수능완성

수학영역

수학Ⅰ·수학Ⅱ·기하

이 책의 **구성과 특징** STRUCTURE

이 책의 구성

❶ 유형편

출제유형에 제시된 유형의 필수유형 문제와 문항들로 유형별 학습을 할 수 있도록 하였다.

❷ 실전편

실전 모의고사 5회 구성으로 수능에 대비할 수 있도록 하였다.

2023학년도 대학수학능력시험 수학영역

❶ 출제원칙

수학 교과의 특성을 고려하여 개념과 원리를 바탕으로 한 사고력 중심의 문항을 출제한다.

❷ 출제방향

- 단순 암기에 의해 해결할 수 있는 문항이나 지나치게 복잡한 계산 위주의 문항 출제를 지양하고 계산, 이해, 추론, 문제해결 능력을 평가할 수 있는 문항을 출제한다.
- 2015 개정 수학과 교육과정에 따라 이수한 수학 과목의 개념과 원리 등은 출제범위에 속하는 내용과 통합하여 출제할 수 있다.
- 수학영역은 교육과정에 제시된 수학 교과의 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분, 기하 과목을 바탕으로 출제한다.

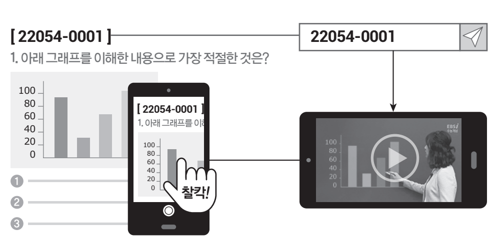
❸ 출제범위

- '공통과목+선택과목' 구조에 따라 공통과목(수학Ⅰ, 수학Ⅱ)은 공통 응시하고 선택과목(확률과 통계, 미적분, 기하) 중 1개 과목을 선택한다.

구분 영역	문항수	문항유형	배점		시험 시간	출제범위(선택과목)
			문항	전체		
수학	30	5지 선다형, 단답형	2점 3점 4점	100점	100분	• 공통과목: 수학Ⅰ, 수학Ⅱ • 선택과목(택1): 확률과 통계, 미적분, 기하 • 공통 75%, 선택 25% 내외 • 단답형 30% 포함

학생 EBS 교재 문제 검색

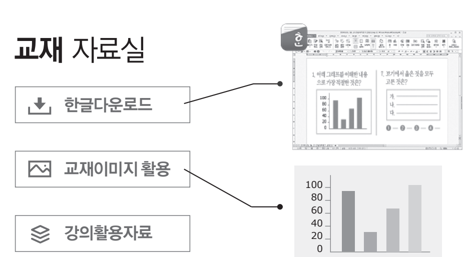
EBS 단추에서 문항코드나 사진으로
문제를 검색하면 푸리봇이 해설 영상을 제공합니다.



※ EBSi 사이트 및 모바일에서 이용이 가능합니다.
※ 사진 검색은 EBSi 고교강의 앱에서만 이용하실 수 있습니다.

교사 교사지원센터 교재 자료실

교재 문항 한글 문서(HWP)와
교재의 이미지 파일을 무료로 제공합니다.



※ 교사지원센터(http://teacher.ebsi.co.kr) 접속 후 '교사인증'을 통해 이용 가능

이 책의 **차례** CONTENTS

유형편

01 지수함수와 로그함수

1 거듭제곱근의 성질

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 a의 n제곱근 중 실수인 것은 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}>0$, $-\sqrt[n]{a}<0$	$\sqrt[n]{0}=0$	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}>0$	$\sqrt[n]{0}=0$	$\sqrt[n]{a}<0$

(2) 거듭제곱근의 성질 : $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

2 지수의 확장(1) – 정수

(1) $a\neq0$이고 n이 양의 정수일 때

① $a^0=1$

② $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

(2) $a\neq0$, $b\neq0$이고 m, n이 정수일 때

① $a^ma^n=a^{m+n}$ ② $a^m\div a^n=a^{m-n}$ ③ $(a^m)^n=a^{mn}$ ④ $(ab)^n=a^nb^n$

3 지수의 확장(2) – 유리수와 실수

(1) $a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(2) $a>0$, $b>0$이고 r, s가 유리수일 때

① $a^ra^s=a^{r+s}$ ② $a^r\div a^s=a^{r-s}$ ③ $(a^r)^s=a^{rs}$ ④ $(ab)^r=a^rb^r$

(3) $a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^xa^y=a^{x+y}$ ② $a^x\div a^y=a^{x-y}$ ③ $(a^x)^y=a^{xy}$ ④ $(ab)^x=a^xb^x$

4 로그의 정의와 조건

(1) $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

5 로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

(1) $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

(2) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

(3) $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

(4) $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

6 로그의 밑의 변환

(1) $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $c>0$, $c\neq1$일 때, $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용 : $a>0$, $a\neq1$, $b>0$일 때

① $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1$, $c>0$)

③ $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$ (단, m, n은 실수이고, $m\neq0$이다.)

④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1$, $c>0$)

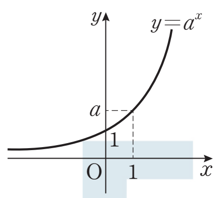
Note

7 지수함수의 뜻과 그래프

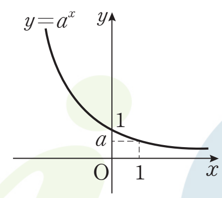
(1) $y=a^x\ (a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 지수함수라고 한다.

(2) 지수함수 $y=a^x\ (a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



8 지수함수 $y=a^x\ (a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) 함수 $y=a^x$의 그래프는 점 $(0,\ 1)$을 지나고, 점근선은 x축 (직선 $y=0$)이다.

(3) 함수 $y=a^x$의 그래프와 함수 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$의 그래프는 y축에 대하여 서로 대칭이다.

(4) 함수 $y=a^{x-m}+n$의 그래프는 함수 $y=a^x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

9 지수함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $a^{f(x)}=a^{g(x)} \iff f(x)=g(x)$

(2) $a>1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $a^{f(x)}<a^{g(x)} \iff f(x)>g(x)$

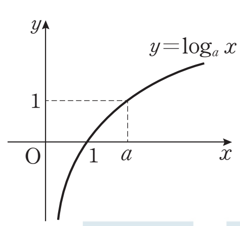
10 로그함수의 뜻과 그래프

(1) $y=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$을 a를 밑으로 하는 로그함수라고 한다.

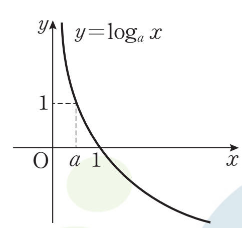
(2) 지수함수 $y=a^x\ (a>0,\ a\neq1)$의 역함수는 $y=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$이다.

(3) 로그함수 $y=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

① $a>1$일 때



② $0<a<1$일 때



11 로그함수 $y=\log_a x\ (a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(2) 함수 $y=\log_a x$의 그래프는 점 $(1,\ 0)$을 지나고, 점근선은 y축 (직선 $x=0$)이다.

(3) 함수 $y=\log_a x$의 그래프와 함수 $y=\log_{\frac{1}{a}} x$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

(4) 함수 $y=\log_a (x-m)+n$의 그래프는 함수 $y=\log_a x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다.

12 로그함수의 활용

(1) $a>0,\ a\neq1$일 때, $\log_a f(x)=\log_a g(x) \iff f(x)=g(x),\ f(x)>0,\ g(x)>0$

(2) $a>1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff 0<f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때, $\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff f(x)>g(x)>0$

Note

수학 I

유형 1 거듭제곱근의 뜻과 성질

출제경향 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 거듭제곱근의 뜻과 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 n제곱하여 a가 되는 실수, 즉 방정식 $x^n=a$를 만족시키는 실수 x는 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}>0$, $-\sqrt[n]{a}<0$	$\sqrt[n]{a}=0$	없다.
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}>0$	$\sqrt[n]{a}=0$	$\sqrt[n]{a}<0$

(2) $a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

① $(\sqrt[n]{a})^n=a$

② $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

③ $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

④ $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

⑤ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$

⑥ $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ (단, p는 자연수)

필수유형 1

| 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n이 $2\le n\le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

01

▸ 22054-0001

$\dfrac{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{2}\times\sqrt[5]{2}\times\sqrt[5]{16}}{\sqrt[3]{2}}$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

02

▸ 22054-0002

64의 네제곱근 중 실수인 것을 a, b $(a>b)$라 하고, -64의 세제곱근 중 실수인 것을 c라 할 때, $(a-b)^2+c$의 값을 구하시오.

03

▸ 22054-0003

$x=\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{16}$일 때, x^3-12x의 값을 구하시오.

04

▸ 22054-0004

집합 $X=\{2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 집합 Y를

$Y=\{(a, b)\,|\,a\in X$이고 $b\in X\}$

라 하자. 집합 Y의 원소 (a, b) 중에서 a의 b제곱근 중 실수인 것의 개수가 2인 원소의 개수는 m이고, $-a$의 b제곱근 중 실수인 것의 개수가 1인 원소의 개수는 n이다. $m+n$의 값을 구하시오.

