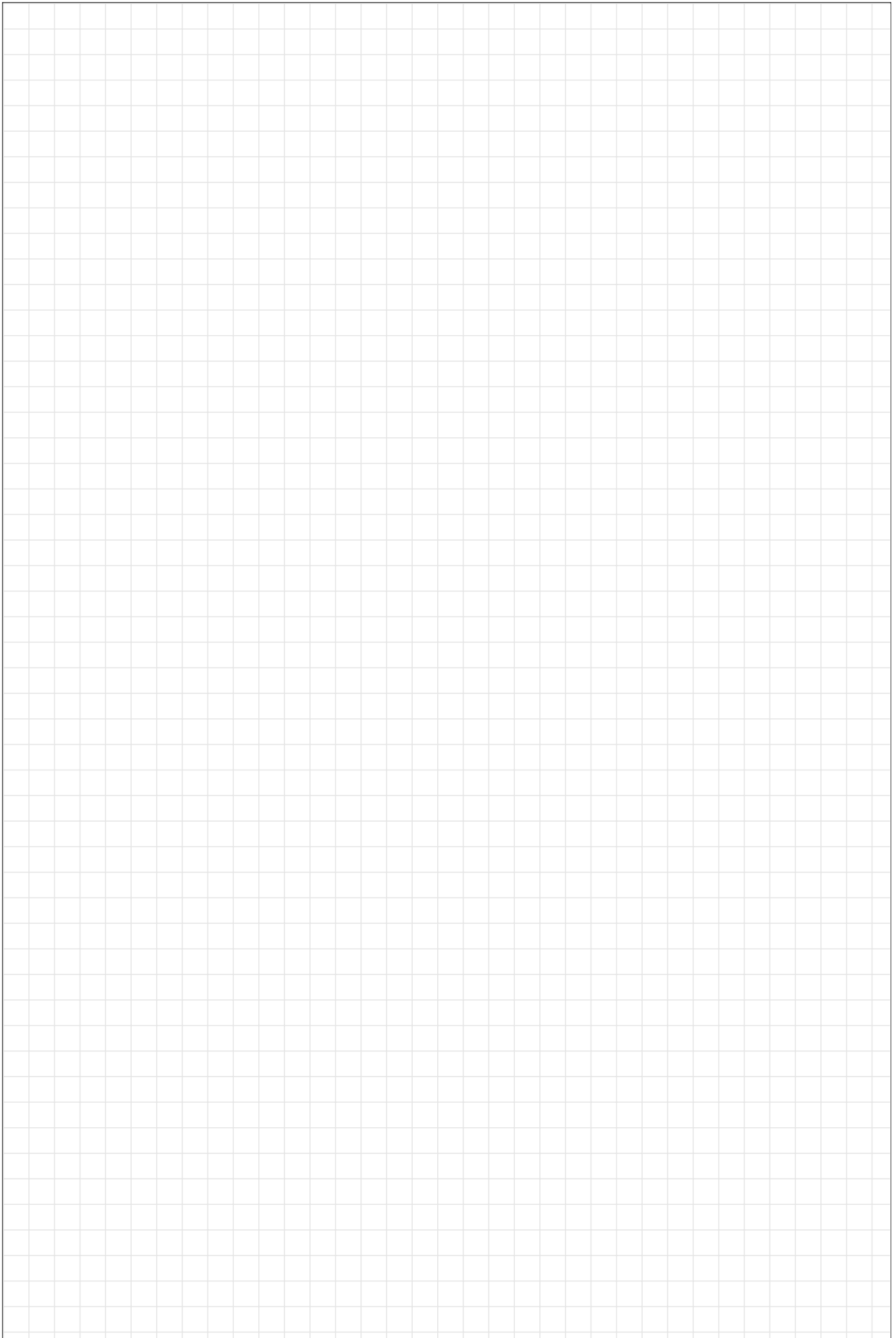
TD 17 - Exercice 8 :

On considère la famille de polynômes (P_1, P_2, P_3) de $\mathbb{R}_2[X]$ définis par $P_1 = 1 + 3X - X^2$, $P_2 = 1 + 4X$, $P_3 = 2X - X^2$.

1. Montrer que $F = \text{Vect}(P_1, P_2)$ et $G = \text{Vect}(P_3)$ sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires.
2. Déterminer les expressions analytiques des projections sur F et G .



