

Numerisches Differenzieren und Integrieren mit Matlab, auch symbolisches Differenzieren und Integrieren. mit Matlab

Homepage: <http://www.home.hs-karlsruhe.de/~kero0001/>

download: <http://www.home.hs-karlsruhe.de/%7Ekero0001/Mathematik/DiffInt.ZIP>

Vorbemerkungen

In diesem Text wird demonstriert, wie man mit Matlab „numerisch differenzieren“ und „numerisch integrieren“ kann. Zusätzlich wird gezeigt, wie man mit Matlab die gleichen Funktionen „symbolisch“ differenzieren und integrieren kann.

Als Funktionen, die zu differenzieren und zu integrieren sind, werden Funktions-Paare verwendet, die aus einer im Internet abrufbaren Formelsammlung geholt werden:

<http://www.zum.de/Faecher/M/NRW/pm/mathe/stammfkt.htm> - sonst

In dieser Formelsammlung stehen links die Funktion, die zu integrieren ist, in der gleichen Zeile steht rechts die „Stammfunktion“, also das Integral dieser Funktion (allerdings die „Integrationskonstante“ gleich null gesetzt). Natürlich könnte man Funktionen und zugehörige Stammfunktion aus jeder beliebigen Formelsammlung verwenden.

Im vorliegenden Text werden aus dieser Formelsammlung 36 solche Funktions-Paare geholt: die Funktion wird hier als **yst** bezeichnet (der Name soll an den Begriff der „**Steigung**“ erinnern). Die zugehörige Stammfunktion wird hier als **In** bezeichnet (der Name soll an das Wort **Integral** erinnern).

Um bei dieser Gelegenheit **auch einige „Programmiertricks“ zu lernen**, wird zur Bereitstellung der Funktionspaare die „Matlab-Funktion“ **holefkt4.m** geschrieben. Sie wird folgendermaßen aufgerufen: **[yst,In,Syst,SIn]=holefkt4(fall,x)**. Darin bedeutet x die x-Koordinate, fall die Nummer des Funktionspaares (z.Zt. fall von 1 bis 36). Die Funktion liefert als yst den Zahlenwert die Steigung yst an der Stelle x und als In den Zahlenwert die Formel des Integrals an der Stelle x.

Zusätzlich werden als „**String**“, also als „Zeichenkette“ die Formel Syst der Steigung und ebenfalls als String SIn die Formel des Integrals geliefert. Die so gehaltenen Zahlenwerte yst und In an der Stelle x werden einerseits zum direkten Zeichnen der Kurven yst(x) und In(x) als Funktion von x verwendet.

Zum **numerischen Differenzieren** werden die Zahlenwerte In(x) verwendet: Gemäß der einfachen Formel **dydx = (In(t)-In(t-dt))/dt**. dydx stellt also den numerisch berechneten „Differenzialquotienten“ dar. Er wird gemeinsam mit dem exakten, also „analytischen“ Wert yst(x) gezeichnet. Zusätzlich wird der „Fehler“, also die Differenz exakter Wert yst minus numerischer Wert dydx berechnet und als eigene Kurve in die gleiche Figur gezeichnet (als **blaue Kurve Fehler*fakt**). Der Faktor gibt man beim Aufruf vor, z.B. fakt = 100;

In ähnlich einfacher Weise wird das **Integral In von yst numerisch berechnet**: Die Formel **In(x)= In(x-dx)+ yst(x) * dx** berechnet aus dem „alten Wert“ In(x-dx) den neuen Wert durch Addition der „Änderung“ yst(x)* dx. Als „Startwert“ an der Stelle x=xmin wird für diesen Algorithmus der Zahlenwert des exakten Integrals an der Stelle x=xmin verwendet, nämlich In(xmin). Die hier verwendete Formel für **In(x)= In(x-dx)+ yst(x) * dx** für das numerische Integral entspricht der **eigentlichen Definition eines Integrals In(x)**,

$$In(x) = \int_{x \min}^x yst(x) * dx$$

nämlich als **Summe der Produkte yst(x)*dx** vom Startwert xmin bis zum aktuellen Wert x.

Zum Vergleich exaktes Integral und numerisches Integral werden beide Kurven gemeinsam gezeichnet. Zusätzlich wird der Fehler, also die Differenz exaktes Integral minus numerisches Integral berechnet und als eigene Kurve in die gleiche Figur gezeichnet (als **blaue gestrichelte Kurve Fehler*fakt**)

Ergebnisse des numerischen Differenzierens und Integrierens:

Die oben beschriebene grafische Darstellung zeigt, dass, **wie erwartet, das numerische Differenzieren des (analytischen, also exakten) Integrals tatsächlich (fast) die gleiche Kurve liefert wie die exakte Steigung yst. Ähnliches gilt für die beiden Kurven für das exakte Integral In und die Kurve des numerischen Integrals** Zum Erkennen der Unterschiede werden **die exakten Kurven als rote durchgehende Kurven** gezeichnet, die **numerischen Kurven als schwarz punktierte Kurven**. Die (blaue) Fehlerkurven **fehlt*fakt** zeigt, wie erwartet, dass **der Fehler um so kleiner ist, je kleiner die Schrittweite dx ist**

Symbolisches Differenzieren und Integrieren mit Matlab:

Zusätzlich zum numerischen Differenzieren und numerischen Integrieren wird in diesem Text gezeigt, wie man mit Matlab auch „symbolisch“, also „exakt“ differenzieren und integrieren kann. Dazu werden die beiden Strings verwendet, die beim Aufruf der schon oben erwähnten Matlab-Funktion **holefkt4** geholt werden. Die Methode sei hier **an einem Beispiel gezeigt**: Die nachfolgenden Zeilen wurden aus dem Matlab-Command window per Maustechnik kopiert und hier eingefügt:

```
» clear; syms x; fall=17; [yst, In, Syst, SIn]=holefkt4(fall,x)
yst = (2*x+1)/(x^2+x+1)
In = log(x^2+x+1)
Syst = (2*x+1)/(x^2+x+1)
SIn = log(x^2+x+1)
```

Die erste Zeile wurde mit Tastatur eingetippt und durch Drücken der Eingabetaste aktiviert: Mit dem Befehl **clear** werden alle etwa vorhandenen Werte gelöscht. Mit dem Befehl **syms x;** wird **x** als symbolische Variable deklariert.