유형 2 지수의 확장과 지수법칙

출제경향 | 거듭제곱근을 지수가 유리수인 꼴로 나타내는 문제, 지수법칙을 이용하여 식의 값을 계산하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a \neq 0$이고 n이 양의 정수일 때

① $a^0=1$ ② $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

(2) $a>0$이고 m이 정수, n이 2 이상의 정수일 때

① $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$ ② $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$

(3) 지수법칙

$a>0$, $b>0$이고 x, y가 실수일 때

① $a^x a^y=a^{x+y}$ ② $a^x \div a^y=a^{x-y}$

③ $(a^x)^y=a^{xy}$ ④ $(ab)^x=a^x b^x$

필수유형 2

| 2022학년도 대수능 |

$(2^{\sqrt{3}}\times 4)^{\sqrt{3}-2}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

05

▸ 22054-0005

$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{8}}\times\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{4}}$의 값은?

① 1 ② $2^{\frac{1}{2}}$ ③ 2 ④ $2^{\frac{3}{2}}$ ⑤ 4

06

▸ 22054-0006

실수 x에 대하여 $\frac{2^x+2^{-x}}{2^x-2^{-x}}=2$일 때, $\frac{8^x-8^{-x}}{2^x+2^{-x}}$의 값은?

① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

07

▸ 22054-0007

두 실수 a, b에 대하여

$a^b=4$, $(2a)^{2b}=8$

일 때, $(8a)^{8b}$의 값은? (단, $a>0$)

① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

08

▸ 22054-0008

0이 아닌 두 실수 x, y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2^x\times 3^y=1$

(나) $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-2$

$\frac{9^y}{16^x}$의 값을 구하시오.

유형 3 로그의 뜻과 기본 성질

출제경향 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 뜻과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a>0$, $a\neq1$, $N>0$일 때, $a^x=N \Longleftrightarrow x=\log_a N$

(2) $\log_a N$이 정의되려면 밑 a는 $a>0$, $a\neq1$이고 진수 N은 $N>0$이어야 한다.

(3) $a>0$, $a\neq1$이고 $M>0$, $N>0$일 때

① $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

② $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

③ $\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

④ $\log_a M^k=k\log_a M$ (단, k는 실수)

필수유형 3

| 2020학년도 대수능 |

자연수 n의 양의 약수의 개수를 $f(n)$이라 하고, 36의 모든 양의 약수를 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_9라 하자.

$\sum_{k=1}^{9}\{(-1)^{f(a_k)}\times\log a_k\}$의 값은? [4점]

① $\log 2+\log 3$ ② $2\log 2+\log 3$
③ $\log 2+2\log 3$ ④ $2\log 2+2\log 3$
⑤ $3\log 2+2\log 3$

09

▸ 22054-0009

$\log_3 4-2\log_3 6$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

10

▸ 22054-0010

두 양수 a, b에 대하여

$\log_2(a+4b)=4$, $\log_2 a+\log_2 b=4$

일 때, a^2+16b^2의 값을 구하시오.

11

▸ 22054-0011

x에 대한 이차방정식 $x^2-(\log_2 24)x+k=0$의 한 근이 $\log_2 3$일 때, 2^k의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.)

12

▸ 22054-0012

1이 아닌 세 양수 a, b, c에 대하여

$\log_a b+\log_a c=1$, $\log_b c+\log_b a=2$

일 때, $\log_c a+\log_c b$의 값은?

① 3 ② $\dfrac{7}{2}$ ③ 4
④ $\dfrac{9}{2}$ ⑤ 5

유형 4 로그의 여러 가지 성질

출제경향 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 로그의 여러 가지 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 로그의 밑의 변환

$a>0,\ a\neq1,\ b>0,\ c>0,\ c\neq1$일 때, $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

(2) 로그의 밑의 변환의 활용

$a>0,\ a\neq1,\ b>0$일 때

① $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (단, $b\neq1$)

② $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$ (단, $b\neq1,\ c>0$)

③ $\log_{a^m} b^n=\dfrac{n}{m}\log_a b$ (단, $m,\ n$은 실수이고, $m\neq0$이다.)

④ $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$ (단, $b\neq1,\ c>0$)

필수유형 4

| 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 양수 $a,\ b$에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2,\ \log_4 a)$, $(3,\ \log_2 b)$를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$의 값은? (단, $a\neq1$) [3점]

① $\dfrac{1}{4}$　② $\dfrac{1}{2}$　③ $\dfrac{3}{4}$
④ 1　⑤ $\dfrac{5}{4}$

13

▸ 22054-0013

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\log_2 3}\times9^{\log_3 6}$의 값은?

① 6　② 12　③ 18
④ 24　⑤ 30

14

▸ 22054-0014

등식 $\log_x 2+\dfrac{1}{\log_3 x}+\dfrac{\log 5}{\log x}=\dfrac{1}{2}$을 만족시키는 양수 x의 값을 구하시오. (단, $x\neq1$)

15

▸ 22054-0015

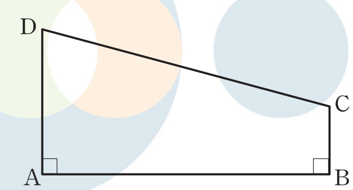
다음 상용로그표를 사용하여 $\log x+\log 214=4.7386$을 만족시키는 자연수 x의 값을 구하시오.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133

16

▸ 22054-0016

그림과 같이 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=\log_3 25$, $\overline{BC}=\log_5 3$, $\overline{AD}=\log_5 9$이고, 선분 BC와 선분 AD는 모두 선분 AB와 수직이다. 사각형 ABCD의 넓이를 구하시오.



유형 5 지수함수와 그 그래프

출제경향 | 지수함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 밑의 범위에 따른 지수함수의 증가와 감소, 지수함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동을 이해하여 문제를 해결한다.

필수유형 5 | 2019학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)=-2^{4-3x}+k$의 그래프가 제2사분면을 지나지 않도록 하는 자연수 k의 최댓값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

17

▸ 22054-0017

함수 $y=2^{x-1}-4$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 제4사분면을 지나지 않도록 하는 실수 m의 최댓값은?

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

18

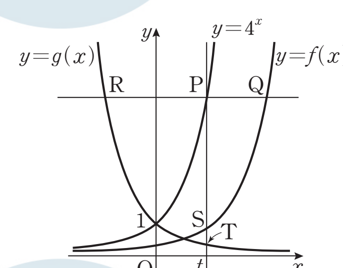
▸ 22054-0018

자연수 n에 대하여 함수 $y=\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-5\right|$의 그래프가 직선 $y=n$과 만나는 서로 다른 점의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하시오.

19

▸ 22054-0019

함수 $y=4^x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 함수를 $y=f(x)$라 하고, 함수 $y=4^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프가 나타내는 함수를 $y=g(x)$라 하자. 그림과 같이 곡선 $y=4^x$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ 4^t)$ $(t>1)$에 대하여 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 Q, R라 하고, 점 P를 지나고 y축에 평행한 직선이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 S, T라 하자. $\overline{\mathrm{QR}}=5$일 때, 선분 ST의 길이는?



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

유형 6 지수함수의 활용

출제경향 | 지수에 미지수가 포함된 방정식, 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수에 미지수가 포함된 방정식, 부등식의 해를 구할 때에는 다음과 같은 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a>0$, $a\neq1$일 때
$a^{f(x)}=a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)=g(x)$

(2) $a>1$일 때
$a^{f(x)}<a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)<g(x)$
$0<a<1$일 때
$a^{f(x)}<a^{g(x)} \Longleftrightarrow f(x)>g(x)$

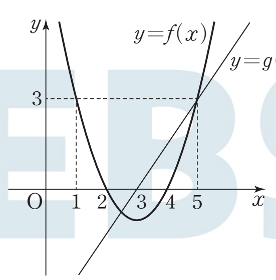
필수유형 6

| 2019학년도 대수능 |

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은? [4점]



① 7　② 9　③ 11　④ 13　⑤ 15

20

▸ 22054-0020

연립방정식

$$\begin{cases} x-y=2 \\ 4^x+4^{y+1}=40 \end{cases}$$

의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha\beta$의 값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{3}{4}$　④ 1　⑤ $\frac{5}{4}$

21

▸ 22054-0021

모든 실수 x에 대하여 부등식

$$(2^x+2)^2+2^x+a>0$$

이 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값은?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

22

▸ 22054-0022

방정식 $2^{2x+1}-2^{x+4}+9=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\frac{4^\alpha+4^\beta}{2^\alpha+2^\beta}$의 값은?

① $\frac{51}{8}$　② $\frac{53}{8}$　③ $\frac{55}{8}$　④ $\frac{57}{8}$　⑤ $\frac{59}{8}$

유형 7 로그함수와 그 그래프

출제경향 | 로그함수의 성질과 그 그래프의 특징을 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

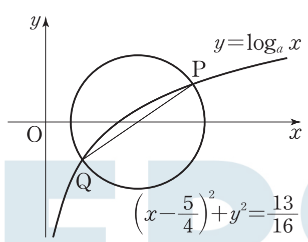
출제유형잡기 | 로그함수의 밑의 범위에 따른 로그함수의 증가와 감소, 로그함수의 그래프의 점근선, 평행이동과 대칭이동을 이해하여 문제를 해결한다.