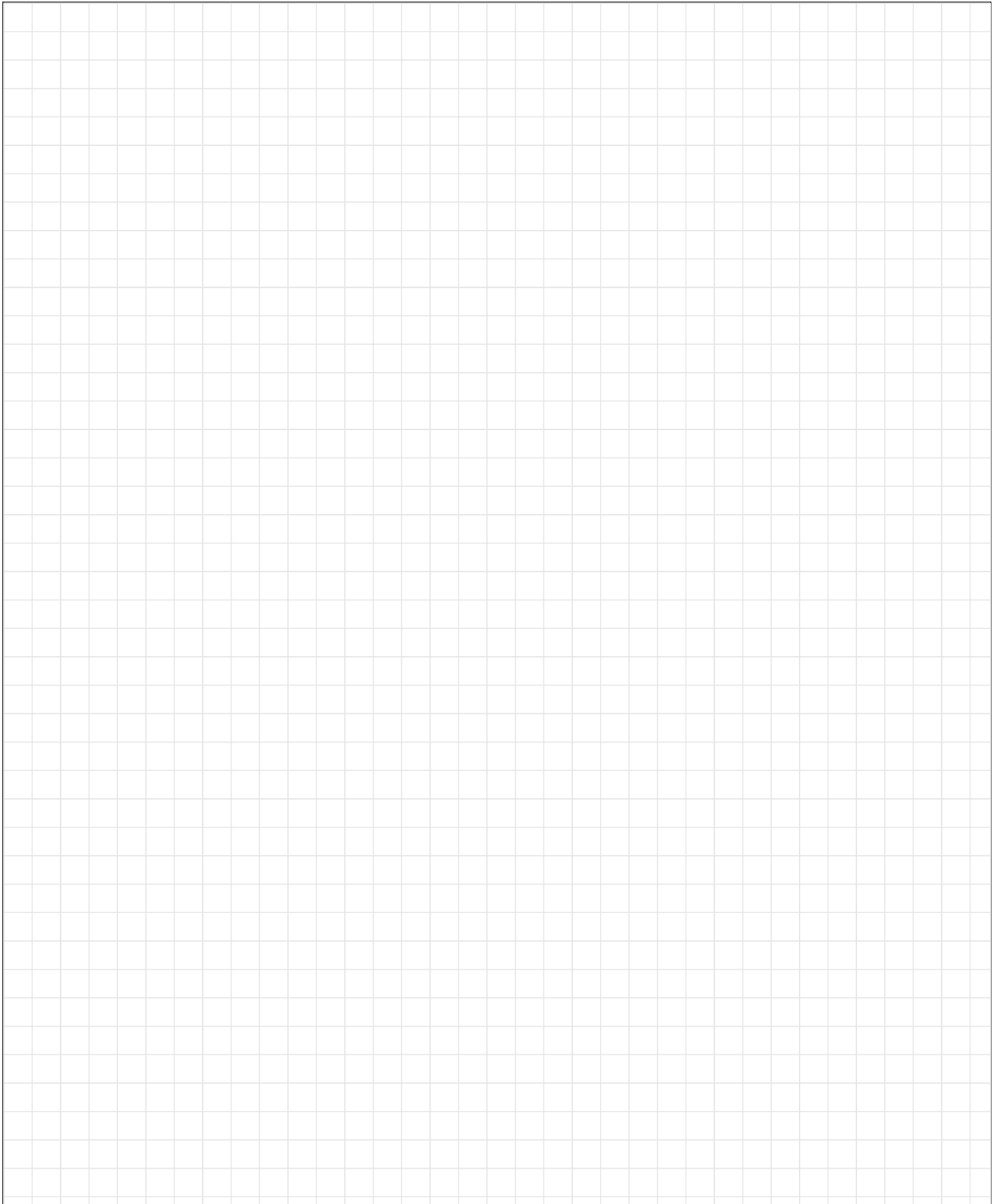




TD 17 - Exercice 6 :

Soit E l'ensemble des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} qui s'écrivent $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{4x}$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$.

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de dimension finie de l'ensemble des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .
2. Soit D l'application définie sur E par $D : f \longmapsto f'$. Montrer que D est un automorphisme de E . Déterminer son application réciproque.



TD xx - Exercice xx :

