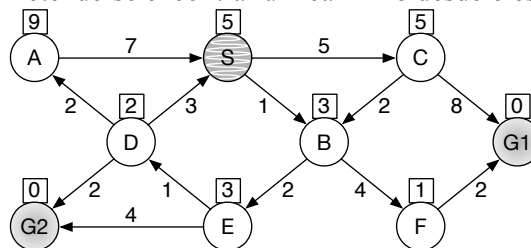


## Exame de Recurso – Com consulta limitada –

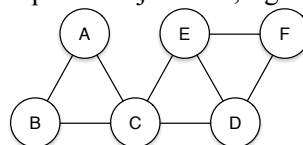
**I) [4val]** Considere o seguinte grafo de estados de um problema de procura. Os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (ação) respectivo, enquanto os valores nos rectângulos correspondem ao valor de uma heurística (estimativa do custo de chegar desse estado ao objectivo). Não se representam os nomes dos operadores, correspondendo cada arco a um operador distinto. Em todos os algoritmos cegos e em caso de empate nos algoritmos informados, quando um nó é expandido, assuma que os seus sucessores são sempre colocados na fronteira por ordem alfabética do nome do nó, de forma a que o nó mais próximo do início do alfabeto seja seleccionado antes dos seus irmãos. Pretende-se encontrar um caminho desde o estado S até G1 ou G2.



- Caracterize a heurística quanto à admissibilidade e consistência, justificando a sua resposta.
- Considere os algoritmos de procura em largura primeiro (otimizada), procura por aprofundamento progressivo, procura de custo uniforme (em grafos), procura sôfrega (em grafos) e A\* (em grafos, na versão mais eficiente do algoritmo que garante a obtenção da solução óptima dadas as características da heurística). Para cada um dos algoritmos, indicar:
  - Qual o caminho encontrado pelo algoritmo
  - Quais os nós que são retirados da fronteira (para serem testados e/ou expandidos), pela ordem pela qual foram retirados da fronteira.
- Imagine que temos um espaço de estados onde o custo de cada operador (ação) é 1, mas não temos uma função heurística. Queremos usar um algoritmo eficiente quanto à memória usada (medida pelo número máximo de nós armazenados na fronteira num dado momento), mas queremos também garantir que encontramos uma solução óptima. Que algoritmo de procura usaria?

XX

**II) [2val]** Considere o seguinte grafo de restrições, representando um mapa que pretendemos colorir com três cores (R)osa, (V)ermelha e (P)úrpura, de modo a que países adjacentes, ligados por um arco, não tenham a mesma cor.



- Assumindo que à variável B já foi atribuída a cor Rosa e à variável F a cor Vermelha, aplique o algoritmo de Verificação para a Frente (Forward Checking) e elimine (na folha de resposta) as cores que seriam descartadas para as restantes variáveis.
- Assumindo que à variável A já foi atribuída a cor Vermelha e à variável D a cor Púrpura, aplique o algoritmo de Consistência de Arcos (AC-3) e elimine (na folha de resposta) as cores que seriam descartadas para as restantes variáveis.
- Considere os seguintes domínios possíveis, obtidos após seleção da variável E e atribuição da cor Vermelha, seguida da propagação de restrições. Das restantes 5 variáveis, quais seriam seleccionadas pela heurística da variável mais constrangedora para serem consideradas a seguir?

A	B	C	D	E	F
R V P	R V P	R P	R P	V	R P

- Considere o seguinte conjunto inconsistente de atribuições. A variável C acabou de ser escolhida para lhe ser atribuída uma cor durante a execução de um algoritmo de procura local para encontrar uma atribuição completa e consistente. Que cor iria ser atribuída a C de acordo com a heurística min-conflitos?

