

## Chapitre 16 - Cours - Exemple de développement asymptotique

### Exercice de cours :

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On étudie l'équation  $(E_n) : x^n + nx - 1 = 0$ .

1. Montrer que l'équation admet une unique solution positive  $x_n$ . Montrer que  $x_n \in ]0; 1[$ .
2. On définit ainsi une suite  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ . Montrer que  $(x_n)$  converge vers 0.
3. En déduire que  $x_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{1}{n}$ .
4. En utilisant des développements limités, montrer que  $x_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} \frac{1}{n} - \frac{1}{n^{n+1}} + o\left(\frac{1}{n^{n+1}}\right)$ .