필수유형 7

| 2018학년도 대수능 9월 모의평가 |

$a>1$인 실수 a에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와 원 C : $\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+y^2=\frac{13}{16}$의 두 교점을 P, Q라 하자. 선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a의 값은? [4점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



23

▸ 22054-0023

함수 $y=\log_3(5x-45)$의 그래프는 함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다. 두 상수 m, n에 대하여 m^n의 값을 구하시오.

24

▸ 22054-0024

$0<a<1<b$인 두 실수 a, b에 대하여 정의역이 $\{x\,|\,x\neq 0$인 실수$\}$인 함수 $y=f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases}\log_a(-x) & (x<0)\\ \log_b x & (x>0)\end{cases}$$

이라 하자. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=n$ (n은 자연수)가 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n이라 하자. $\overline{\mathrm{P_1Q_1}}=2$, $\overline{\mathrm{P_2Q_2}}=3$일 때, 선분 $\mathrm{P_3Q_3}$의 길이는?

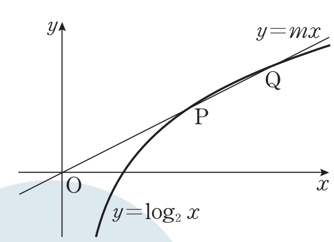
(단, 점 P_n의 x좌표는 점 Q_n의 x좌표보다 크다.)

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

25

▸ 22054-0025

그림과 같이 함수 $y=\log_2 x$의 그래프와 직선 $y=mx$ $(m>0)$이 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. $\overline{\mathrm{OP}}=2\overline{\mathrm{PQ}}$일 때, 2^m의 값은? (단, O는 원점이다.)



① $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{9}}$ ② $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{9}}$ ③ $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ ④ $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{8}{9}}$ ⑤ $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{10}{9}}$

유형 8 로그함수의 활용

출제경향 | 진수에 미지수가 포함된 방정식, 부등식의 해를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 진수에 미지수가 포함된 방정식, 부등식의 해를 구할 때에는 다음과 같은 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a>0$, $a\neq1$일 때

$\log_a f(x)=\log_a g(x) \iff f(x)=g(x)$, $f(x)>0$, $g(x)>0$

(2) $a>1$일 때

$\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff 0<f(x)<g(x)$

$0<a<1$일 때

$\log_a f(x)<\log_a g(x) \iff f(x)>g(x)>0$

필수유형 8

| 2019학년도 대수능 6월 모의평가 |

직선 $x=k$가 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=-\log_2(8-x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{\text{AB}}=2$가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은? (단, $0<k<8$) [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26

▶ 22054-0026

방정식

$$\log x+\log(x-4)^2=\log(12-3x)$$

를 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하시오.

27

▶ 22054-0027

부등식

$$\log_{\frac{x}{3}}(x^2+12)\leq\log_{\frac{x}{3}}8x$$

를 만족시키는 모든 자연수 x의 개수를 구하시오. (단, $x\neq3$)

28

▶ 22054-0028

인지심리학에서 앤더슨(Anderson)의 연구에 의하면 반응시간 T(초)와 연습일수 P(일) 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log T=K-\frac{1}{4}\log P$$

(단, K는 상수이고, $T>0$, $P>0$이다.)

연습일수가 P_1일 때의 반응시간이 T_1이고, 연습일수가 P_2일 때의 반응시간은 T_2이다. $P_2=10P_1$일 때, $\frac{T_1}{T_2}$의 값은?

① $10^{\frac{1}{32}}$ ② $10^{\frac{1}{16}}$ ③ $10^{\frac{1}{8}}$
④ $10^{\frac{1}{4}}$ ⑤ $10^{\frac{1}{2}}$

수학 I

유형 9 지수함수와 로그함수의 관계

출제경향 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프, 지수의 성질과 로그의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 9 | 2019학년도 대수능 |

함수 $y=2^x+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=\log_2 8x$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭일 때, 상수 m의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

29

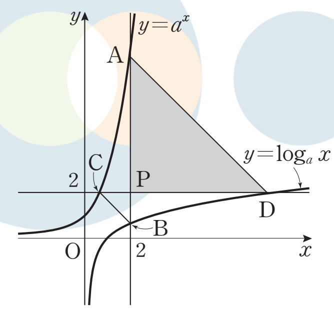
▸ 22054-0029

$a>1$인 상수 a에 대하여 두 함수 $y=a^x-1$, $y=\log_a (x+1)$의 그래프는 원점 O와 제1사분면 위의 점 P에서 만난다. $\overline{\mathrm{OP}}=8\sqrt{2}$일 때, a^4의 값을 구하시오.

30

▸ 22054-0030

$\sqrt{2}$보다 큰 실수 a에 대하여 두 함수 $y=a^x$, $y=\log_a x$의 그래프가 그림과 같다. 두 곡선 $y=a^x$, $y=\log_a x$가 직선 $x=2$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=2$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 P$(2, 2)$에 대하여 삼각형 PCB의 넓이가 $\frac{8}{9}$일 때, 삼각형 PDA의 넓이를 구하시오.



31

▸ 22054-0031

함수 $f(x)=\log_a x+b$의 그래프를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 그래프가 나타내는 함수를 $y=g(x)$라 하자. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 점 $(1, 2)$에서 만날 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (단, a는 1이 아닌 양수이다.)

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

유형 10 지수함수와 로그함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 주어진 범위에서 지수함수와 로그함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 밑의 범위에 따른 지수함수와 로그함수의 증가와 감소를 이해하여 주어진 구간에서 지수함수 또는 로그함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.

필수유형 10 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0,\ 12]$에서 최댓값 -4, 최솟값 m을 갖는다. $k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

32

▸ 22054-0032

정의역이 $\{x\,|\,0\le x\le a\}$인 함수 $f(x)=\log_3(2x+a)$의 최솟값이 -1일 때, 함수 $f(x)$의 최댓값은? (단, a는 양수이다.)

① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

33

▸ 22054-0033

정의역이 $\{x\,|\,1\le x\le 2\}$인 함수 $f(x)=a^x+2a^2$의 최댓값이 1일 때, 함수 $f(x)$의 최솟값은? (단, a는 1이 아닌 양수이다.)

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$
④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

34

▸ 22054-0034

두 함수 $f(x)=2\times\left(\frac{1}{4}\right)^x+1$, $g(x)=\log_{\frac{1}{3}}x$에 대하여 $-1\le x\le 0$에서 함수 $(g\circ f)(x)$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M-m$의 값은?

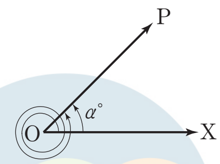
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수학 I

02 삼각함수

1 일반각과 호도법

(1) 일반각 : 시초선 OX와 동경 OP로 주어진 $\angle$XOP에 대하여 동경 OP가 나타내는 한 각의 크기를 α°라 할 때, $\angle$XOP의 크기를 $360^\circ \times n + \alpha^\circ$ (n은 정수)로 나타내고, 이것을 동경 OP가 나타내는 일반각이라고 한다.



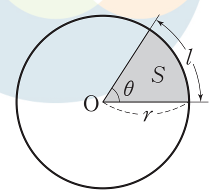
(2) 육십분법과 호도법의 관계

① 1(라디안)$=\dfrac{180^\circ}{\pi}$　　② $1^\circ=\dfrac{\pi}{180}$(라디안)

(3) 부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 θ(라디안)인 부채꼴에서 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

① $l=r\theta$　　② $S=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}rl$

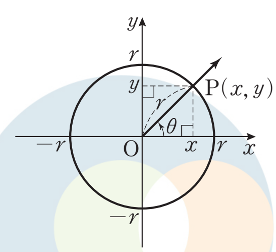


2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

(1) 삼각함수의 정의

좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 r인 원 위의 한 점을 P(x, y)라 하고, x축의 양의 방향을 시초선으로 하는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때, θ에 대한 삼각함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ (x\neq 0)$$



(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　② $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

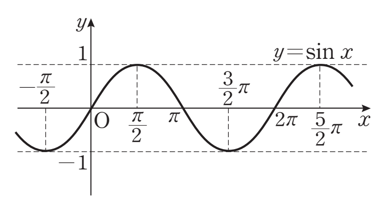
3 삼각함수의 그래프

(1) 함수 $y=\sin x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$이다.

② 모든 실수 x에 대하여 $\sin(-x)=-\sin x$이다. 즉, 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

③ 모든 실수 x에 대하여 $\sin(2n\pi+x)=\sin x$ (n은 정수)이고, 주기가 2π인 주기함수이다.

