Livret Trigonométrie : Cosinus

Partie I : Constructions et mesures

On va construire des triangles rectangles.

1. On fixe un côté adjacent à l'angle droit

Construis

ABC tel que AC = 18,4 cm
ABD tel que AD = 14,0 cm
ABE tel que AE = 9,9 cm
ABF tel que AF = 7,7 cm
ABG tel que AG = 7,2 cm

Mesure

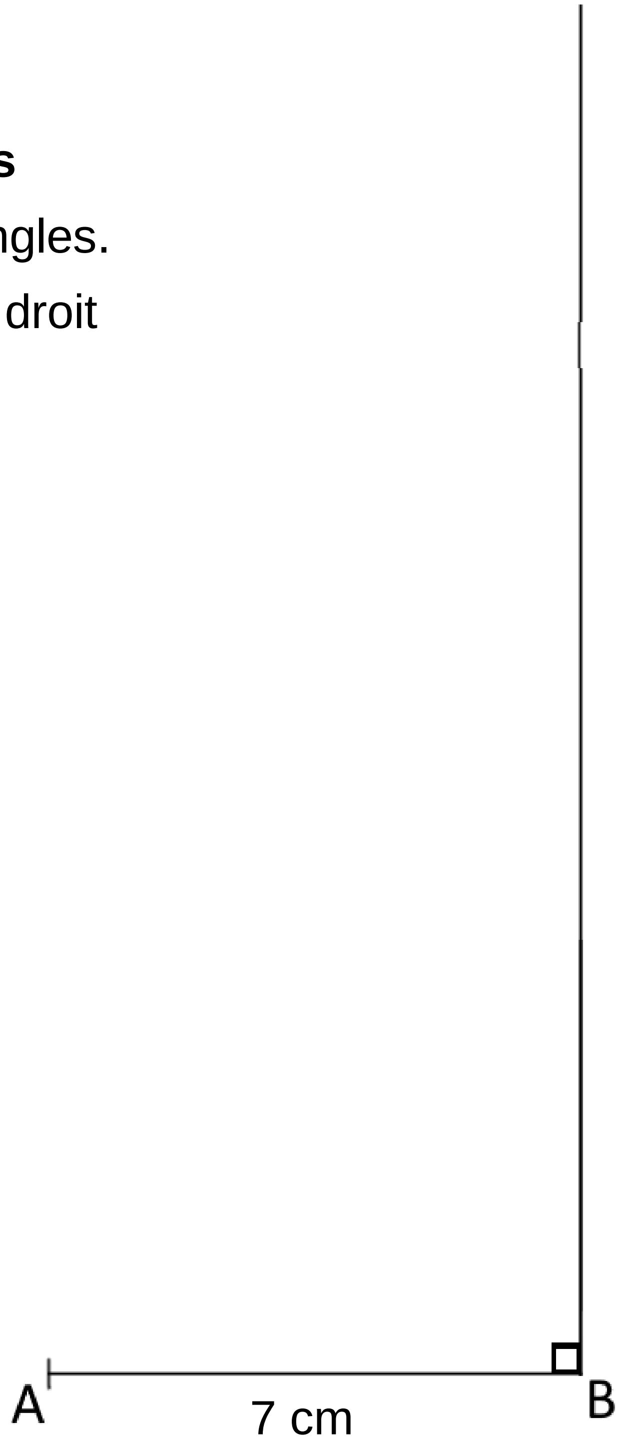
$\widehat{BAC} =$

$\widehat{BAD} =$

$\widehat{BAE} =$

$\widehat{BAF} =$

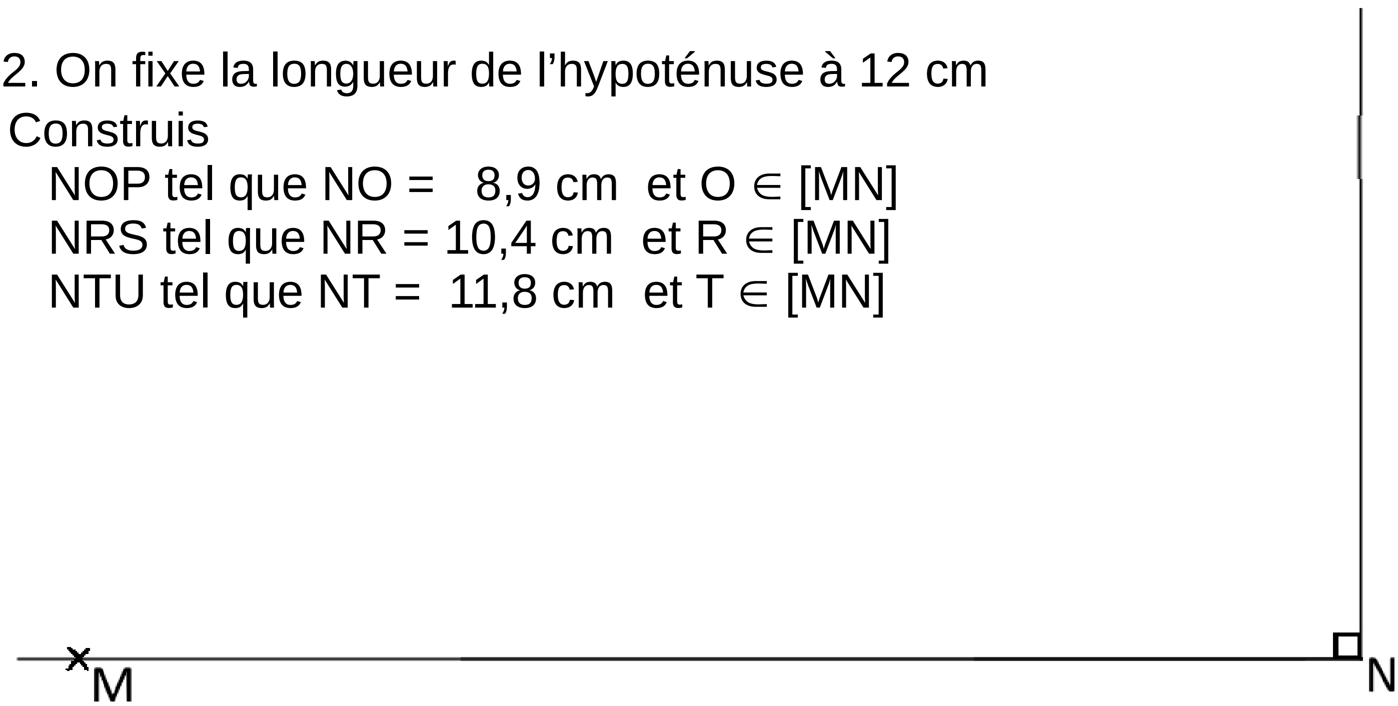
$\widehat{BAG} =$



2. On fixe la longueur de l'hypoténuse à 12 cm

Construis

NOP tel que NO = 8,9 cm et O $\in$ [MN]
NRS tel que NR = 10,4 cm et R $\in$ [MN]
NTU tel que NT = 11,8 cm et T $\in$ [MN]

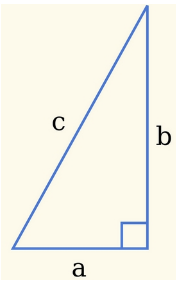


Partie II : Initiation aux fonctions

Une fonction est un objet mathématique.

A partir de conditions de départ, un théorème donne une conclusion.
A partir d'un nombre de départ, une fonction donne un autre nombre.

Écriture générique :



$\longmapsto$ $a^2 + b^2 = c^2$

Théorème
de Pythagore

$x \longmapsto 2x - 1$

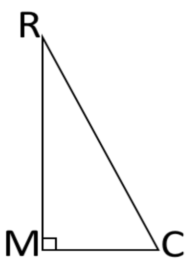
Fonction
« multiplier par 2
