

# Diffusion Theory

## 그래프의 전파 예시

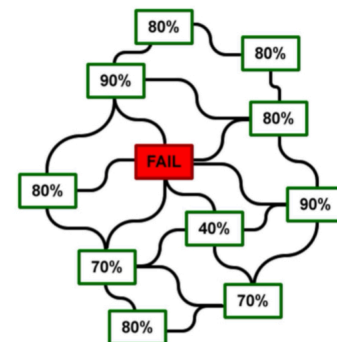
### 전파의 종류

행동전파

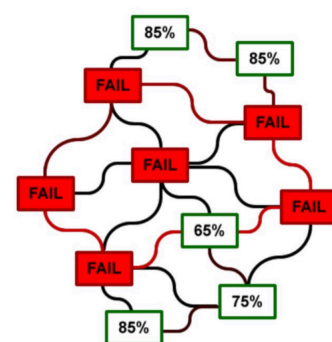
정보의 전파

고장 오류의 전파

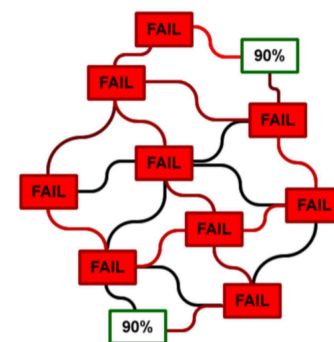
질병의 전파



Initial failure



Network rebalances load



Network fails

## 의사결정 기반의 전파모형

이웃 정점의 상황을 고려하여 해당 정점이 **의사결정을 내리는 방식**.

어떠한 기준에서 의사결정을 하는가

선형 임계치 모형 ( Linear Threshold Model )

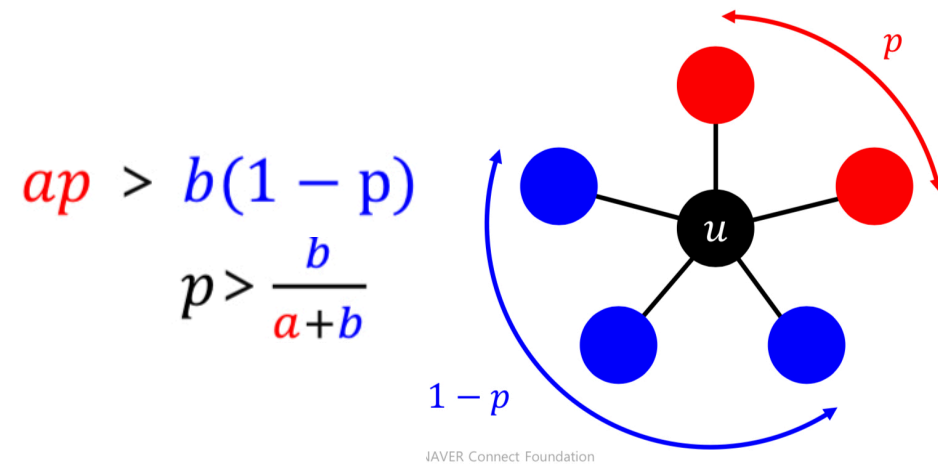
A, B 두개의 선택지의 효용이 a, b 라 할 때

A를 선택할 임계치  $\frac{a}{a+b}$

B를 선택할 임계치  $\frac{b}{a+b}$

이는 각 선택지에 따른 효용에 따라 변한다.

