Aufgabe 1.1

In[1]:=
```
f[x_, y_] := {E^(1-x) - Cos[y] + 0.2, x^2 + y - (1 + y) x - Sin[x] - 0.2}
```

Jacobi-Matrix:

In[2]:=
```
(df[x_, y_] = Transpose[{∂x f[x, y], ∂y f[x, y]}]) // MatrixForm
```

Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -e^{1-x} & \mathrm{Sin}[y] \\ -1 + 2x - y - \mathrm{Cos}[x] & 1 - x \end{pmatrix}$$

Jacobi-Matrix im Punkt $(1, 0)^T$:

In[3]:=
```
df[1, 0] // MatrixForm
```

Out[3]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 - \mathrm{Cos}[1] & 0 \end{pmatrix}$$

Die zweite Spalte ist ein Null-Vektor, daher ist der Rang nicht maximal und somit die Determinante in dem Punkt $(1, 0)^T$ null:

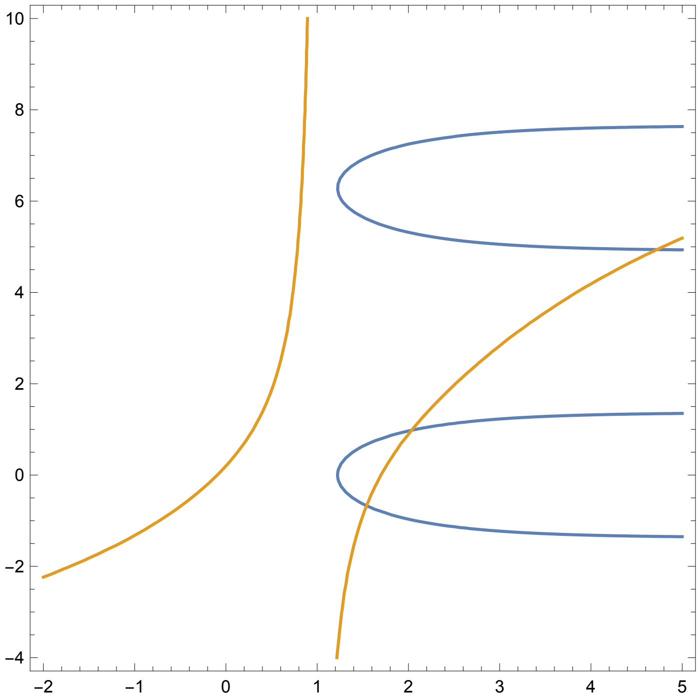
In[4]:=
```
Det[df[1, 0]]
```

Out[4]= 0

Ein zweidimensionales Problem kann gut visualisiert werden. Entsprechend kann ein leicht ein Startpunkt für die drei Lösungen (Schnittpunkte der beiden Kurven blau und orange) gefunden werden.

In[5]:=
```
ContourPlot[{f[x, y][[1]] == 0, f[x, y][[2]] == 0}, {x, -2, 5}, {y, -4, 10}]
```

Out[5]=



Newton-Iteration

1. Punkt: (1.54161, −0.67323)

In[6]:=
```
Norm[df[#[[1]], #[[2]]].# - f[#[[1]], #[[2]]] &[{1, 1}], Infinity]
```

Out[6]= 0.818227

In[7]:=
```
NestWhileList[# - LinearSolve[df[#[[1]], #[[2]]], f[#[[1]], #[[2]]]] &,
 {2, -0.5}, Norm[f[#[[1]], #[[2]]], Infinity] ≥ 10^-12 &]
```

Out[7]=
```
{{2, -0.5}, {1.56513, -0.8123}, {1.54118, -0.68271},
 {1.5416, -0.673276}, {1.54161, -0.67323}, {1.54161, -0.67323}}
```

2. Punkt: (2.03714, 0.983075)

In[8]:=
```
NestWhileList[# - LinearSolve[df[#[[1]], #[[2]]], f[#[[1]], #[[2]]]] &,
 {2, 0.5}, Norm[f[#[[1]], #[[2]]], Infinity] ≥ 10^-12 &]
```

Out[8]=
```
{{2, 0.5}, {2.1188, 1.23715}, {2.03978, 0.999024},
 {2.03717, 0.98317}, {2.03714, 0.983075}, {2.03714, 0.983075}}
```

3. Punkt: (4.72363,4.93846)

In[9]:=
```
NestWhileList[# - LinearSolve[df[#[[1]], #[[2]]], f[#[[1]], #[[2]]]] &,
 {4, 4}, Norm[f[#[[1]], #[[2]]], Infinity] ≥ 10^-12 &]
```

Out[9]=
```
{{4, 4}, {4.78536, 5.14208}, {4.71164, 4.93064},
 {4.72361, 4.93845}, {4.72363, 4.93846}, {4.72363, 4.93846}}
```

Die Newton-Iteration wird so lange durchgeführt, bis die Gleichung $f(x) = 0$ auf 12 Nachkommastellen erfüllt ist.