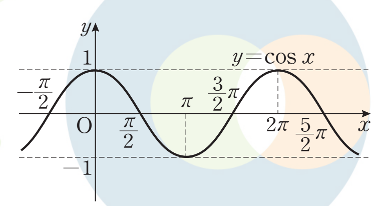


(2) 함수 $y=\cos x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 $\{y\,|\,-1\le y\le 1\}$이다.

② 모든 실수 x에 대하여 $\cos(-x)=\cos x$이다. 즉, 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

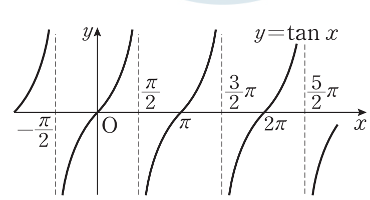
③ 모든 실수 x에 대하여 $\cos(2n\pi+x)=\cos x$ (n은 정수)이고, 주기가 2π인 주기함수이다.



(3) 함수 $y=\tan x$의 그래프와 그 성질

① 정의역은 $x\neq n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)인 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

② 정의역에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $\tan(-x)=-\tan x$이다. 즉, 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.



③ 모든 실수 x에 대하여 $\tan(n\pi+x)=\tan x$ (n은 정수)이고, 주기가 π인 주기함수이다.

④ 그래프의 점근선은 직선 $x=n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ (n은 정수)이다.

Note

4 삼각함수의 성질

(1) $2n\pi+\theta$의 삼각함수 (단, n은 정수)

① $\sin(2n\pi+\theta)=\sin\theta$ ② $\cos(2n\pi+\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(2n\pi+\theta)=\tan\theta$

(2) $-\theta$의 삼각함수

① $\sin(-\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(-\theta)=\cos\theta$ ③ $\tan(-\theta)=-\tan\theta$

(3) $\pi+\theta$의 삼각함수

① $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ ② $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$ ③ $\tan(\pi+\theta)=\tan\theta$

(4) $\frac{\pi}{2}+\theta$의 삼각함수

① $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ ② $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$ ③ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{\tan\theta}$

5 삼각함수의 활용

(1) **방정식에의 활용 :** 방정식 $2\sin x=1$, $2\cos x=-1$, $1+\tan x=0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 방정식을 $\sin x=k$ $(\cos x=k,\ \tan x=k)$의 꼴로 변형한다.

② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ $(y=\cos x,\ y=\tan x)$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점의 x좌표를 찾아서 해를 구한다.

(2) **부등식에의 활용 :** 부등식 $2\sin x>1$, $2\cos x<-1$, $1-\tan x>0$과 같이 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식은 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

① 주어진 부등식을 $\sin x>k$ $(\cos x<k,\ \tan x<k)$의 꼴로 변형한다.

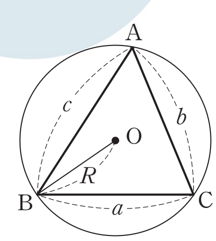
② 주어진 범위에서 함수 $y=\sin x$ $(y=\cos x,\ y=\tan x)$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점의 x좌표를 찾는다.

③ 함수 $y=\sin x$ $(y=\cos x,\ y=\tan x)$의 그래프가 직선 $y=k$보다 위쪽(또는 아래쪽)에 있는 x의 값의 범위를 찾아서 해를 구한다.

6 사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$



참고 사인법칙을 변형하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

(1) $a=2R\sin A$, $b=2R\sin B$, $c=2R\sin C$

(2) $\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$

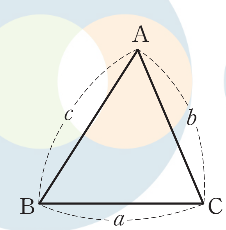
(3) $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

7 코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ (2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$



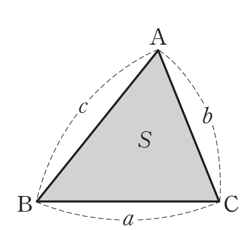
참고 코사인법칙을 변형하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

(1) $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ (2) $\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ (3) $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

8 삼각형의 넓이

삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$$



유형 1 부채꼴의 호의 길이와 넓이

출제경향 | 호도법을 이용하여 각의 크기를 나타낸 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

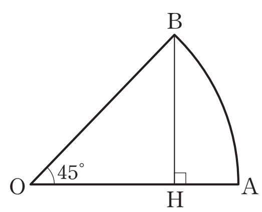
출제유형잡기 | 부채꼴의 반지름의 길이 r와 중심각의 크기 θ가 주어질 때, 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 다음 공식을 이용하여 구한다.

(1) $l=r\theta$

(2) $S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}rl$

필수유형 1

그림과 같이 중심각의 크기가 45°인 부채꼴 OAB가 있다. 점 B에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 BOH의 둘레의 길이가 $6(1+\sqrt{2})$이다. 부채꼴 OAB의 호 AB의 길이는?



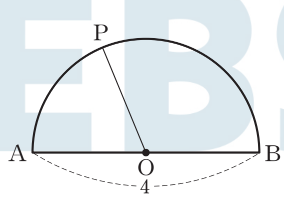
① π ② $\frac{5}{4}\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$

④ $\frac{7}{4}\pi$ ⑤ 2π

01

▸ 22054-0035

그림과 같이 중심이 O이고 지름 AB의 길이가 4인 반원의 호 위의 점 P에 대하여 부채꼴 AOP의 넓이가 $\frac{3}{4}\pi$일 때, 부채꼴 BOP의 호 BP의 길이는?



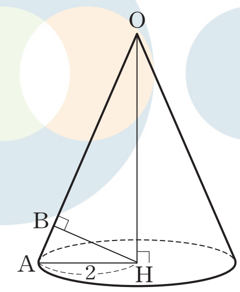
① π ② $\frac{9}{8}\pi$ ③ $\frac{5}{4}\pi$

④ $\frac{11}{8}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

02

▸ 22054-0036

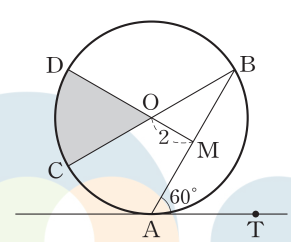
그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2인 원뿔의 꼭짓점 O에서 밑면의 중심에 내린 수선의 발을 H라 하고, 밑면인 원 위의 점 A에 대하여 점 H에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 B라 할 때, $\overline{\mathrm{BH}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}$이다. 이 원뿔의 겉넓이가 $(p+q\sqrt{10})\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.)



03

▸ 22054-0037

그림과 같이 중심이 O인 원 위의 점 A에서의 접선 위에 점 T가 있다. 이 원 위에 $\angle\mathrm{BAT}=60^\circ$가 되도록 점 B를 잡고, 점 B와 중심 O를 지나는 직선이 이 원과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자. 또 선분 AB의 중점을 M이라 하고, 점 M과 중심 O를 지나는 직선이 이 원과 만나는 두 점 중 점 M에서 거리가 먼 점을 D라 하자. $\overline{\mathrm{OM}}=2$일 때, 부채꼴 ODC의 넓이는?



① $\frac{7}{3}\pi$ ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ $\frac{8}{3}\pi$

④ $\frac{17}{6}\pi$ ⑤ 3π

유형 2 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계

출제경향 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 정의와 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 각 θ를 나타내는 동경과 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 원이 만나는 점의 좌표를 (x, y)라 하면

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ (x\neq 0)$$

(2) 삼각함수 사이의 관계

① $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

② $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

필수유형 2

| 2021학년도 대수능 |

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$일 때, $\tan\theta$의 값은? [2점]

① $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ③ 0
④ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

04

▸ 22054-0038

중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 r인 원 위의 한 점 $\mathrm{P}(a, 4)$에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ라 하자.
$\sin\theta=\dfrac{1}{3}$일 때, $r\cos^2\theta$의 값은?

① $\dfrac{28}{3}$ ② $\dfrac{29}{3}$ ③ 10
④ $\dfrac{31}{3}$ ⑤ $\dfrac{32}{3}$

05

▸ 22054-0039

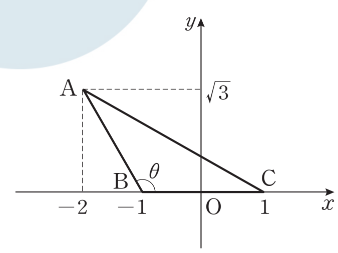
$\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여 $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=0$일 때,
$\sqrt{(2\cos\theta+\sin\theta)^2}+|2\cos\theta|+\sin\theta$의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{3}$

06

▸ 22054-0040

그림과 같이 세 점 $\mathrm{A}(-2, \sqrt{3})$, $\mathrm{B}(-1, 0)$, $\mathrm{C}(1, 0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에 대하여 $\angle\mathrm{ABC}=\theta$라 할 때, $4(\sin^2\theta-\cos\theta)$의 값은?



① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

유형 3 삼각함수의 성질과 삼각함수의 그래프

출제경향 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수가 포함된 식의 값을 구하거나 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하거나 삼각함수의 그래프에서 주기, 최댓값과 최솟값 등을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구하는 문제를 해결한다.

필수유형 3

$\cos\frac{13}{6}\pi+\sqrt{6}\sin\frac{3}{4}\pi$의 값은?

① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ 2　④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

07

▸ 22054-0041

$\left(3-2\sqrt{2}\cos\frac{5}{6}\pi\right)\left(3+2\sqrt{3}\sin\frac{5}{4}\pi\right)$의 값은?

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

08

▸ 22054-0042

$0\le x<\frac{5}{2}\pi$일 때, 직선 $y=k\ (0<k<1)$과 곡선 $y=\cos x$가 만나는 점의 x좌표를 작은 것부터 차례대로 a, b, c라 하자. $b=\frac{11}{6}\pi$일 때, $\sin(a+c)$의 값은?

① 0　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$　④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑤ 1

09

▸ 22054-0043

두 양수 a, b와 자연수 n에 대하여 $0\le x\le 2\pi$에서 정의된 함수 $f(x)=a\sin 3x+b$의 그래프와 직선 $y=n$이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(n)$이라 하자. 두 함수 $f(x)$와 $g(n)$이 다음 조건을 만족시킬 때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

(가) $f(0)>1$
(나) $g(1)=g(3)$
(다) $g(1)+g(2)+g(3)+g(4)+g(5)=28$

유형 4 삼각함수의 최댓값과 최솟값

출제경향 | 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수 사이의 관계, 삼각함수의 성질, 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 삼각함수 또는 삼각함수가 포함된 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결한다.

필수유형 4 | 2019학년도 대수능 9월 모의평가 |

실수 k에 대하여 함수

$$f(x)=\cos^2\left(x-\frac{3}{4}\pi\right)-\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+k$$

의 최댓값은 3, 최솟값은 m이다. $k+m$의 값은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$
④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

10

▸ 22054-0044

함수 $f(x)=a\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+b$의 최솟값은 1이고, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=3+\sqrt{3}$일 때, 함수 $f(x)$의 최댓값은?

(단, $a>0$이고, b는 상수이다.)

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

11

▸ 22054-0045

양수 a와 실수 b에 대하여 함수

$$f(x)=3a\sin\left(ax+\frac{\pi}{12}\right)+a\cos\left(\frac{5}{12}\pi-ax\right)+b$$

의 주기가 4π이고 최솟값이 1일 때, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

12

▸ 22054-0046

실수 k에 대하여 $0\le x\le 2\pi$에서 함수

$$y=\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+2k\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+3k-1$$

의 최댓값이 -3, 최솟값이 m일 때, $k+m$의 값은?

① -13 ② -10 ③ -7
④ -4 ⑤ -1

유형 5 삼각함수를 포함한 방정식

출제경향 | 삼각함수의 성질과 삼각함수의 그래프를 이용하여 삼각함수를 포함한 방정식을 푸는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 성질을 이용하거나 삼각함수의 그래프와 직선의 교점 또는 위치 관계를 이용하여 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 방정식의 해를 구하는 문제를 해결한다.

필수유형 5 | 2021학년도 대수능 |

$0 \le x < 4\pi$일 때, 방정식

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - 3 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

① 5π ② 6π ③ 7π
④ 8π ⑤ 9π

13

▸ 22054-0047

$0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$의 모든 해의 합을 α, 방정식 $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$의 모든 해의 합을 β라 하자. $\frac{\beta}{\alpha}$의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

14

▸ 22054-0048

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$일 때, 방정식 $\sin^2\theta - 3\cos^2\theta = 0$을 만족시키는 θ에 대하여 $\cos\left(2\theta - \frac{\pi}{2}\right)$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

15

▸ 22054-0049

$0 \le x < \pi$일 때, 방정식

$$\{\sin(2x) + \cos(2x)\}^2 - \sin(2x) - 1 = 0$$

의 모든 해의 합은?

① $\frac{7}{6}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$
④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{6}\pi$

유형 6 삼각함수를 포함한 부등식

출제경향 | 삼각함수의 성질과 삼각함수의 그래프를 이용하여 삼각함수를 포함한 부등식을 푸는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각함수의 성질을 이용하거나 삼각함수의 그래프와 직선의 교점 또는 위치 관계를 이용하여 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식의 해를 구하는 문제를 해결한다.

필수유형 6 | 2019학년도 대수능 |

$0\le\theta<2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$6x^2+(4\cos\theta)x+\sin\theta=0$$

이 실근을 갖지 않도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $\alpha<\theta<\beta$이다. $3\alpha+\beta$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{6}\pi$ ② π ③ $\frac{7}{6}\pi$
④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi$

16

▸ 22054-0050

$0\le x<2\pi$일 때, 부등식 $2\sin x+\sqrt{2}\le0$을 만족시키는 모든 x의 값의 범위는 $\alpha\le x\le\beta$이다. $\cos\left(\beta-\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

17

▸ 22054-0051

$0\le x<2\pi$일 때, 부등식 $2\sin^2 x-7\cos(\pi-x)<5$를 만족시키는 모든 x의 값의 범위는 $\alpha<x<\beta$이다. $\beta-\alpha$의 값은?

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ π
④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

18

▸ 22054-0052

모든 실수 θ에 대하여 부등식 $\cos^2\theta+4\sin\theta\le2(a-2)$가 항상 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값은?

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

19

▸ 22054-0053

$0\le\theta<2\pi$일 때, 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$x^2-(2\sin\theta+1)x+1>0$$

이 항상 성립하도록 하는 모든 θ의 값의 범위는 $a\le\theta<b$ 또는 $c<\theta<d$이다. $a+b+2c+2d$의 값은?

① $\frac{11}{2}\pi$ ② $\frac{17}{3}\pi$ ③ $\frac{35}{6}\pi$
④ 6π ⑤ $\frac{37}{6}\pi$

유형 7 사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기, 외접원의 반지름의 길이 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

가 성립함을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 7 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B=\frac{7}{10}$일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

① 15　② 18　③ 21　④ 24　⑤ 27

20

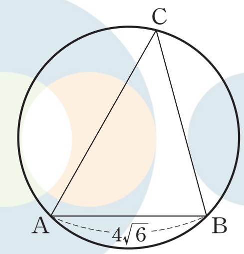
▸ 22054-0054

반지름의 길이가 $20\sqrt{3}$인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\angle A+\angle B=120°$일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

21

▸ 22054-0055

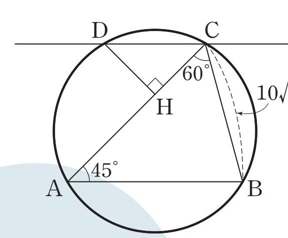
그림과 같이 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=4\sqrt{6}$이고 $\angle A:\angle B:\angle C=4:5:3$이다. $\overline{BC}=a$라 하고 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 할 때, $a+R^2$의 값을 구하시오.



22

▸ 22054-0056

그림과 같이 $\overline{BC}=10\sqrt{2}$이고 $\angle A=45°$, $\angle C=60°$인 삼각형 ABC가 있다. 점 C를 지나고 변 AB와 평행한 직선이 삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점 중 C가 아닌 점을 D라 하고, 점 D에서 변 AC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 DH의 길이는?



① $4\sqrt{2}$　② $\frac{9\sqrt{2}}{2}$　③ $5\sqrt{2}$　④ $\frac{11\sqrt{2}}{2}$　⑤ $6\sqrt{2}$

유형 8 코사인법칙과 활용

출제경향 | 삼각함수의 성질과 코사인법칙을 이용하여 삼각형의 변의 길이, 각의 크기, 삼각함수의 값 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$일 때, 다음과 같은 코사인법칙을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

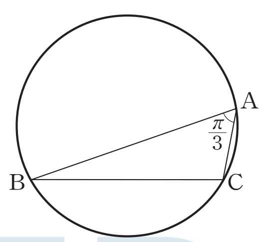
(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

필수유형 8

| 2021학년도 대수능 |

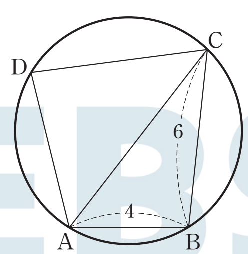
$\angle A=\frac{\pi}{3}$이고 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:1$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 선분 AC의 길이를 k라 하자. k^2의 값을 구하시오. [4점]



23

▶ 22054-0057

그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=6$이고 $\sin(\angle ADC)=\frac{4\sqrt{5}}{9}$일 때, 선분 AC의 길이를 k라 하자. $3k^2$의 값을 구하시오. (단, $\angle ABC$의 크기는 90°보다 크다.)

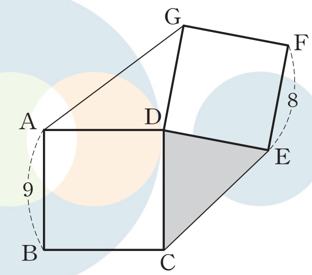


24

▶ 22054-0058

그림과 같이 한 변의 길이가 9인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 8인 정사각형 DEFG가 점 D만을 공유하고 있다. $\overline{AG}-\overline{CE}=2$일 때, 삼각형 CED의 넓이는?

(단, 두 선분 AG, CE는 서로 만나지 않는다.)