puis soustraire 1 »

Quand on utilise un théorème dans une situation particulière,
pour avoir les conclusions,
on dit qu'on applique le théorème.

De la même manière, quand on utilise une fonction sur un nombre particulier,
pour avoir le résultat,
on dit qu'**on applique la fonction à ce nombre**.
On note le résultat *nom_de_ma_fonction(nombre_de_départ).*

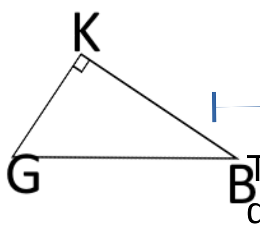
''Multiplier par 2 puis soustraire 1'', c'est un peu long comme nom de fonction.
Appelons-la plutôt f.
Quand on applique f à 7, on obtient f(7). A l'oral on dit « f de 7 ».

Exemples d'application :



$\longmapsto$

Théorème
de Pythagore



$\longmapsto$

Théorème
de Pythagore

$7 \xrightarrow{f}$ f(7) = 2x7- 1 = 13

$10 \xrightarrow{f}$ f(10) = 19

$100 \xrightarrow{f}$ f(…) =

$0 \xrightarrow{f}$ f(…) =

$-1 \xrightarrow{f}$ f(…)=

$\frac{1}{2} \xrightarrow{f}$ f(…) =

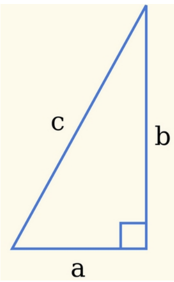
$0{,}1 \xrightarrow{f}$ f(…) =

Partie III : Fonctions réciproques

Quand la réciproque d'un théorème est vraie,
on peut l'appliquer pour mener le cheminement logique dans l'autre sens.

