Umgang mit formalen Definitionen

In den letzten Stunden haben Sie mit vielen Definitionen gearbeitet und diese angewendet. Neben dem reinen anwenden ist es auch wichtig zu verstehen, wie mit einer Definitionen begründet werden kann ob etwas der Definition entspricht oder nicht. Mit den folgenden Aufgaben sollen Sie dies üben.

Definition: Ableitung

Wenn der **Differenzenquotient** $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ **einen** Grenzwert besitzt und somit existiert, dann heißt dieser

Ableitung von f an der Stelle x_0.

In Anwendungsaufgaben wird die Ableitung auch als **momentane bzw. lokale Änderungsrate** der zugehörigen Größe bezeichnet.

Aufgabe 1
Petra betrachtet die abgebildete Betragsfunktion $f(x) = |x-1|$. Das bedeutet, dass $f(x) = x-1$ für $x \geq 1$ und $f(x) = -x+1$ für $x < 1$.

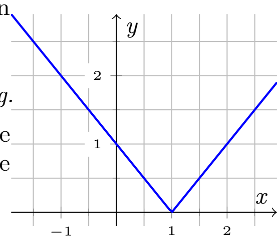
(Das |-Zeichen nennt man Betragsstrich.)

a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Bedeutung der Betragsstriche. Verwenden Sie zur Erklärung die Funktion $g(x) = |x|$.

Tipp: Bestimmen Sie einzelne Funktionswerte von $f(x)$ anhand der obigen Bedeutung.

b) Sie behauptet die Funktion besitzt an der Stelle $x_0 = 1$ keine momentane Änderungsrate, denn an dieser Stelle kann der Differenzenquotient zwei Grenzwerte besitzen.

Nennen Sie die zwei möglichen Grenzwerte und begründen Sie Ihre Wahl.



Definition: differenzierbar

Wenn der **Differenzenquotient** an <u>einer Stelle</u> x_0 existiert, so nennt man die Funktion

differenzierbar an der Stelle x_0.

Aufgabe 2
An welchen Stellen ist Funktion $f(x) = |x-1|$ differenzierbar. Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Definitionen.

Definition: Ableitungsfunktion

Ist eine Funktion f für alle $x \in D_f$ differenzierbar, so heißt die Funktion, die jeder Stelle x der Definitionsmenge die Ableitung $f'(x)$ an dieser Stelle zuordnet,

die Ableitungsfunktion $f'(x)$ oder kurz **Ableitung von** f.

$f'(x)$ wird „f Strich von x"gesprochen.

Aufgabe 3
Petra behauptet die Funktion $f(x) = |x-1|$ besitzt trotzdem eine Ableitungsfunktion. Es muss lediglich eine Einschränkung vorgenommen werden.

a) Verwenden Sie die Lösung der Aufgabe 2 um eine Einschränkung vorzunehmen.

b) Nennen Sie die Ableitungsfunktion. Sie können diese berechnen oder anhand der Abbildung begründen.

Tipp: Die Ableitungsfunktion besteht aus zwei Funktionen mit unterschiedlichen Definitionsbereichen (D_f)