Der Aufruf **[yst, In, Syst, SIn]=holefkt4(fall,x)** liefert die symbolischen Formeln für die Steigung **yst** und für das Integral **In** dieser Steigung. Zusätzlich werden die Strings **Syst** und **SIn** geliefert.

Der „Kundige“ kann bestätigen, dass die Ableitung von $\text{In} = \log(x^2+x+1)$ tatsächlich das Ergebnis $\text{yst} = (2*x+1)/(x^2+x+1)$ liefert. Soweit die Weisheit der Formelsammlung.

Jetzt **symbolisch differenzieren**:

```
» DIFF=diff(In)
DIFF = (2*x+1)/(x^2+x+1)
```

Und **symbolisch integrieren**:

```
» INT=int(yst)
INT = log(x^2+x+1)
```

Wer Spaß am symbolischen Rechnen mit Matlab gefunden hat, möge selber weiter forschen:

```
» clear; syms x; DIFF=diff( exp(-x^2)*(1-exp(-x*sin(x))) )
DIFF =
-2*x*exp(-x^2)*(1-exp(-x*sin(x)))-exp(-x^2)*(-sin(x)-x*cos(x))*exp(-x*sin(x))
```

Aber auch Matlab kann nicht jede Funktion symbolisch integrieren:

Anschließend einige schnell erfundene **Beispiele, in denen Matlab keine symbolische, also exakte Lösung für das Integral findet.** Da kann man nur numerisch integrieren. **Der Leser sei aufgefordert, das mit Matlab zu probieren.**

```
» clear; syms x; INT=int( exp(-x^2)*(1-exp(-x*sin(x))) )
Warning: Explicit integral could not be found.
Ø In C:\MATLABR11\toolbox\symbolic\@sym\int.m at line 58
INT =
int(exp(-x^2)*(1-exp(-x*sin(x))),x)

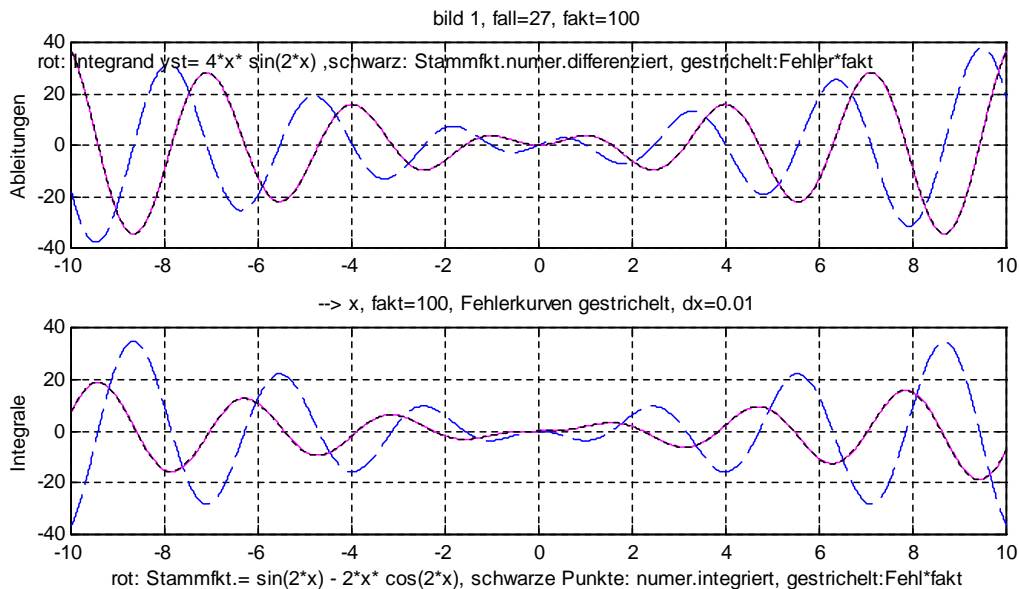
» clear; syms x; INT=int( exp(-x^2)*sin(x^3) )
Warning: Explicit integral could not be found.
Ø In C:\MATLABR11\toolbox\symbolic\@sym\int.m at line 58
INT =
int(exp(-x^2)*sin(x^3),x)

» clear; syms x; INT=int(sqrt(1+x^3)* exp(-x^2)*sin(x^3) )
Warning: Explicit integral could not be found.
Ø In C:\MATLABR11\toolbox\symbolic\@sym\int.m at line 58
INT =
int((1+x^3)^(1/2)*exp(-x^2)*sin(x^3),x)
```

**Nach diesen Vorbemerkungen kommen wir zur
Behandlung des oben skizzierten Stoffes.**

Zunächst Demo eines Aufrufs

```
clear;dx=0.01;xmin=-10;xmax=10;fakt=100;dek=1;bild=1;fall=27;difint21;
```

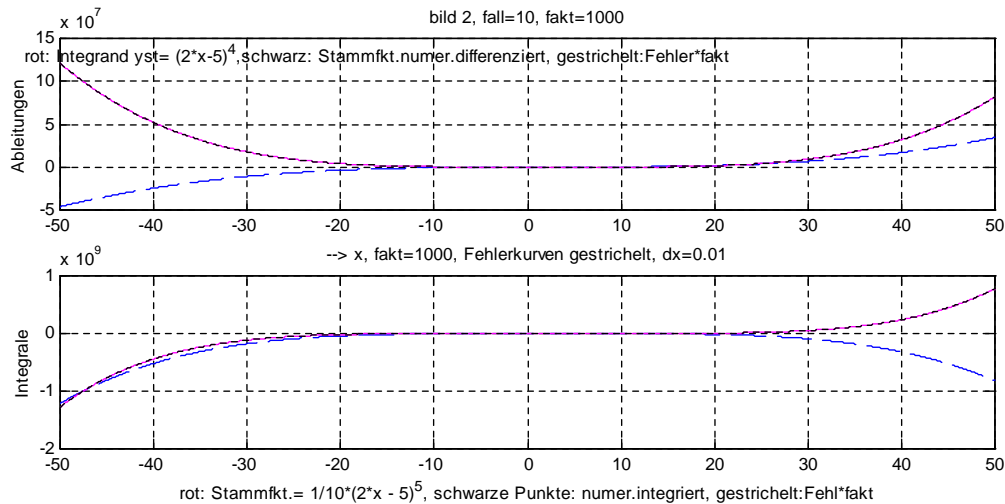


Auf dem Bildschirm wurden die zugehörigen Ergebnisse des symbolischen Differenzierens und Integrierens ausgegeben. Sie wurden mit Maustechnik kopiert und hier eingefügt:

```
fall= 27:
DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet
[ 4*x* sin(2*x),  4*x*sin(2*x)]
Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet
[ sin(2*x) - 2*x* cos(2*x),  sin(2*x)-2*x*cos(2*x)]
```

