

Теория графов и её приложения

Отчёт по проектному заданию

Козырев С. А., Куклин Д. В.

Факультет прикладной математики — процессов управления
Санкт-Петербургский государственный университет

5 июня 2020 г.



Постановка задачи

Требовалось:



Постановка задачи

Требовалось:

- 1 построить граф дорог Российского города,



Постановка задачи

Требовалось:

- ① построить граф дорог Российского города,
- ② оценить удобство размещения зданий,



Постановка задачи

Требовалось:

- ① построить граф дорог Российского города,
- ② оценить удобство размещения зданий,
- ③ спланировать размещение зданий.



Что мы выбрали

① C++



Что мы выбрали

- ① C++ , так как
 - большинство проектов написаны либо на C, либо на C++,



Что мы выбрали

- ① C++ , так как
 - большинство проектов написаны либо на C, либо на C++,
 - среди остальных C++ является наиболее быстрым,



Что мы выбрали

① C++ , так как

- большинство проектов написаны либо на C, либо на C++,
- среди остальных C++ является наиболее быстрым,
- Python простой,



Что мы выбрали

- ① C++ , так как
 - большинство проектов написаны либо на C, либо на C++,
 - среди остальных C++ является наиболее быстрым,
 - Python простой,
- ② *libosmium*,



Что мы выбрали

- ① C++ , так как
 - большинство проектов написаны либо на C, либо на C++,
 - среди остальных C++ является наиболее быстрым,
 - Python простой,
- ② *libosmium*,
- ③ Нижний Новгород.



Спецификация *OSM* определяет следующие структуры данных:

- *Node* (узел),
- *Way* (путь),
- *Relation* (отношение).



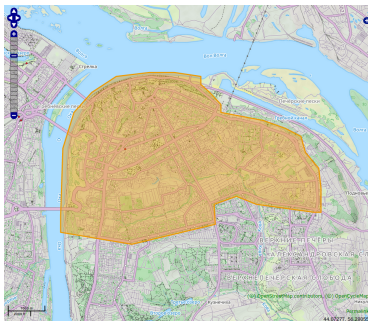


Рис.: Карта центра Нижнего Новгорода



Добавление путей

```
unordered_map<uint64_t, bool> marked {};  
  
void way(Way& way) noexcept {  
    if (!way.has_key("highway")) { return; }  
    for (auto& node: way.nodes()) {  
        if (marked.contains(node)) {  
            marked[node] |= true;  
        } else {  
            marked.insert({ node, false });  
        }  
    }  
}
```



Добавление путей

```
for (auto& curr: way.nodes()) {  
    if (curr != first && curr != last) {  
        if (marked.at(curr)) {  
            auto d = ... // One-way or two-way.  
            auto w = haversine(pred, curr);  
            routes.add_edge({ pred, curr }, w, d);  
            pred = &curr;  
        }  
    }  
}  
  
auto w = haversine(pred, last), d = ...;  
routes.add_edge({ pred, last }, w, d);
```



Расстояние между узлами

Расстояние между двумя узлами можно вычислить, используя формулу гаверсинуса

$$\eta(\Theta) = \eta(\varphi_2 - \varphi_1) + \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) \eta(\lambda_2 - \lambda_1),$$
$$d = 2r \arcsin(\sqrt{\eta(\Theta)}),$$

где Θ — центральный угол, $\varphi_{1,2}$ — широты в радианах, $\lambda_{1,2}$ — высоты в радианах и $\eta(\theta) = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ для произвольного угла θ .



Структура Node

```
struct Node {  
private:  
    using Angle = long double;  
    uint64_t m_id = 0;  
    Angle m_latitude = 0;  
    Angle m_longitude = 0;  
};
```



Структура Graph

```
struct Graph {  
private:  
    using Edge = pair<Node, Node>;  
    using OutEdges = unordered_map<Node, Distance>;  
    using AdjList = unordered_map<Node, OutEdges>;  
  
    AdjList m_data {};  
};
```



Для каждого здания на карте

- ① вычисляем барицентр здания,
- ② находим ближайший к зданию узел дороги,
- ③ в структуре *Building* связываем со зданием найденный узел.



Структура Building

```
struct Building {  
private:  
    enum class Type {  
        House,  
        Facility  
    };  
  
    uint64_t m_id = 0;  
    Type m_type;  
    Angle m_latitude = 0;  
    Angle m_longitude = 0;  
    Node m_closest_node; // Closest road node.  
};
```



Структура Map

```
struct Map {  
    struct Path {  
        private:  
            Building m_from, m_to;  
            Distance m_distance;  
    };  
  
    struct TracedPath: public Path {  
        private:  
            vector<Node> m_trace;  
    };  
  
private:  
    Buildings m_buildings;  
    Graph m_graph;  
};
```



Проблема производительности

Очевидно, карта составляется долго.

Libosmium каждый раз производит чтение карты и заполнение структур.

Вопрос итоговой сложности является открытым, но любой желающий может получить на него ответ, изучив исходный код библиотеки.



Мы обошли проблему, применив кэширование к структуре Map.

```
template<typename T>
bool serialize(fs::path& filename, T&& data) {
    std::ofstream binary { filename };
    boost::binary_oarchive archive { binary };
    archive << data;
    binary.close();
    return true;
}
```



```
template<typename T>
bool deserialize(fs::path& filename, T&& data) {
    if (!fs::exists(filename)) { return false; }
    std::ifstream binary { filename };
    boost::binary_iarchive archive { binary };
    archive >> data;
    binary.close();
    return true;
}
```