A	B	C	D	E	F
P	P		V	V	P

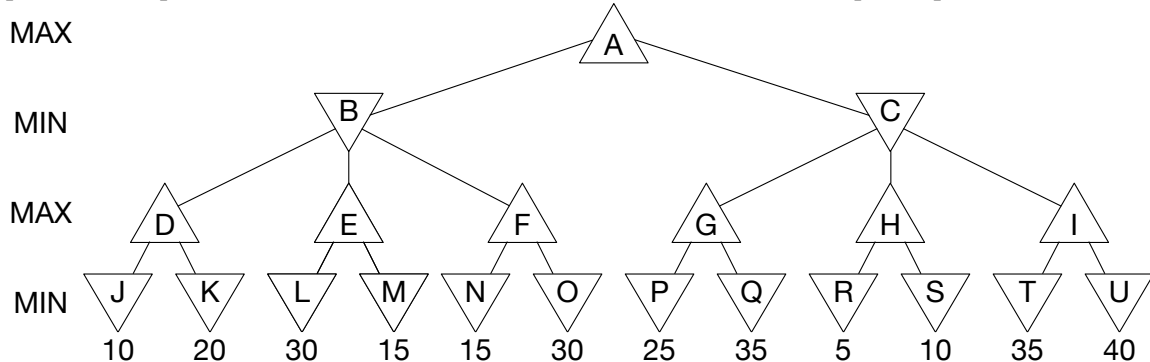
III) [1,5val] Indique todos os modelos estáveis de cada um dos seguintes programas em lógica normais ( $P_1$  e  $P_2$ ):

$P_1$       $r :- \sim s, \sim q.$   
            $s :- \sim r, \sim q.$   
            $q :- \sim r, \sim s.$

$P_2$       $r :- \sim s.$   
            $q :- r, \sim p.$   
            $p :- \sim q.$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

IV) [4val] Considere a árvore de jogo de dois jogadores (MAX e MIN), onde os valores nas folhas são estimativas do ganho para MAX a partir desse estado e os filhos de um nó são visitados da esquerda para a direita.



- Calcule o valor MINIMAX de cada nó não terminal e indique qual o movimento que MAX deverá escolher.
- Assumindo que a árvore é percorrida da esquerda para a direita, indique quais os nós que nunca chegariam a ser visitados pelo algoritmo de procura  $\alpha$ - $\beta$ .
- Ignore os valores nas folhas. Existe algum conjunto de valores a atribuir às folhas de forma a que o algoritmo de busca  $\alpha$ - $\beta$  efetuasse os seguintes cortes (responda SIM/NÃO em cada caso):
  - No arco de D para K.
  - No arco de F para O.
  - No arco de C para G.
- Considere agora que os nós D, E, F, G, H e I da árvore da figura são nós estocásticos (CHANCE) onde cada sucessor é equiprovável. Calcule o valor EXPECTEDMINIMAX dos nós A, B e C.
- Quando se usa o EXPECTEDMINIMAX para calcular o melhor movimento na raiz, multiplicar o valor de todas as folhas por 10 pode resultar num movimento na raiz diferente? Responda Sim ou Não.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

V) [4val] Estão constantemente a ocorrer abalos sísmicos por todo o globo. Desses, 90% têm magnitude fraca e 9% magnitude média. Cerca de 80% dos abalos sísmicos têm epicentro no mar, sendo os restantes 20% em terra. Os abalos com epicentro no mar de magnitude média provocam um tsunami em 5% dos casos, subindo esta probabilidade para 10% para o caso de abalos sísmicos de epicentro no mar e de magnitude elevada. Nas outras situações, a probabilidade de ocorrer um tsunami é de 1%. Infelizmente, abalos de magnitude elevada ou tsunamis provocam sempre vítimas mortais. Nas restantes situações, existem 20% de hipóteses de haver vítimas mortais em abalos sísmicos de magnitude média e de 1% para o caso de abalos sísmicos de magnitude fraca.

- Modele a situação anterior com uma rede de Bayes, indicando as variáveis aleatórias, seus domínios, topologia da rede e tabela de probabilidade condicionada.
- Calcule a probabilidade do abalo sísmico ter epicentro no mar, sabendo que ocorreu um tsunami e se verificaram vítimas mortais.
- Calcule a probabilidade de ocorrer simultaneamente um abalo sísmico de magnitude média e um tsunami.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

VI) [2val] Considere-se o seguinte conjunto de 6 exemplos  $D_1 - D_6$ , com 3 atributos cada, para o conceito **IrPraia**.