Ein weiterer Aufruf:

```
clear;dx=0.01;xmin=-50;xmax=50;fakt=1000;dek=1;bild=2;fall=10;difint21;
```



```
fall= 10:
```

```
DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet
```

```
[ (2*x-5)^4, (2*x-5)^4]
```

```
Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet
```

```
[ 1/10*(2*x - 5)^5, 1/10*(2*x-5)^5]
```

Ergebnisse:

Aus den beiden Matlab-Bildern erkennt man, dass sowohl beim Differenzieren (oberes Teilbild) als auch beim Integrieren (unteres Teilbild) die exakten Kurven (rot) und die numerisch berechneten Kurven (schwarze Punkte) im Rahmen der Zeichengenauigkeit die gleichen Kurven ergeben. Die gestrichelten blauen Fehlerkurven zeigen die Differenz (exakt minus numerisch) *fakt.

Hauptprogramm difint21.m

```
% Datei difint21.m
```

```
% clear;dx=0.01;xmin=-10;xmax=10;fakt=100;dek=1;bild=1;fall=27;difint21;
```

```
% clear;dx=0.01;xmin=-10;xmax=10;fakt=100;dek=1;bild=1;fall=22;difint21;
```

```
%
```

```
% alle Funktionen aufrufen, einschließlich symbolischer Mathematik:
```

```
% clear;for fall=1:36;dx=0.01;xmin=-10;xmax=10;fakt=100;dek=1;bild=fall;difint21;pause;end;
```

```
%
```

```
%mit function [yst,In,Syst,SIn]=holefkt4(fall,x);
```

```
% Zusätzlich "symbolisches" Differenzieren und integrieren mit Matlab
```

```
% Ev. Symbolische Ergebnisse ins bild schreiben
```

```
%
```

```
% Demo numerisches Differenzieren und numerisches Integrieren:
```

```
%
```

```
% Im oberen Teilbild wird die analytische Funktion yst dargestellt
```

```
% und in die gleiche Figur wird auch das numerisch differenzierte
```

```
% analytische Integral Int von yst eingetragen. Der numerische
```

```
% Differentialquotient dydx wird nach dem einfachen Rezept berechnet
```

```
% dydx=(Int-Intalt)/dx.
```

```
% Dabei ist Intalt der "alte" Wert von Int und dx ist die Schrittweite
```

```
%
```

```
% Im unteren Teilbild wird das analytische Integral Int der
```

```
% Funktion yst dargestellt
```

```
% und in die gleiche Figur wird das numerisch berechnete Integral In von yst
```

```
% eingetragen. Die numerische Integration erfolgt nach dem einfachen Rezept:
```

```
% In=In+yst*dx; d.h. die neue Wert von In ist der alte Wert In plus
```

```
% die Änderung yst*dx
%
% In beiden Teilbildern liegen die exakten und die numerisch berechneten Kurven
% nahezu aufeinander. Der jeweilige Fehler (exakt minus numerisch) ist
% natürlich um so kleiner, je kleiner die Schrittweite dx ist. Dieser Fehler
% wird in beiden Teilbildern blaue Kurve dargestellt

format compact; % unterdrückt unnötige Leerzeilen
Np=floor((xmax-xmin)/dx);
% Plotwerte deklarieren. Das ist wichtig, denn ohne steigt die Rechenzeit
% quadratisch(!) mit der Anzahl Speicherwerte
if dek > 0
    xp=zeros(1,Np);Intp=xp; ystp=xp;dydxp=xp; fehlp=xp; Inp=xp; fehlInp=xp;
end;
% Startwerte:
k=0;x=xmin;
[yst,In,Syst,SIn]=holefkt4(fall,x); % siehe Datei holefkt4.m
Int=yst;

%tic %Stoppuhr startet
while x < xmax
    [yst,In,Syst,SIn]=holefkt4(fall,x);
    Intalt=Int; % für numerisches Differenzieren
    Int= In; % analytisches Integral
    dydx=(Int-Intalt)/dx; % numerischer Differenzialquotient
    In=In+yst*dx; % numerisches Integral
    %Plotwerte speichern:
    k=k+1; % k = Zähler für Plotwerte
    xp(k)=x;
    Intp(k)=Int; % analytisches Integral
    ystp(k)=yst; % analytische Steigung= Integrand= Differenzialquotient
    dydxp(k)=dydx;
    fehlp(k)=yst-dydx; % fehlp = Fehler des numerischen Differenzierens (exakt-numerisch)
    Inp(k)=In;
    fehlInp(k)=Int-In; % fehlInp = Fehler des numerischen Integrierens (exakt-numerisch)
    x=x+dx;
end;
% toc %Stoppuhr stoppt und Ausgabe Rechenzeit elapsed time in Sekunden

% Beim numerischen Differenzieren den 1. Wert gleich dem 2. gesetzt:
dydxp(1)=dydxp(2); fehlp(1)=fehlp(2); % das hatte Erfolg!!

figure(bild); clf reset;
subplot(2,1,1);
plot(xp,fehlp*fakt,'--b', xp,ystp,'m',xp, dydxp,':k'); grid on;
S1=['bild ',num2str(bild)]; S2=[' fall=',num2str(fall)]; S3=[' fakt=',num2str(fakt)];
tit=[S1,S2,S3]; title(tit);

Tit=[' rot: Integrand yst=',Syst,',schwarz: Stammfkt.numer.differenziert, gestrichelt:Fehler*fakt'];
% "Raffinierte" Ausgabe des Textes mit der Funktion text:
ax=axis;
text(ax(1)-0.05*(ax(2)-ax(1)),ax(3)+(ax(4)-ax(3))*0.9,Tit);

ylabel(['Ableitungen']);
subplot(2,1,2);
plot(xp,fehlInp*fakt,'--b', xp,Intp, 'm',xp,Inp,':k');
grid on;
title(['--> x, fakt=',num2str(fakt),' Fehlerkurven gestrichelt',', dx=',num2str(dx)]);
xlabel(['rot: Stammfkt.',SIn,', schwarze Punkte: numer.integriert, gestrichelt:Fehl*fakt']);
ylabel('Integrale');

% Anschließend symbolisches Differenzieren und Integrieren:
syms x;
[a,b,Syst,SIn]=holefkt4(fall,x); % holt die Strings des Integranden und der Stammfunktion
```

```
DIFF=diff(SIn);% symbolisch differenzieren
INT=int(Syst); % symbolisch integrieren
disp(['fall= ',num2str(fall),':']); % Bildschirmausgabe fall
disp([' DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet ']),
disp([Syst,DIFF])% Bildschirmausgabe analytische Formel für Integrand Syst,
% daneben symbolischer DiffQuotient DIFF
disp([' Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet ']),
disp([SIn,INT]),% Bildschirmausgabe analytische Formel für Integral SIn,
% daneben symbolisches Integral INT
```

