Test Analyse asymptotique 2020

Nom et prénom :

**Question 1** Soit f définie sur  $\mathbb{R}$  telle que  $f(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{3} + o(x^2)$ . Alors,

On note  $u_n = n^2 + 1$ ,  $v_n = n + 3n^2$ . Cocher la bonne comparaison : Question 2

$$\boxed{\mathbf{A}} \quad u_n \underset{n \to +\infty}{\sim} v_n^2$$

$$\Box$$
  $u_n \sim v_n$ 

$$\boxed{\textbf{A}} \quad u_n \underset{n \to +\infty}{\sim} v_n^2 \qquad \boxed{\textbf{B}} \quad u_n \underset{n \to +\infty}{\sim} v_n \qquad \boxed{\textbf{C}} \quad u_n \underset{n \to +\infty}{=} O(v_n) \qquad \boxed{\textbf{D}} \quad u_n \underset{n \to +\infty}{=} o(v_n)$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \quad u_n = o(v_n)$$

Question 3  $\clubsuit$  Dire, parmi les fonctions f et g proposées, lesquelles sont équivalentes en  $0: f(x) \underset{x\to 0}{\sim} g(x)$  pour

**Question 4** • Quelles fonctions f ont pour développement limité en 0:  $f(x) = x - \frac{x^3}{3} + o(x^3)$ ?

$$\overline{\mathbf{A}}$$
 Arctan $(x)$ 

$$\boxed{\mathrm{B}}$$
  $\tan(x)$ 

$$\begin{array}{c|c}
\hline C & x\cos(x) \\
\hline F & Aucune...
\end{array}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \quad x \ln(1+x^2)$$

$$\boxed{\mathrm{E}}$$
  $\sin(x)$ 

Question 5 . Indiquer quelles limites suivantes sont nulles :

$$\boxed{\mathbf{A}} \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{e^n}{n!}$$

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{e^{n/10}}{n^{10}}$$

$$\boxed{\mathbf{A}} \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{e^n}{n!} \qquad \boxed{\mathbf{B}} \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{e^{n/10}}{n^{10}} \qquad \boxed{\mathbf{C}} \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{n^3}{(1,1)^n} \qquad \boxed{\mathbf{D}} \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{(1,1)^n}{n^{0,3}}$$

$$\boxed{\mathbf{D}} \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{(1,1)^n}{n^{0,3}}$$

Si  $u_n \sim v_n$  et si  $w_n \sim x_n$ , alors a-t'on nécessairement  $u_n + w_n \sim v_n + x_n$ ? Question 6

**Question 7**  $\exp(x) \sim \exp(2\sin(x))$ ?

 $\exp(x) - 1 \sim \exp(\sin(x)) - 1 ?$ Question 8

On a  $\sqrt{1+x^2} \underset{x\to +\infty}{\sim} \sqrt{x^2+x}$ , alors a-t'on  $\exp(\sqrt{1+x^2}) \underset{\infty}{\sim} \exp(\sqrt{x^2+x})$ ?

A Vrai

Le développement limité à l'ordre 2 de  $h(x) = \frac{1}{1-x} + \cos(x)$  en 0 est : Question 10

$$\boxed{\mathbf{A}} \quad 1 - x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

$$\boxed{C}$$
  $2+x+\frac{x^2}{2}+o(x^2)$ 

$$\boxed{D} \quad 2x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$$

Question 11 Donner le développement limité à l'ordre 2 de  $f(x) = \exp(3+x)$  en 0 :

$$\boxed{\mathbf{B}} \quad e^3 \left( 1 + x + \frac{x^2}{2} + o(x^2) \right)$$

$$\boxed{\mathbf{C}}$$
 1 + (x - 3) +  $\frac{(x-3)^2}{2}$  + o((x - 3)<sup>2</sup>

Question 12  $\clubsuit$  Si  $f(x) = x + 2 - \frac{3}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$ , alors

Déterminer les fonctions f qui ont pour DL  $f(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + o((x-2)^2)$ 

- $\boxed{\mathbf{A}}$   $\ln(x-1)$
- $oxed{B} \quad 1-e^x \qquad oxed{C} \quad e^{x-1}-1 \qquad oxed{D} \quad \ln(x) \qquad oxed{E} \quad Aucune...$