	Data	Dia	Estação	IrPraia
$D_1$	03-Jun-2018	Dom	Primavera	Sim
$D_2$	10-Jun-2018	Dom	Primavera	Sim
$D_3$	16-Jun-2018	Sáb	Primavera	Não

	Data	Dia	Estação	IrPraia
$D_4$	23-Jun-2018	Sáb	Verão	Sim
$D_5$	26-Jun-2018	3 <sup>a</sup>	Verão	Não
$D_6$	27-Jun-2018	4 <sup>a</sup>	Verão	Sim

Apresente a árvore de decisão construída pelo algoritmo DTL. Justifique sem efetuar cálculos, comentando o resultado obtido quanto à capacidade de generalização da árvore induzida.

**VII) [2,5val]** Considere um domínio onde os indivíduos (objetos) são pessoas e línguas. Seja  $L$  a linguagem da lógica de primeira ordem com as constantes **A**, **B**, **P**, e **R**, representando, respectivamente, o António, a Berta, a língua portuguesa e a língua russa, bem como com os seguintes predicados:

- $S(x, n)$  : a pessoa  $x$  fala a língua  $n$ .
- $C(x, y)$  : as pessoas  $x$  e  $y$  podem comunicar.
- $I(w, x, y)$  : a pessoa  $w$  pode servir de intérprete entre as pessoas  $x$  e  $y$ .

a) Expresse as seguintes frases na linguagem  $L$

- i. O António fala Português.
- ii. A Berta fala Russo.
- iii. Se  $x$  e  $y$  ambos falam  $n$ , então  $x$  e  $y$  podem comunicar.
- iv. Se  $w$  pode comunicar tanto com  $x$  como com  $y$ , então  $w$  pode servir de intérprete entre  $x$  e  $y$ .
- v. Para quaisquer duas línguas  $m$  e  $n$ , existe alguém que fala tanto  $m$  como  $n$ .
- vi. Existe alguém que pode servir de intérprete entre o António e a Berta.

b) Apresente (sem passos intermédios) as cláusulas a usar pelo método de resolução para provar que a frase vi é uma consequência lógica das frases i-v, e prove-o usando esse método (apresentando todos os passos).

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

**VIII) [Bónus: até 1val]** Considere o problema do caixeiro-viajante e a sua resolução através de algoritmos genéticos com o operador de recombinação Order Crossover (OX). Indique os indivíduos resultantes da aplicação do operador OX aos indivíduos seguintes, com os pontos de corte indicados.

**p1 = 7489|351|26**

**p2 = 1276|543|89**

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

**IX) [Bónus: até 2val]** Para cada alínea, indique se ela é verdadeira ou falsa. Cada resposta correta vale 0,5val, cada resposta errada vale -0,5val. A pergunta tem uma cotação mínima de 0 valores.

- a) O algoritmo de aprendizagem do perceptrão permite que um perceptrão aprenda a classificar corretamente qualquer problema de classificação em 2 classes.
- b) O seguinte produto de fatores corresponde a uma Rede de Bayes válida sobre as variáveis  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ :  

$$P(A|B)P(B|C,D)P(C|D)P(D|A)$$
- c) O ganho de informação na raiz de uma árvore de decisão é sempre pelo menos tão grande como o ganho de informação em qualquer outro nó da mesma árvore.
- d) Para um qualquer problema de planeamento, não existem soluções com menos acções do que as soluções obtidos pelo algoritmo GRAPHPLAN.

**FIM**

Nome:

Número:

I.a) Admissível: **Sim**Consistente: **Não**

Justificação: É admissível por o valor da heurística para cada estado (nó do grafo) não ser superior ao custo menor para chegar ao objectivo, que pode ser verificado diretamente no grafo, dado o seu tamanho reduzido:  $h(A)=9 < h^*(A)=c(A \rightarrow S \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow G2)=13$ ,  $h(B)=3 < h^*(B)=c(B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow G2)=6$ , etc.