function [yst,In,Syst,SIn]=holefkt4(fall,x);

```
% function [yst,In,Syst,SIn]=holefkt4(fall,x);
% yst = Steigung, also der Integrand, In = das analytische Integral= Stammfunktion
% Liste von Funktionen geholt aus:
% http://www.zum.de/Faecher/M/NRW/pm/mathe/stammfkt.htm#sonst
```

```
switch fall
case(50),
    yst=(sin(x))^4; Syst=[' (sin(x))^4'];
    In=(-1/4*( sin(x))^3 - 3/8* sin(x))* cos(x) + 3*x/8;
    SIn=[' (-1/4*( sin(x))^3 - 3/8* sin(x))* cos(x) + 3*x/8'];
case(60),
    yst=sin(x); Syst=[' sin(x)'];
    In=-cos(x); SIn=[' -cos(x)'];
%***** Ab jetzt rationale Funktionen *****
case(1),
    yst= 2*x - 3 ; Syst=[' 2*x-3 '];
    In = x^2 - 3*x ; SIn=[' x^2-3*x '];
case(2),
    yst= 4*x + 1 ; Syst=[' 4*x+1'];
    In= 2*x^2 + x ; SIn= [' 2*x^2+x'];
case(3),
    yst= 81*x^2 + 2*x; Syst=[' 81*x^2+2*x'];
    In= 27*x^3 + x^2; SIn=[' 27*x^3+x^2'];
case(4),
    yst=-3*x^2 + 10*x - 3; Syst=[' -3*x^2+10*x-3'];
    In= -x^3 + 5*x^2 - 3*x; SIn=[' -x^3+5*x^2-3*x'];
case(5),
    yst=16*x^3 - 6*x; Syst=[' 16*x^3 - 6*x'];
    In=4*x^4 - 3*x^2; SIn=[' 4*x^4 - 3*x^2'];
case(6),
    yst=-12/7*x^3 - 12*x + 1/2; Syst=[' -12/7*x^3-12*x+1/2'];
    In=- 3/7* x^4 - 6*x^2 + 1/2* x; SIn=[' - 3/7* x^4-6*x^2 + 1/2* x'];
case(7),
    yst=2/3* x^5 - 100*x; Syst=[' 2/3* x^5 - 100*x'];
    In= 1/9* x^6 - 50*x^2; SIn=[' 1/9* x^6 - 50*x^2'];
case(8),
    yst=(x - 1)*(x + 2)*(x-3); Syst=[' (x-1)*(x+2)*(x-3)'];
    In=1/4* x^4 - 2/3* x^3 - 5/2* x^2 + 6*x;
    SIn=[' 1/4*x^4-2/3*x^3-5/2* x^2+6*x'];
case(9),
    yst=(x - 5)^4; Syst=[' (x-5)^4'];
    In=1/5*(x - 5)^5; SIn=[' 1/5*(x-5)^5'];
case(10),
    yst= (2*x - 5)^4; Syst=[' (2*x-5)^4'];
    %In=1/10* (x - 5)^5; SIn=[' 1/10* (x - 5)^5']; % Fehler in Tabelle!!
    In=1/10*(2*x - 5)^5; SIn=[' 1/10*(2*x - 5)^5'];
case(11),
    yst=(1 - 3*x)^3; Syst=[' (1-3*x)^3'];
```

```
%In=-1/4* (1 - x)^4; SIn=['-1/4* (1 - x)^4']; % Fehler in Tabelle!!
In=-1/12* (1 -3*x)^4; SIn=['-1/12* (1-3* x)^4'];

% ***** Ab jetzt gebrochen rationale Funktionen *****

case(12),
    yst=-4/x^2; Syst=['-4/x^2'];
    In=4/x; SIn=['4/x'];
case(13),
    yst=1/(3*x+1)^2; Syst=['1/(3*x+1)^2'];
    In=- 1/(3*(3*x+1)); SIn=['-1/(3*(3*x+1))']; % Fehler in Tabelle
case(14),
    yst=x / (x^2 + 1)^3; Syst=['x/(x^2 +1)^3'];
    In= - 1 / ( 4*(x^2 + 1)^2); SIn=['-1/(4*(x^2+1)^2)'];
case(15),
    yst=(x+2)/(x+1)^3 ; Syst=['(x+2)/(x+1)^3 '];
    In=-(x+2)^2/( 2*(x + 1)^2) ; SIn=['-(x+2)^2/( 2*(x + 1)^2) '];
case(16),
    yst=2*x/(x^2+1)^3; Syst=['2*x/(x^2+1)^3']; % Fehler in Tabelle!
    In=-1/(2*(x^2+1)^2); SIn=['- 1/(2*(x^2+1)^2)']; % Ablesefehler in Tabelle
case(17),
    yst=(2*x + 1) / (x^2 + x + 1); Syst=['(2*x+1)/(x^2+x+1)'];
    In= log (x^2 + x + 1); SIn=['log (x^2+x+1)'];
case(18),
    yst=2*x / (x^2 + 1); Syst=['2*x/(x^2+1)'];
    In= log (x^2 + 1); SIn=['log (x^2+1)'];
case(19),
    yst=x^2 / (x^3 + 1)^2; Syst=['x^2/(x^3+1)^2'];
    In=- 1 / (3*(x^3 + 1)); SIn=['-1/(3*(x^3+1))'];
case(20),
    yst=(x - 3)*(x + 5) / (x + 1)^2; Syst=['(x-3)*(x+5)/(x+1)^2'];
    In=(x - 3)^2 / (x+1); SIn=['(x-3)^2/(x+1)'];

% ***** ab jetzt sin(x) und cos(x) *****

case(21),
    yst=sin(x); Syst=['sin(x)'];
    In=- cos(x); SIn=['- cos(x)'];
case(22),
    yst=sin(x)+3; Syst=['sin(x)+3'];
    %- cos(x) - 3x Fehler in Tabelle!!
    In=- cos(x)+ 3*x; SIn=['- cos(x)+ 3*x'];
case(23),
    yst=8*x - sin(x); Syst=['8*x - sin(x)'];
    In=4* x^2 - cos(x); SIn=['4* x^2 - cos(x)'];
case(24),
    yst=x* sin(x); Syst=['x* sin(x)'];
    In=sin(x) - x* cos(x); SIn=['sin(x)- x*cos(x)'];
case(25),
    yst=x* sin(2*x) ; Syst=['x* sin(2*x) '];
    In= 1/4* sin(2*x) - 1/2* x* cos(2*x); SIn=['1/4*sin(2*x)-1/2*x* cos(2*x)'];
case(26),
    yst=4*x* sin(2*x); Syst=['4*x* sin(2*x)'];
    In=sin(2*x) - 2*x* cos(2*x); SIn=['sin(2*x)-2*x*cos(2*x)'];
case(27),
    yst=4*x* sin(2*x) ; Syst=['4*x* sin(2*x) '];
    In= sin(2*x) - 2*x* cos(2*x); SIn=['sin(2*x) - 2*x* cos(2*x)'];
case(28),
    yst=x^2* sin(x); Syst=['x^2* sin( x)'];
    In= - x^2* cos(x) + 2*x* sin(x) + 2* cos(x);
    SIn=['- x^2*cos(x)+2*x*sin(x)+2*cos(x)'];
    %(- 1/4* (sin(x))^3 - 3/8* sin(x))* cos(x) + 3*x/8 % Fehler in Tabelle case(29),
case(29),
    yst=(sin(x))^2; Syst=['(sin(x))^2'];
    % Fehler in Tabelle !!
    In= 1/2* (x - sin(x)* cos(x)); SIn=['1/2* (x - sin(x)* cos(x))'];
```



```

case(30),
    yst=(sin(x))^3 ; Syst=[' (sin(x))^3 '];
    In= ( - 1/3* (sin(x))^2 - 2/3 ) * cos(x);
    SIn=[' (-1/3*(sin(x))^2-2/3 ) *cos(x)'];
case(31),
    yst=(sin(x))^4; Syst=[' (sin(x))^4'];
    In= ( - 1/4*(sin(x))^3-3/8* sin(x)) * cos(x) + 3*x/8 ;% Fehler in Tabelle;
    SIn=[' (-1/4*(sin(x))^3-3/8*sin(x))*cos(x)+3*x/8'];
case(32),
    yst=1/(sin(x))^2; Syst=[' 1/(sin(x))^2'];
    In= - cot(x); SIn=[' -cot(x)'];
case(33),
    yst=(sin(x))^2 + (cos(x))^2; Syst=[' (sin(x))^2+(cos(x))^2'];
    In= x; SIn=[' x'];
case(34),
    yst=sin(x)* cos(x); Syst=[' sin(x)*cos(x)'];
    In= 1/2* (sin(x))^2; SIn=[' 1/2*(sin(x))^2'];
case(35),
    yst=sin(2*x)* cos(3*x); Syst=[' sin(2*x)* cos(3*x)'];
    % Fehler in Tabelle, dort total falsch!!
    %In= 3/5* sin(2*x)*cos(3*x)+2/5*cos(2*x)*cos(3*x);
    %SIn=[' 3/5*sin(2*x)*cos(3*x)+2/5*cos(2*x)*cos(3*x)'];
    In= -1/10*cos(5*x)+1/2*cos(x); SIn=[' -1/10*cos(5*x)+1/2*cos(x)'];
case(36),
    yst= sin(2*x)* cos(x/2) ; Syst=[' sin(2*x)*cos(x/2)'];
    In= - 1/5* cos(5*x/2)-1/3*cos(3*x/2);
    SIn=[' -1/5*cos(5*x/2)-1/3*cos(3*x/2)'];
% ***** Vorbereitung für weitere Funktionen:*****
%case(37),
% yst=; Syst=[''];
% In=; SIn=[''];
%case(38),
% yst=; Syst=[''];
% In=; SIn=[''];

end; % switch
%Funktion Stammfunktion