*만약 3개의 category 라면?..*



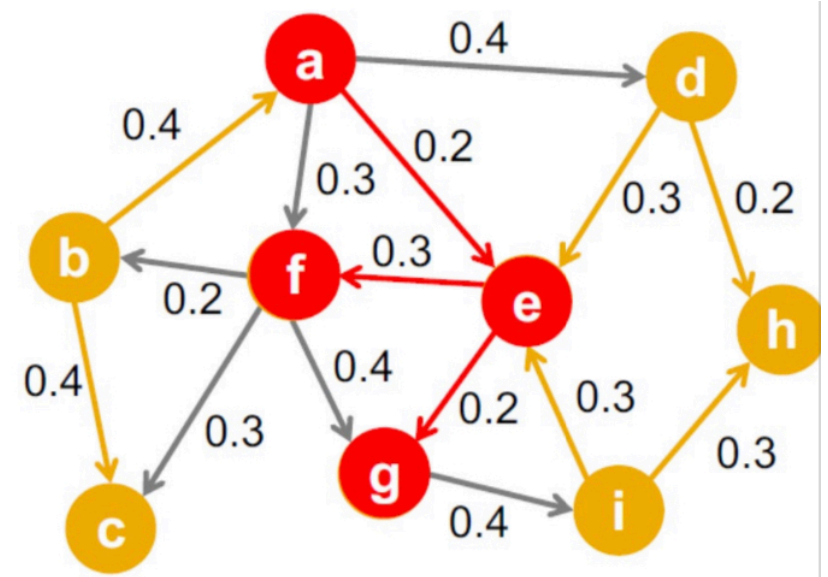
## 확률적 전파 모형

상대 정점으로 인해서 해당 정점의 주체적인 의사 없이 전파되는 모델  
질병..

## 독립적 전파 모형

정점  $u$  가 정점  $v$  에게 전파할 확률  $P_{uv}$  을 간선의 가중치로 부여  
간선의 가중치 ( 전파 확률 ) 독립적으로 작용

SIS , SIR



## 확률적 전파 모형

**SIR Model** 질병의 확산을 수학적으로 정의하기 위해서 도입된 모델.  
시간에 따른 전파 경과를 파악

S : **S**usceptible I : **I**nfectious R : **R**ecovered

모형에서 개체는 S → I → R 순서로 진화

감염이 된 개체 I는  $\nu$  의 확률로 S개체를 감염시키거나,  $\delta$  확률로 **면역상태 R** 이 된다.

모형에서의 대상( 인구수 )는 고정

$$N = S + I + R \quad N : \text{number of vertices}$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N},$$

$\beta$  : the average number of contacts per person per time

$\gamma$  : 회복률 ( 회복 기간 의 역수 )

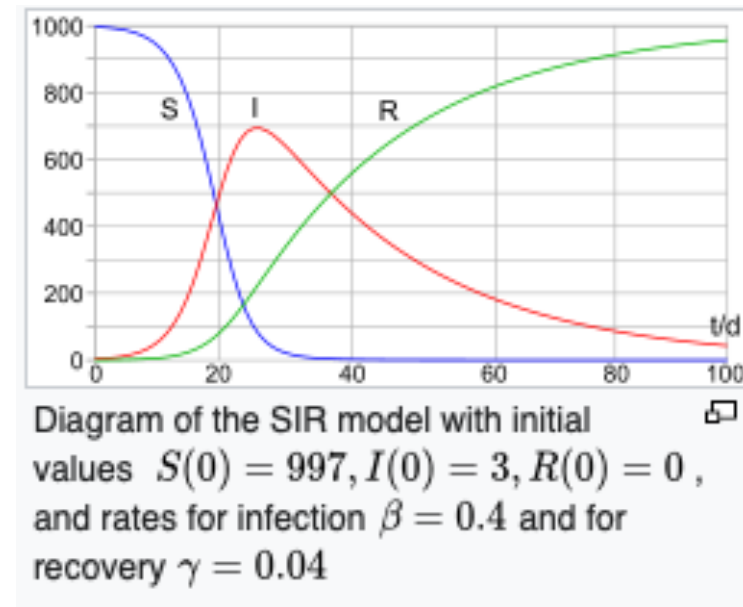
$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I,$$