Não é consistente pois existem estados  $n_1$ ,  $n_2$ , ligados por um arco com custo  $c(n_1, n_2)$  tal que  $h(n_1) > c(n_1, n_2) + h(n_2)$ . Por exemplo, se  $n_1=S$  e  $n_2=B$ , temos que  $h(S)=5$ ,  $c(S, B)=1$  e  $h(B)=3$ , logo,  $h(S) > c(S, B) + h(B)$ , pelo que a heurística não é consistente.

I.b) Algoritmo	Solução	Nós Retirados da Fronteira
Largura primeiro	$S \rightarrow C \rightarrow G1$	S B C
Aprofundamento progressivo	$S \rightarrow C \rightarrow G1$	S S B C S B E F C B G1
Custo uniforme	$S \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow G2$	S(0) B(1) E(3) D(4) C(5) F(5) A(6) G2(6)
Sôfrega	$S \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow G1$	S(5) B(3) F(1) G1(0)
A*	$S \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow G2$	S(5) B(4) E(6) D(6) F(6) G2(6)

I.c) Aprofundamento Progressivo

IIa)	A	B	C	D	E	F
	V P	R	V P	R P	R P	V
b)						
c)						
Variáveis: C						
d)						
Cor: Rosa						

III. $P_1$	$M_1 = \{r\}$ $M_2 = \{s\}$ $M_3 = \{q\}$
$P_2$	$M_1 = \{r, q\}$ $M_2 = \{r, p\}$

IV.a)									
A: 20    B: 20    C: 10    D: 20    E: 30    F: 30    G: 35    H: 10    I: 40    Movim. de MAX: B									
b)									
Nós não visitados: M I T U									
c) i.			ii.				iii.		
Não			Sim				Não		
d)						e)			
A: 15    B: 15    C: 7,5						Não			

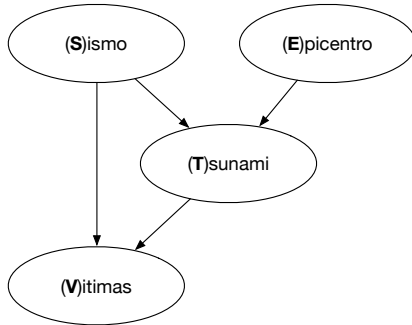
**V.a) Rede e domínios das variáveis**

$S \in \{(f) \text{raco}, (m) \text{édio}, (e) \text{levado}\}$

$E \in \{(m) \text{ar}, (t) \text{erra}\}$

$T \in \{(v) \text{erdadeiro}, (f) \text{also}\}$

$V \in \{(v) \text{erdadeiro}, (f) \text{also}\}$



**Tabelas de probabilidade Condicionada**

$P(S=f)$	$P(S=m)$	$P(S=e)$
0,9	0,09	0,01

$P(E=m)$	$P(E=t)$
0,8	0,2

S	E	$P(t S,E)$	$P(\neg t S,E)$
f	m	0,01	0,99
f	t	0,01	0,99
m	m	0,05	0,95
m	t	0,01	0,99
e	m	0,1	0,9
e	t	0,01	0,99

S	T	$P(v S,T)$	$P(\neg v S,T)$
f	v	1	0
f	f	0,01	0,99
m	v	1	0
m	f	0,2	0,8
e	v	1	0
e	f	1	0

**V.b)**

$$P(E = m | T = v, V = v) = P(E = m | t, v) = \alpha P(E = m, t, v) = \alpha \sum_S P(E = m, S, t, v)$$

$$\sum_S P(E, S, t, v) = \sum_S P(E) P(S) P(t | S, E) P(v | S, t) = \\ = P(E) \sum_S P(S) P(t | S, E) P(v | S, t)$$

$$E = m: 0,8 \cdot [(0,01 \cdot 0,1 \cdot 1) + (0,09 \cdot 0,05 \cdot 1) + (0,9 \cdot 0,01 \cdot 1)] = 0,0116$$

$$E = t: 0,2 \cdot [(0,01 \cdot 0,1 \cdot 1) + (0,09 \cdot 0,01 \cdot 1) + (0,9 \cdot 0,01 \cdot 1)] = 0,0020$$