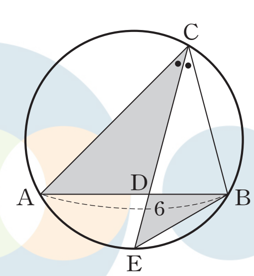


① $6\sqrt{30}$ ② $6\sqrt{35}$ ③ $12\sqrt{10}$
④ $18\sqrt{5}$ ⑤ $30\sqrt{2}$

25

▶ 22054-0059

그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\angle C=60^\circ$인 삼각형 ABC에서 선분 AB 위의 점 D에 대하여 직선 CD는 $\angle ACB$를 이등분한다. 직선 CD가 삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점 중 C가 아닌 점을 E라 할 때, $\overline{CA}=\overline{CE}$가 성립한다. 삼각형 ADC의 넓이를 S, 삼각형 BDE의 넓이를 T라 할 때, $S-T$의 값을 구하시오.



03 수열

① 등차수열

(1) 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=a+(n-1)d \text{ (단, } n=1, 2, 3, \cdots)$$

(2) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등차중항이라고 한다.

이때 $b-a=c-b$이므로 $b=\frac{a+c}{2}$이다.

참고 일반항 a_n이 n에 대한 일차식 $a_n=An+B$ (A, B는 상수, $n=1, 2, 3, \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$, 공차가 A인 등차수열이다.

② 등차수열의 합

등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) 첫째항이 a, 제n항이 l일 때, $S_n=\frac{n(a+l)}{2}$

(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때, $S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$

참고 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 n에 대한 이차식 $S_n=An^2+Bn$ (A, B는 상수, $n=1, 2, 3, \cdots$)인 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 $A+B$, 공차가 $2A$인 등차수열이다.

③ 등비수열

(1) 첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq 0)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=ar^{n-1} \text{ (단, } n=1, 2, 3, \cdots)$$

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 등비중항이라고 한다.

이때 $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$이므로 $b^2=ac$이다.

④ 등비수열의 합

첫째항이 a, 공비가 r $(r\neq 0)$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은 다음과 같다.

(1) $r=1$일 때, $S_n=na$

(2) $r\neq 1$일 때, $S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$

⑤ 수열의 합과 일반항 사이의 관계

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$$a_1=S_1,\ a_n=S_n-S_{n-1} \text{ (단, } n=2, 3, 4, \cdots)$$

⑥ 합의 기호 $\sum$의 뜻

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$을 기호 $\sum$를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

제n항까지

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$$ ← 일반항

첫째항부터

Note

Note

⑦ 합의 기호 ∑의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

(1) $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

(2) $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

(3) $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

(4) $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

⑧ 자연수의 거듭제곱의 합

(1) $\sum_{k=1}^{n}k=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n}k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2=\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^2$

⑨ 여러 가지 수열의 합

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱으로 나타내어져 있을 때, 두 개의 분수로 분해하는 방법, 즉 $\frac{1}{AB}=\frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A}-\frac{1}{B}\right)$ $(A\neq B)$를 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+a)}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+a)(k+b)}=\frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a\neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합으로 나타내어져 있을 때, 분모를 유리화하는 방법을 이용하여 계산한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}}=\frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a\neq b$)

⑩ 수열의 귀납적 정의

처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 수열 $\{a_n\}$을 정의하는 것을 수열의 귀납적 정의라고 한다. 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$의 항의 값을 구할 때에는 n에 1, 2, 3, ⋯을 차례로 대입한다.
예를 들면 $a_1=1$, $a_{n+1}=2a_n$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$과 같이 귀납적으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서

$a_2=2a_1=2\times1=2$, $a_3=2a_2=2\times2=4$, $a_4=2a_3=2\times4=8$, $\cdots$

이므로 수열 $\{a_n\}$은 1, 2, 4, 8, ⋯이다.

⑪ 수학적 귀납법

자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

이와 같은 방법으로 모든 자연수 n에 대하여 명제 $p(n)$이 참임을 증명하는 것을 수학적 귀납법이라고 한다.

유형 1 등차수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등차수열의 일반항을 이용하여 공차 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등차수열의 첫째항 a와 공차 d를 구한 후 등차수열의 일반항

$a_n=a+(n-1)d$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$a_m-a_n=(m-n)d$

가 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수유형 1

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_2+a_4=16$, $a_1-a_3+a_5-a_7=-12$

가 성립할 때, a_{10}의 값은?

① 27 ② 28 ③ 29
④ 30 ⑤ 31

01

▸ 22054-0060

두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$a_2+b_4=8$, $a_5+b_{13}=23$

일 때, a_1+b_1의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

02

▸ 22054-0061

제m항이 6이고 제$2m$항이 18인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 제$(3m+2)$항이 a_2+k와 같을 때, 상수 k의 값은?

(단, m은 자연수이다.)

① 28 ② 30 ③ 32
④ 34 ⑤ 36

03

▸ 22054-0062

첫째항이 -51이고 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_ma_{m+3}<0$을 만족시키는 자연수 m의 최솟값이 24일 때, a_6의 값은?

① -41 ② -42 ③ -43
④ -44 ⑤ -45

유형 2 등차수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등차수열의 합을 구하거나 등차수열의 합을 이용하여 첫째항, 공차, 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공차를 구하고 등차수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) 첫째항이 a, 제n항(끝항)이 l일 때

$$S_n=\frac{n(a+l)}{2}$$

(2) 첫째항이 a, 공차가 d일 때

$$S_n=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

필수유형 2 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_6=2(S_3-S_2)$$

일 때, S_{10}의 값은? [3점]

① 100 ② 110 ③ 120
④ 130 ⑤ 140

04

▸ 22054-0063

공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_{10}=a_{64}$일 때, a_{10}의 값은?

① 14 ② 16 ③ 18
④ 20 ⑤ 22

05

▸ 22054-0064

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제5항까지의 합이 45이고 첫째항부터 제9항까지의 합이 117일 때, a_7의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

06

▸ 22054-0065

첫째항이 -15이고 모든 항이 0이 아닌 정수로 이루어진 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_m=0$을 만족시키는 2 이상의 자연수 m에 대하여 S_{2m}의 최댓값을 구하시오.

유형 3 등비수열의 뜻과 일반항

출제경향 | 등비수열의 일반항을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 등비수열의 첫째항 a와 공비 r를 구한 후 등비수열의 일반항

$$a_n=ar^{n-1}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

을 이용하여 문제를 해결한다.

특히 서로 다른 두 항 a_m과 a_n 사이에

$$\frac{a_m}{a_n}=r^{m-n}\ (a_1\neq0,\ r\neq0)$$

이 성립함을 이용하면 편리할 수 있다.

필수유형 3 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2=36,\ a_7=\frac{1}{3}a_5$$

일 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

07

▸ 22054-0066

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=160,\ \frac{a_3-a_5}{a_4}=\frac{3}{2}$$

일 때, a_6의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

08

▸ 22054-0067

첫째항이 $\frac{1}{4}$이고 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

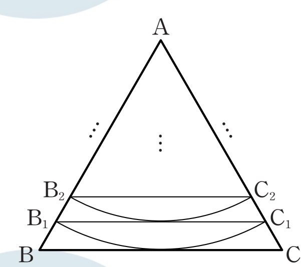
$$\log_2\frac{a_4}{a_2}+\log_2\frac{a_5}{a_3}+\log_2\frac{a_6}{a_4}+\log_2\frac{a_7}{a_5}=10$$

일 때, a_9의 값을 구하시오.

09

▸ 22054-0068

그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 중심으로 하고 변 BC에 접하는 원이 두 변 AB, AC와 만나는 점을 각각 $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{C_1}$이라 하고 변 BC에 접하는 호 $\mathrm{B_1C_1}$과 선분 $\mathrm{B_1C_1}$을 그린다. 삼각형 $\mathrm{AB_1C_1}$의 꼭짓점 A를 중심으로 하고 변 $\mathrm{B_1C_1}$에 접하는 원이 두 변 $\mathrm{AB_1}$, $\mathrm{AC_1}$과 만나는 점을 각각 $\mathrm{B_2}$, $\mathrm{C_2}$라 하고 변 $\mathrm{B_1C_1}$에 접하는 호 $\mathrm{B_2C_2}$와 선분 $\mathrm{B_2C_2}$를 그린다. 이와 같은 방법으로 자연수 n에 대하여 호 $\mathrm{B_nC_n}$을 그릴 때, 호 $\mathrm{B_nC_n}$의 길이를 a_n이라 하자. a_5의 값은?



① $\frac{9\sqrt{6}}{64}\pi$ ② $\frac{9\sqrt{3}}{32}\pi$ ③ $\frac{9\sqrt{6}}{32}\pi$ ④ $\frac{9\sqrt{3}}{16}\pi$ ⑤ $\frac{9\sqrt{6}}{16}\pi$

유형 4 등비수열의 합

출제경향 | 주어진 조건으로부터 등비수열의 합을 구하거나 등비수열의 합을 이용하여 공비 또는 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에서 첫째항과 공비를 구하고 등비수열의 합의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.
첫째항이 a, 공비가 $r\ (r\neq0)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음을 이용하여 S_n을 구한다.
(1) $r=1$일 때, $S_n=na$
(2) $r\neq1$일 때, $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$

필수유형 4

첫째항이 3이고 공비가 $r\ (r>0,\ r\neq1)$인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{S_9}{a_1+a_4+a_7}=r+5$$

일 때, a_6의 값을 구하시오.