```

Mit folgendem Programm werden alle Funktionen auf den Bildschirm geschrieben:

```

% datei ListeFunktionen.m
% clear; ListeFunktionen;
anfang=1; ende=36;
disp(' ')
disp(['fall Integrand Stammfunktion ']);
disp(' ');
for fall=anfang:ende,
    x=1; [yst,In,Syst,SIn]=holeft4(fall,x);
    % wat=['fall= ',num2str(fall),', ' Syst,', ' ', SIn],
    % disp([' ',num2str(fall),', ' Syst,', ' ', SIn]),

    % Stringlänge vorgeben und alle Strings auf gleiche Länge bringen:
    S0=Syst; max=20-length(S0);S=[' ']; for k=1:max,S=[S, ' ']; end; neuSyst=[Syst,S];
    S0=SIn; max=20-length(S0); S=[' ']; for k=1:max,S=[S, ' ']; end; neuSIn =[S0,S];
    disp([' ',num2str(fall),', ' neuSyst,', ' ', neuSIn]),
end;

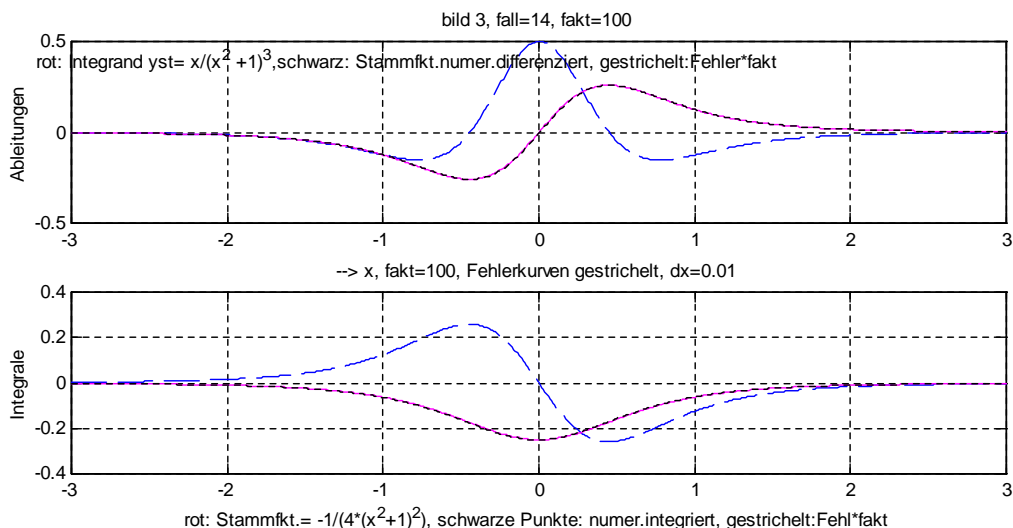
» ListeFunktionen % Aufruf des Programms ListeFunktionen