$$P(E = m | T = v, V = v) = \frac{0,0116}{0,0116 + 0,0020} = 0,8529 = 85,29\%$$

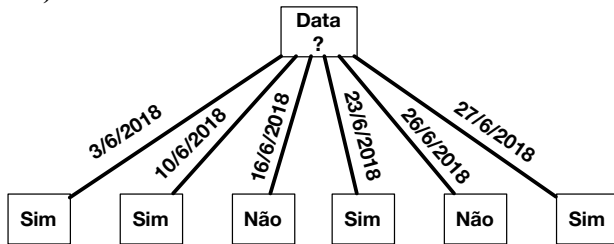
**V.c)**

$$\begin{aligned} P(S = m, t = v) &= P(S = m, t) = \sum_E \sum_V P(S = m, t, E, V) \\ &= \sum_E \sum_V P(E) P(S = m) P(t | S = m, E) P(V | S = m, t) \\ &= P(S = m) \sum_E P(E) P(t | S = m, E) \underbrace{\sum_V P(V | S = m, t)}_{=1} \\ &= P(S = m) \sum_E P(E) P(t | S = m, E) \\ &= 0,09 \cdot (0,8 \cdot 0,05 + 0,2 \cdot 0,01) = 0,00378 = 0,38\% \end{aligned}$$

Nome:

Número:

VI.a) Árvore:



Justificação:

O atributo Data tem o maior ganho de informação, e separa todos os exemplos de treino em subconjuntos (unitários) onde todos os seus elementos concordam na classificação, não sendo portanto necessário mais nós de teste.

Comentário:

A árvore não tem boa capacidade de generalização, dado estar a usar como único nó de teste um atributo que é, na sua essência, uma chave candidata dos exemplos. Qualquer exemplo correspondente a uma data diferente das usadas no conjunto de treino, seria classificado de acordo com a moda do conjunto de treino (ramo não apresentado).

VII.a). i.  $S(A, P)$

iv.  $\forall x \forall y \forall w [C(w, x) \wedge C(w, y) \Rightarrow I(w, x, y)]$

ii.  $S(B, R)$

v.  $\forall m \forall n \exists y [S(y, n) \wedge S(y, m)]$

iii.  $\forall x \forall y \forall n [S(x, n) \wedge S(y, n) \Rightarrow C(x, y)]$

vi.  $\exists z [I(z, A, B)]$

b) Cláusulas:

1.  $[S(A, P)]$
2.  $[S(B, R)]$
3.  $[C(x_1, y_1), \neg S(x_1, n_1), \neg S(y_1, n_1)]$
4.  $[I(w, x_2, y_2), \neg C(w, x_2), \neg C(w, y_2)]$
5.  $[S(f(m_2, n_2), n_2)]$
6.  $[S(f(m_3, n_3), m_3)]$
7.  $[\neg I(z, A, B)]$

Prova por resolução:

- |  |   |
|--|---|
| 8. $[\neg C(w, A), \neg C(w, B)]$                    | (res) 7. e 4. com $z = w, x_2 = A, y_2 = B$ |
| 9. $[\neg C(w, B), \neg S(w, n_1), \neg S(A, n_1)]$  | (res) 8. e 3. com $x_1 = w, y_1 = A$        |
| 10. $[\neg C(w, B), \neg S(w, P)]$                   | (res) 9. e 1. com $n_1 = P$                 |
| 11. $[\neg S(w, P), \neg S(w, n_1), \neg S(B, n_1)]$ | (res) 10. e 3. com $x_1 = w, y_1 = B$       |
| 12. $[\neg S(w, P), \neg S(w, R)]$                   | (res) 11. e 2. com $n_1 = R$                |
| 13. $[\neg S(f(m_2, P), R)]$                         | (res) 12. e 5. com $n_2 = P, w = f(m_2, P)$ |
| 14. $[ ]$  | (res) 13. e 6. com $m_2 = m_3 = R, n_3 = P$ |

VIII.

f1 = 276435189

f2 = 789154326

IX.a)

Falso

b)

Falso

c)

Falso

d)

Falso