10

▶ 22054-0069

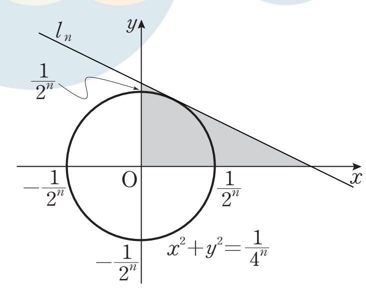
첫째항이 $\frac{6}{5}$이고 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3+a_5=24$일 때, $10(a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_9-a_{10})$의 값은?

① -4092　② -4090　③ -4088
④ -4086　⑤ -4084

11

▶ 22054-0070

그림과 같이 자연수 n에 대하여 기울기가 $-\frac{1}{2}$이고 원 $x^2+y^2=\frac{1}{4^n}$과 제1사분면에서 접하는 직선을 l_n이라 하고, 직선 l_n과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 a_n이라 하자. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$의 값은?



① $\frac{1}{6}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right\}$　② $\frac{1}{4}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right\}$
③ $\frac{1}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right\}$　④ $\frac{5}{12}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right\}$
⑤ $\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\right\}$

유형 5 등차중항과 등비중항

출제경향 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어지는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 3개 이상의 수가 등차수열 또는 등비수열을 이루는 조건이 주어진 문제에서는 등차중항 또는 등비중항의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이루면 $2b=a+c$가 성립한다.

(2) 0이 아닌 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등비수열을 이루면 $b^2=ac$가 성립한다.

필수유형 5

| 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

이 서로 다른 두 실근 α, β $(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 1, α, β가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5　② 8　③ 11　④ 14　⑤ 17

12

▸ 22054-0071

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_3=\frac{10}{3},\ a_5+a_7=\frac{26}{3}$$

일 때, a_4의 값은?

① $\frac{8}{3}$　② $\frac{17}{6}$　③ 3　④ $\frac{19}{6}$　⑤ $\frac{10}{3}$

13

▸ 22054-0072

공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$과 두 자연수 p, q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $2a_p=a_{10}+a_q$
> (나) 세 수 $2p$, $6\sqrt{2}$, $3q$가 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$\dfrac{a_{20}-a_q}{a_{10}-a_p}$의 값은?

① $\frac{5}{2}$　② 3　③ $\frac{7}{2}$　④ 4　⑤ $\frac{9}{2}$

유형 6 수열의 합과 일반항 사이의 관계

출제경향 | 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 일반항을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음과 같은 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결한다.

$a_1=S_1$

$a_n=S_n-S_{n-1}$ (단, $n=2, 3, 4, \cdots$)

필수유형 6

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때,

$$S_n=2^{n+1}-3\ (n\geq 1)$$

이다. $\frac{1}{2a_1}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_5}+\frac{1}{a_7}+\frac{1}{a_9}+\frac{1}{a_{11}}+\frac{1}{a_{13}}$의 값은?

① $\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2^{14}}\right)$ ② $\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2^{12}}\right)$ ③ $\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2^{10}}\right)$
④ $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{2^{14}}\right)$ ⑤ $\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{2^{12}}\right)$

14

▸ 22054-0073

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n은

$$S_n=\frac{n+k}{n+1}$$

이다. $a_4=-2$일 때, 상수 k의 값은?

① 38 ② 39 ③ 40
④ 41 ⑤ 42

15

▸ 22054-0074

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n=n^2+2n$일 때, 부등식 $\log a_k\leq 2$를 만족시키는 자연수 k의 최댓값을 구하시오.

16

▸ 22054-0075

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$S_4-S_3=2,\ S_7-S_5=300$$

일 때, a_6의 값은?

① 44 ② 46 ③ 48
④ 50 ⑤ 52

유형 7 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질

출제경향 | 합의 기호 $\sum$의 뜻과 성질을 이용하여 수열의 합을 구하거나 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열 $\{a_n\}$에서 합의 기호 $\sum$가 포함된 문제는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) $\sum$의 뜻

① $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$

② $\sum_{k=m}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{m-1}a_k$ (단, $2\le m\le n$)

(2) $\sum$의 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

② $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

③ $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

④ $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

필수유형 7

| 2018학년도 대수능 |

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=28,\ \sum_{k=1}^{10}a_k(a_k+1)=16$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k)^2$의 값을 구하시오. [4점]

17

▸ 22054-0076

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{15}a_k=250$일 때, $\sum_{k=1}^{15}(3a_k-10)$의 값은?

① 550 ② 600 ③ 650
④ 700 ⑤ 750

18

▸ 22054-0077

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}a_k=6,\ \sum_{k=1}^{10}(2a_k+3b_k)=42$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}b_k$의 값을 구하시오.

19

▸ 22054-0078

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{m}(a_k+1)(a_k-2)=P,\ \sum_{k=1}^{m}(a_k+2)(a_k-3)=Q$$

라 하자. $P-Q=100$일 때, 자연수 m의 값을 구하시오.

20

▸ 22054-0079

수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{20}a_k=400,\ \sum_{k=1}^{20}\{(k+1)a_k-ka_{k+1}\}=520$$

일 때, a_{21}의 값을 구하시오.

유형 8 자연수의 거듭제곱의 합

출제경향 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 식의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 자연수의 거듭제곱의 합을 나타내는 $\sum$의 공식을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

필수유형 8 | 2020학년도 대수능 |

자연수 n에 대하여 다항식 $2x^2-3x+1$을 $x-n$으로 나누었을 때의 나머지를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{7}(a_n-n^2+n)$의 값을 구하시오. [3점]

21

▸ 22054-0080

$\sum_{k=1}^{10}(k-2)(k^2+2k+4)$의 값은?

① 2930 ② 2945 ③ 2960
④ 2975 ⑤ 2990

22

▸ 22054-0081

$\sum_{k=1}^{n}(n+2k)=210$을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.

23

▸ 22054-0082

$(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2+\cdots+(2n)^2$
$=6(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2)$
을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오.

24

▸ 22054-0083

함수 $y=\frac{x+3}{x+2}$의 그래프와 직선 $y=x$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 α, β라 할 때, $\sum_{k=1}^{10}(k-\alpha)(k-\beta)$의 값을 구하시오.

유형 9 여러 가지 수열의 합

출제경향 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형하여 수열의 합을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수열의 일반항을 소거되는 꼴로 변형할 때에는 다음을 이용하여 해결한다.

(1) 일반항이 분수 꼴이고 분모가 서로 다른 두 일차식의 곱이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+a)}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+a}\right)$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(k+a)(k+b)}=\frac{1}{b-a}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+a}-\frac{1}{k+b}\right)$ (단, $a\neq b$)

(2) 일반항의 분모가 근호가 있는 두 식의 합이면 다음과 같이 변형하여 문제를 해결한다.

① $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k}}=\frac{1}{a}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k})$ (단, $a\neq0$)

② $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+a}+\sqrt{k+b}}=\frac{1}{a-b}\sum_{k=1}^{n}(\sqrt{k+a}-\sqrt{k+b})$ (단, $a\neq b$)

필수유형 9

| 2020학년도 대수능 9월 모의평가 |

n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2n-1)x+n(n-1)=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{81}\frac{1}{\sqrt{\alpha_n}+\sqrt{\beta_n}}$의 값을 구하시오. [4점]

25

▸ 22054-0084

첫째항이 2이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{S_k}$의 값은?

① $\frac{6}{7}$　② $\frac{7}{8}$　③ $\frac{8}{9}$　④ $\frac{9}{10}$　⑤ $\frac{10}{11}$

26

▸ 22054-0085

$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}=6$을 만족시키는 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{2n}\frac{1}{\sqrt{3k+1}+\sqrt{3k-2}}$의 값은?

① 5　② $\frac{16}{3}$　③ $\frac{17}{3}$　④ 6　⑤ $\frac{19}{3}$

27

▸ 22054-0086

첫째항이 a이고 공차가 $2a$인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_{10}=300$일 때, $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{a_ka_{k+1}}$의 값은?

① $\frac{1}{21}$　② $\frac{10}{189}$　③ $\frac{11}{189}$　④ $\frac{4}{63}$　⑤ $\frac{13}{189}$

유형 10 수열의 귀납적 정의

출제경향 | 처음 몇 개의 항의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 특정한 항의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 첫째항 a_1의 값과 이웃하는 항들 사이의 관계식에서 n 대신에 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 문제를 해결한다.