De la même manière, la fonction réciproque, *quand elle existe*,
peut être appliquée pour revenir au nombre de départ en partant du résultat.

<u>Écriture générique :</u>



$$\longleftarrow\!\!\mid \; a^2 + b^2 = c^2$$

Réciproque
du Théorème
de Pythagore

$$x \longleftarrow\!\!\mid \; 2x - 1$$

Fonction
réciproque
de la fonction f

La réciproque de « multiplier par 2 puis soustraire 1 »
est « ajouter 1 puis diviser par 2 ».
On détricote petit à petit ce qu'a fait la fonction, en commençant par la fin.

Notation : la **fonction réciproque** se note souvent **f^{-1}**,
on l'appelle aussi **fonction inverse**, d'où la notation « exposant -1 ».

$$x \xmapsto[f^{-1}]{} \frac{x+1}{2}$$

<u>Exemples d'application :</u>

$RC^2 = RM^2 + MC^2 \longmapsto$

Réciproque
du Théorème
de Pythagore

$GB^2 = GK^2 + KB^2$

$\longmapsto$

Réciproque
du Théorème
de Pythagore

$13 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(13) = (13+1)/2 = 7$

$19 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(19) =$

$199 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(\ \dots\ ) =$

$-1 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(\ \dots\ ) =$

$-3 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(\ \dots\ ) =$

$0 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(\ \dots\ ) =$

$-0{,}8 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(\ \dots\ ) =$

<u>Remarque importante :</u> $10 \xmapsto[f]{} f(10) = 19 \xmapsto[f^{-1}]{} f^{-1}(19) = f^{-1}(f(10)) = 10$

Partie IV : Le cosinus, une fonction comme les autres

Le cosinus est une fonction. Sa fonction réciproque s'appelle « arc cosinus ».

$$x \xmapsto{\cos} \cos(x) \qquad\qquad \cos(x) \xmapsto{\cos^{-1}} x$$

angle
en degrés
entre 0 et 90

nombre
entre 0 et 1

$\cos^{-1}$
ou
Acos
ou bien
Arccos

Passe ta calculatrice en **mode degrés (MOD DEG),**
puis calcule les valeurs manquantes.

$0 \xmapsto{\cos}$	$\cos(0) =$	$0 \xmapsto{\cos^{-1}}$	$\cos^{-1}(0) =$
$90 \xmapsto{\cos}$	$\cos(90) =$	$0{,}1 \xmapsto{\cos^{-1}}$	$\cos^{-1}(0{,}1) =$
$45 \xmapsto{\cos}$	$\cos(\ \ldots\ ) =$	$0{,}2 \xmapsto{\cos^{-1}}$	$\cos^{-1}(\ \ldots\ ) =$
$30 \xmapsto{\cos}$	$\cos(\ \ldots\ ) =$	$0{,}3 \xmapsto{\cos^{-1}}$	$\cos^{-1}(\ \ldots\ ) =$
$60 \xmapsto{\cos}$	$\cos(\ \ldots\ ) =$	$0{,}5 \xmapsto{\cos^{-1}}$	$\cos^{-1}(\ \ldots\ ) =$
$5 \xmapsto{\cos}$	$\cos(\ \ldots\ ) =$	$0{,}75 \xmapsto{\cos^{-1}}$	$\cos^{-1}(\ \ldots\ ) =$
$82{,}91 \xmapsto{\cos}$	$\cos(\ \ldots\ ) =$	$1 \xmapsto{\cos^{-1}}$	$\cos^{-1}(\ \ldots\ ) =$

Partie V : Retour à la géométrie de la partie I

(déplie la feuille pour être à l'aise)

Calcule les cosinus des angles

$\cos(\widehat{BAC}) =$

$\cos(\widehat{BAD}) =$

$\cos(\widehat{BAE}) =$

$\cos(\widehat{BAF}) =$

$\cos(\widehat{BAG}) =$

Calcule les rapports de longueur

$\frac{AB}{AC} =$

$\frac{AB}{AD} =$

$\frac{AB}{AE} =$

$\frac{AB}{AF} =$

$\frac{AB}{AG} =$

Que constates-tu ?

Calcule les angles en utilisant $\cos^{-1}$

$\widehat{NOP} = \cos^{-1}\left(\frac{NO}{OP}\right) =$ $\qquad$ $\widehat{NRS} = \cos^{-1}\left(\frac{NR}{RS}\right) =$ $\qquad$ $\widehat{NTU} = \cos^{-1}\left(\frac{NT}{TU}\right) =$

Compare ces angles avec leurs mesures sur la figure $\longrightarrow$