```

fall	Integrand	Stammfunktion
1	2*x-3	x^2-3*x
2	4*x+1	2*x^2+x

3	$81*x^2+2*x$	$27*x^3+x^2$
4	$-3*x^2+10*x-3$	$-x^3+5*x^2-3*x$
5	$16*x^3 - 6*x$	$4*x^4 - 3*x^2$
6	$-12/7*x^3-12*x+1/2$	$-3/7*x^4-6*x^2 + 1/2*x$
7	$2/3*x^5 - 100*x$	$1/9*x^6 - 50*x^2$
8	$(x-1)*(x+2)*(x-3)$	$1/4*x^4-2/3*x^3-5/2*x^2+6*x$
9	$(x-5)^4$	$1/5*(x-5)^5$
10	$(2*x-5)^4$	$1/10*(2*x - 5)^5$
11	$(1-3*x)^3$	$-1/12*(1-3*x)^4$
12	$-4/x^2$	$4/x$
13	$1/(3*x+1)^2$	$-1/(3*(3*x+1))$
14	$x/(x^2 + 1)^3$	$-1/(4*(x^2+1)^2)$
15	$(x+2)/(x+1)^3$	$-(x+2)^2/(2*(x + 1)^2)$
16	$2*x/(x^2+1)^3$	$-1/(2*(x^2+1)^2)$
17	$(2*x+1)/(x^2+x+1)$	$\log(x^2+x+1)$
18	$2*x/(x^2+1)$	$\log(x^2+1)$
19	$x^2/(x^3+1)^2$	$-1/(3*(x^3+1))$
20	$(x-3)*(x+5)/(x+1)^2$	$(x-3)^2/(x+1)$
21	$\sin(x)$	$-\cos(x)$
22	$\sin(x)+3$	$-\cos(x)+3*x$
23	$8*x - \sin(x)$	$4*x^2 - \cos(x)$
24	$x*\sin(x)$	$\sin(x)-x*\cos(x)$
25	$x*\sin(2*x)$	$1/4*\sin(2*x)-1/2*x*\cos(2*x)$
26	$4*x*\sin(2*x)$	$\sin(2*x)-2*x*\cos(2*x)$
27	$4*x*\sin(2*x)$	$\sin(2*x) - 2*x*\cos(2*x)$
28	$x^2*\sin(x)$	$-x^2*\cos(x)+2*x*\sin(x)+2*\cos(x)$
29	$(\sin(x))^2$	$1/2*(x - \sin(x)*\cos(x))$
30	$(\sin(x))^3$	$(-1/3*(\sin(x))^2-2/3)*\cos(x)$
31	$(\sin(x))^4$	$(-1/4*(\sin(x))^3-3/8*\sin(x))*\cos(x)+3*x/8$
32	$1/(\sin(x))^2$	$-\cot(x)$
33	$(\sin(x))^2+(\cos(x))^2$	x
34	$\sin(x)*\cos(x)$	$1/2*(\sin(x))^2$
35	$\sin(2*x)*\cos(3*x)$	$-1/10*\cos(5*x)+1/2*\cos(x)$
36	$\sin(2*x)*\cos(x/2)$	$-1/5*\cos(5*x/2)-1/3*\cos(3*x/2)$

Anschließend einige weitere Aufrufe



clear;dx=0.01;xmin=-3;xmax=3;fakt=100;dek=1;bild=3;fall=14;difint21;

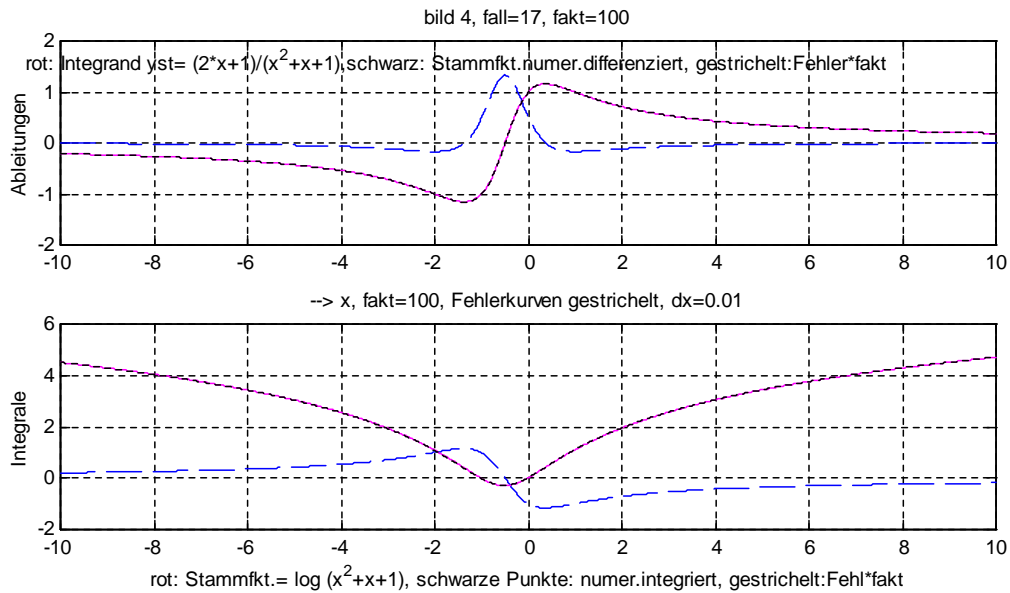
fall= 14:

DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$x/(x^2+1)^3$, $x/(x^2+1)^3$]

Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$-1/(4*(x^2+1)^2)$, $-1/4/(x^2+1)^2$]



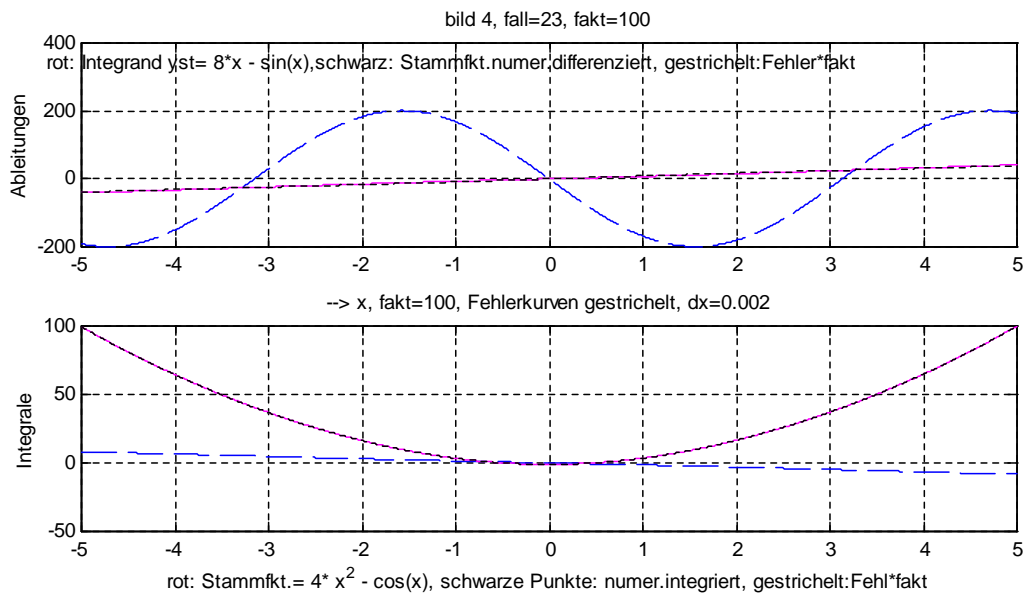
clear;dx=0.01;xmin=-10;xmax=10;fakt=100;dek=1;bild=4;fall=17;difint21;
 fall= 17:

DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$(2x+1)/(x^2+x+1)$, $(2x+1)/(x^2+x+1)$]

Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$\log(x^2+x+1)$, $\log(x^2+x+1)$]



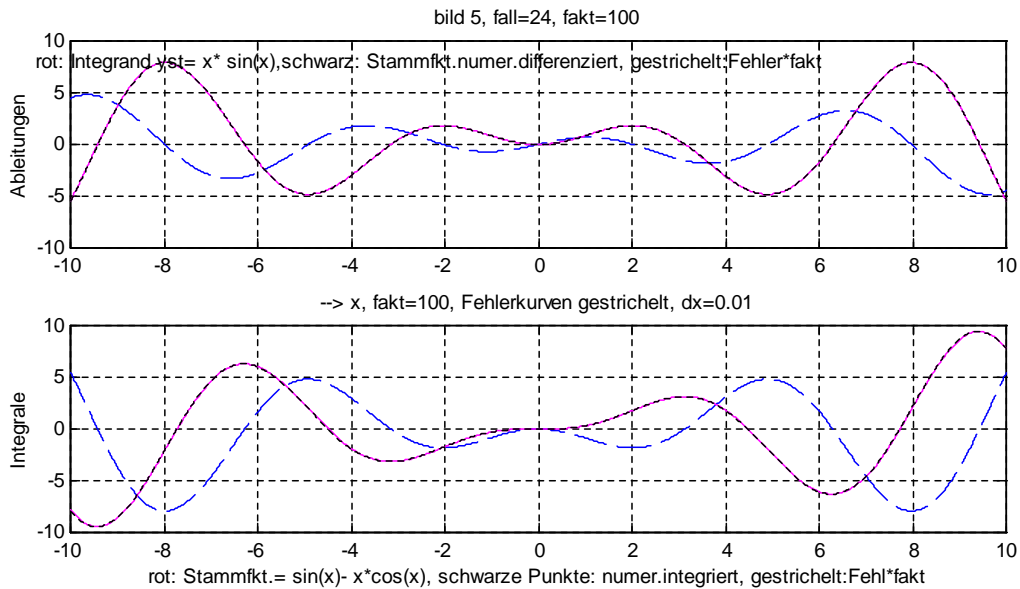
clear;dx=0.002;xmin=-5;xmax=5;fakt=100;dek=1;bild=4;fall=23;difint21;
 fall= 23:

DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$8x - \sin(x)$, $8x + \sin(x)$]

Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$4x^2 - \cos(x)$, $4x^2 + \cos(x)$]



clear;dx=0.01;xmin=-10;xmax=10;fakt=100;dek=1;bild=5;fall=24;difint21;