$$\frac{\beta S}{\gamma} > 1$$

$$\frac{\beta S}{\gamma} = R_0$$

기초 감염재생 지수 : 한사람당 감염자수

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I,$$

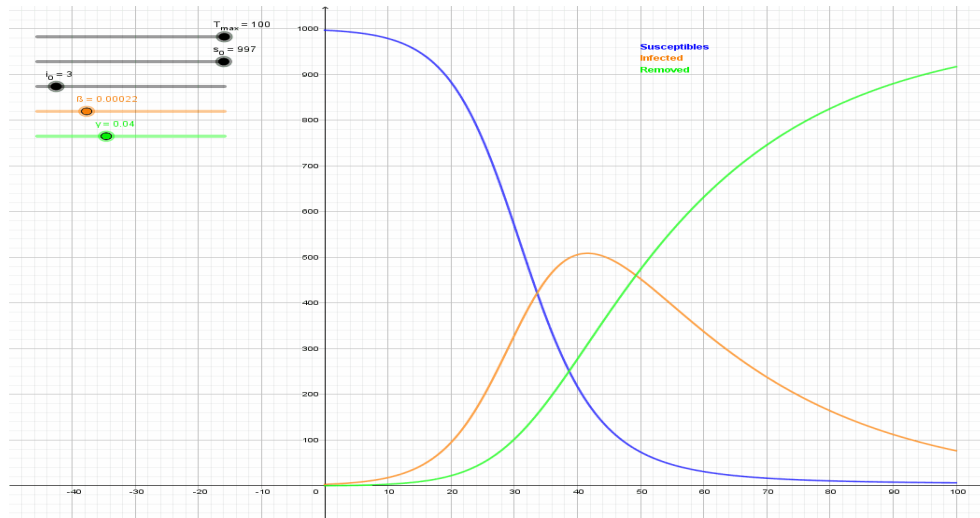


wikipedia.org

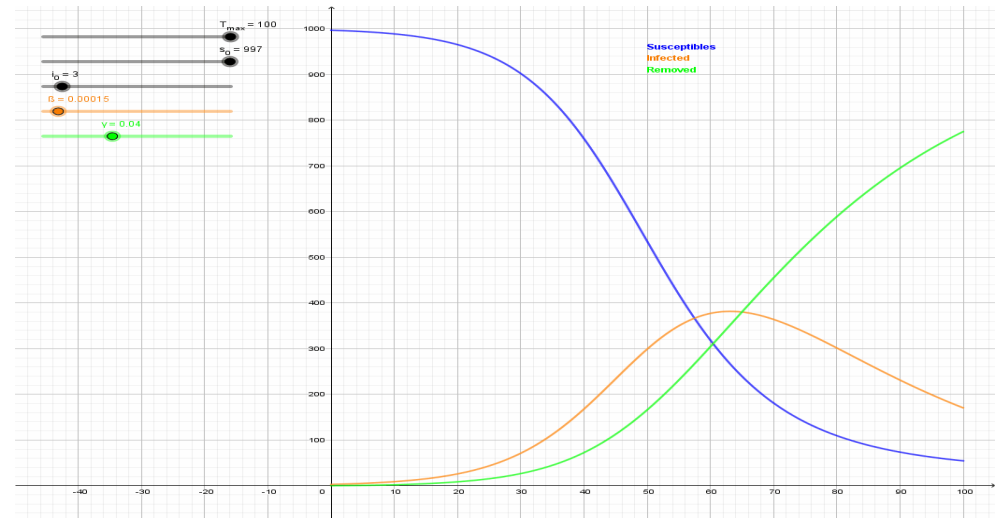
$\beta \gamma$  를 구하여( 파라미터 ) 위의 식을 적분, 시간에 따른 감염자 수 를 예측

## 확률적 전파 모형

$$\beta = 0.00022 \quad \gamma = 0.04$$



$$\beta = 0.00019 \quad \gamma = 0.04$$



## 파생 모델

### SIS Model

S : Susceptible    I : Infectious

S → I → S 로의 진화 감염상태에서 완전한 면역 상태가 되는것이 아닌 재발가능 성이 존재한다고 가정.

[https://sites.me.ucsb.edu/~moehlis/APC514/tutorials/tutorial\\_seasonal/node2.html](https://sites.me.ucsb.edu/~moehlis/APC514/tutorials/tutorial_seasonal/node2.html)

관련 논문 [http://fracton.khu.ac.kr/~syook/reprints/complex\\_special/epidemic.pdf](http://fracton.khu.ac.kr/~syook/reprints/complex_special/epidemic.pdf)

## 전파 최대화

전파를 최대화 할 수 있는 시드 집합을 찾아내는 것

### 정점의 중심성 휴리스틱

#### Node Centrality

- 페이지 랭크
- 연결 중심성 : 연결성이 높은 경우
- 근접 중심성 : 다른 정점들의 평균 거리 계산, 이가 가장 짧은 경우
- 매개 중심성 : 정점간의 최단 경로를 고려, 최단경로에 많이 놓인 정점일수록 연결을 잘하고 있기에 중심성을 높게 부여

### Greedy Algorithm

전파 최대화를 이루는 시드 정점을 하나씩 추가하는 방법, 모든 정점 집합을 고려 하지 않음

But. 수학적으로 최저 성능이 보장 되어 있다.

$$G \geq (1 - \frac{1}{e}) B$$

$G$  : 탐욕 알고리즘으로 찾은 시드 집합의 전파의 평균 크기

$B$  : 최고의 시드 집합에 의한 전파의 평균 크기

전파의 평균 크기?