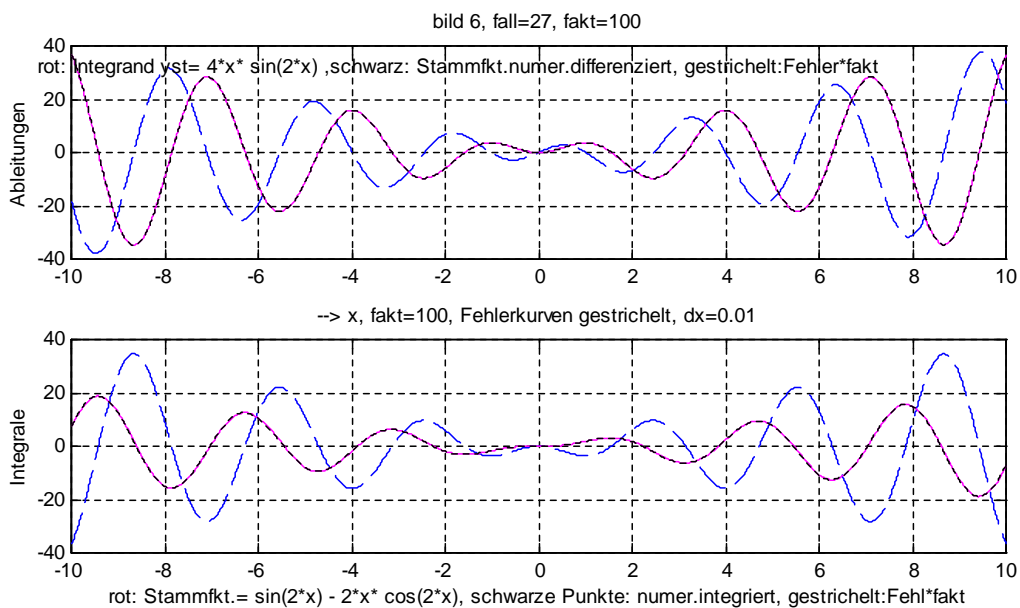
fall= 24:

DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$x * \sin(x)$, $x * \sin(x)$]

Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$\sin(x) - x * \cos(x)$, $\sin(x) - x * \cos(x)$]



clear;dx=0.01;xmin=-10;xmax=10;fakt=100;dek=1;bild=6;fall=27;difint21;

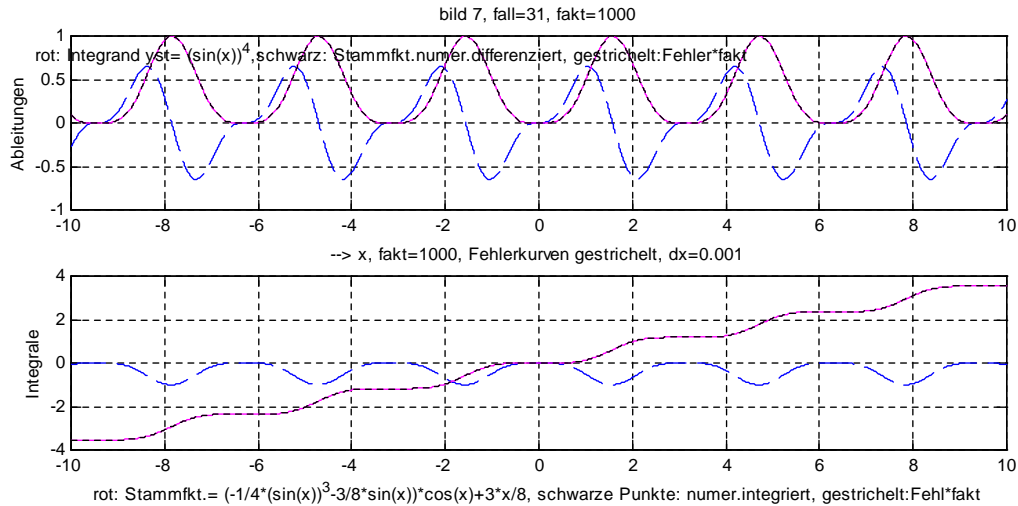
fall= 27:

DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$4 * x * \sin(2 * x)$, $4 * x * \sin(2 * x)$]

Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$\sin(2 * x) - 2 * x * \cos(2 * x)$, $\sin(2 * x) - 2 * x * \cos(2 * x)$]



clear;dx=0.001;xmin=-10;xmax=10;fakt=1000;dek=1;bild=7;fall=31;difint21;
 fall= 31:

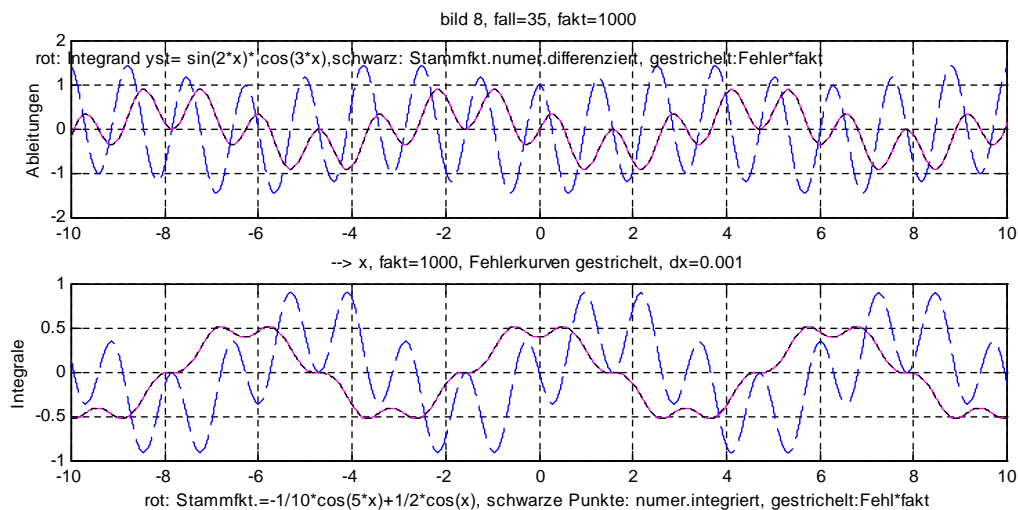
DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$(\sin(x))^4$, $(-3/4*\sin(x)^2*\cos(x)-3/8*\cos(x))*\cos(x)-(-1/4*\sin(x)^3-3/8*\sin(x))*\sin(x)+3/8$]

Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$(-1/4*(\sin(x))^3-3/8*\sin(x))*\cos(x)+3*x/8$, $-1/4*\sin(x)^3*\cos(x)-3/8*\cos(x)*\sin(x)+3/8*x$]

»



clear;dx=0.001;xmin=-10;xmax=10;fakt=1000;dek=1;bild=8;fall=35;difint21;
 fall= 35:

DiffQuotient: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$\sin(2*x)*\cos(3*x)$, $1/2*\sin(5*x)-1/2*\sin(x)$]

Integral: links gegeben, rechts symbolisch berechnet

[$-1/10*\cos(5*x)+1/2*\cos(x)$, $-1/10*\cos(5*x)+1/2*\cos(x)$]