수열 $\{a_n\}$에서 $n=1, 2, 3, \cdots$일 때

(1) 등차수열

① $a_{n+1}-a_n=d$ (일정) ⇨ 공차가 d인 등차수열

② $a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n$ 또는 $2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$

(2) 등비수열

① $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=r$ (일정) ⇨ 공비가 r인 등비수열 (단, $a_n\neq 0$)

② $\dfrac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ 또는 $(a_{n+1})^2=a_na_{n+2}$ (단, $a_na_{n+1}\neq 0$)

필수유형 10

| 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{3n-1}=2a_n+1 \\ a_{3n}=-a_n+2 \\ a_{3n+1}=a_n+1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{11}+a_{12}+a_{13}$의 값은? [4점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

28

▸ 22054-0087

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=2a_n+1$$

을 만족시킬 때, a_5의 값은?

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

29

▸ 22054-0088

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $b_n=a_n+a_{n+1}$을 만족시킨다.

$$a_1+a_5=10,\ b_1+b_2+b_3+b_4=40$$

일 때, $a_2+a_3+a_4$의 값을 구하시오.

30

▸ 22054-0089

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_n+2 & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 2a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_4=a_5$일 때, a_2의 값은?

① $\dfrac{3}{2}$ ② 2 ③ $\dfrac{5}{2}$
④ 3 ⑤ $\dfrac{7}{2}$

31

▸ 22054-0090

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+n+2 & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ a_n+2n+1 & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{10}-a_7$의 값을 구하시오.

유형 11 다양한 수열의 규칙 찾기

출제경향 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 나열하여 수열의 규칙을 찾는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건을 만족시키는 몇 개의 항을 구하여 규칙을 찾아 문제를 해결한다.

필수유형 11 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=9$, $a_2=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k|=3$을 만족시키는 100 이하의 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

32

▸ 22054-0091

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=\frac{1}{2}$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\frac{1}{1-a_n}$$

을 만족시킨다. $a_m=-1$을 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 구하시오.

33

▸ 22054-0092

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+a_{n+1}=(-1)^{n+1}\times(n+1)$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{20}a_k$의 값을 구하시오.

34

▸ 22054-0093

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$, $a_2=5$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=10$$

을 만족시킬 때, $a_{10}+a_{20}$의 값은?

① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

35

▸ 22054-0094

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=5$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}3a_n+1 & (a_n\text{이 홀수인 경우})\\ \dfrac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{30}(-1)^{a_k}$의 값을 구하시오.

유형 12 수학적 귀납법

출제경향 | 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명하는 과정에서 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 명제를 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 앞뒤 관계를 파악하여 빈칸에 알맞은 식이나 수를 구한다.

필수유형 12 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2^{2n}-1)\times 2^{n(n-1)}+(n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n} \quad \cdots\cdots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} a_k=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} a_k&=2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}\\&\quad+(2^{2m+2}-1)\times\boxed{\text{(가)}}+m\times 2^{-m-1}\\&=\boxed{\text{(가)}}\times\boxed{\text{(나)}}-\frac{m+2}{2}\times 2^{-m}\\&=2^{(m+1)(m+2)}-(m+2)\times 2^{-(m+1)}\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\dfrac{g(7)}{f(3)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

36

▶ 22054-0095

다음은 모든 자연수 n에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^{n} k(2n+1-k)=\frac{n(n+1)(2n+1)}{3} \quad \cdots\cdots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=2$, (우변)$=2$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} k(2m+1-k)=\frac{m(m+1)(2m+1)}{3}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{m+1} k(2m+3-k)\\&=\sum_{k=1}^{m} k(2m+3-k)+\boxed{\text{(가)}}\\&=\sum_{k=1}^{m} k(2m+1-k)+\boxed{\text{(나)}}+\boxed{\text{(가)}}\\&=\frac{m(m+1)(2m+1)}{3}+\boxed{\text{(나)}}+\boxed{\text{(가)}}\\&=\frac{(m+1)(m+2)(2m+3)}{3}\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(*)$이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $f(4)+g(6)$의 값은?

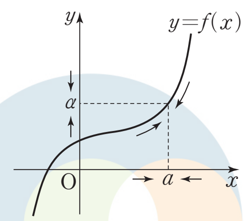
① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

04 함수의 극한과 연속

1 함수의 수렴과 발산

(1) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 α에 수렴한다고 한다. 이때 α를 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=\alpha$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to \alpha$



(2) ① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 양의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=\infty$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to \infty$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a가 아니면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 함수 $f(x)$는 음의 무한대로 발산한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a} f(x)=-\infty$ 또는 $x \to a$일 때 $f(x) \to -\infty$

(3) ① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 α에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to \infty} f(x)=\alpha$ 또는 $x \to \infty$일 때 $f(x) \to \alpha$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 β에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$는 β에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to -\infty} f(x)=\beta$ 또는 $x \to -\infty$일 때 $f(x) \to \beta$

2 함수의 좌극한과 우극한

(1) 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 α를 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 좌극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a-} f(x)=\alpha$ 또는 $x \to a-$일 때 $f(x) \to \alpha$

또 함수 $f(x)$에서 x의 값이 a보다 크면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 β에 한없이 가까워지면 β를 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 우극한이라고 하며, 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to a+} f(x)=\beta$ 또는 $x \to a+$일 때 $f(x) \to \beta$

(2) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서의 좌극한 $\lim_{x \to a-} f(x)$와 우극한 $\lim_{x \to a+} f(x)$가 모두 존재하고, 그 값이 서로 같으면 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다. 또한 그 역도 성립한다.

즉, $\lim_{x \to a-} f(x)=\lim_{x \to a+} f(x)=\alpha \Longleftrightarrow \lim_{x \to a} f(x)=\alpha$ (단, α는 실수)

3 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x \to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x \to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수)일 때

(1) $\lim_{x \to a}\{cf(x)\}=c\lim_{x \to a} f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

(2) $\lim_{x \to a}\{f(x)+g(x)\}=\lim_{x \to a} f(x)+\lim_{x \to a} g(x)=\alpha+\beta$

(3) $\lim_{x \to a}\{f(x)-g(x)\}=\lim_{x \to a} f(x)-\lim_{x \to a} g(x)=\alpha-\beta$

(4) $\lim_{x \to a}\{f(x)g(x)\}=\lim_{x \to a} f(x)\times\lim_{x \to a} g(x)=\alpha\beta$

(5) $\lim_{x \to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta\neq0$)

Note

Note

④ 미정계수의 결정

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음 성질을 이용하여 미정계수를 결정할 수 있다.

(1) $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α는 실수)이고 $\lim_{x \to a} g(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$이다.

(2) $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ ($\alpha \neq 0$인 실수)이고 $\lim_{x \to a} f(x) = 0$이면 $\lim_{x \to a} g(x) = 0$이다.

⑤ 함수의 극한의 대소 관계

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x \to a} g(x) = \beta$ (α, β는 실수)일 때, a에 가까운 모든 실수 x에 대하여

(1) $f(x) \le g(x)$이면 $\alpha \le \beta$

(2) 함수 $h(x)$에 대하여 $f(x) \le h(x) \le g(x)$이고 $\alpha = \beta$이면 $\lim_{x \to a} h(x) = \alpha$

⑥ 함수의 연속

(1) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

 (i) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.

 (ii) $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다.

 (iii) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

(2) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이 아닐 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 불연속이라고 한다.
즉, 위의 세 조건 중에서 어느 하나라도 만족시키지 않으면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 불연속이다.

(3) 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)의 모든 실수에 대하여 연속일 때, 함수 $f(x)$는 열린구간 (a, b)에서 연속 또는 연속함수라고 한다. 한편, 닫힌구간 $[a, b]$에서 정의된 함수 $f(x)$가 열린구간 (a, b)에서 연속이고

$$\lim_{x \to a+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x \to b-} f(x) = f(b)$$

일 때, 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속 또는 연속함수라고 한다.

⑦ 연속함수의 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 다음 함수도 $x=a$에서 연속이다.

(1) $cf(x)$ (단, c는 상수)

(2) $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$

(3) $f(x)g(x)$

(4) $\frac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(a) \neq 0$)

⑧ 최대 · 최소 정리

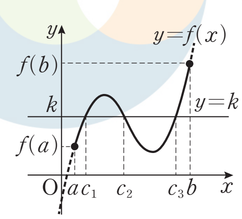
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이면 함수 $f(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.

⑨ 사잇값의 정리

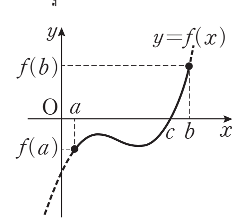
함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여

$$f(c) = k$$

인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.



참고 사잇값의 정리에 의하여 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)$와 $f(b)$의 부호가 서로 다르면 $f(c)=0$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.
즉, 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.



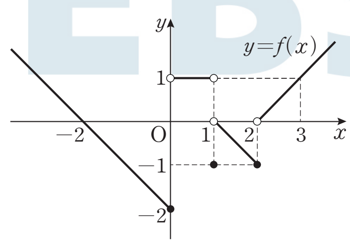
유형 1 함수의 그래프와 극한

출제경향 | 함수의 그래프에서 좌극한과 우극한을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 구간에 따라 다르게 정의된 함수 또는 그 그래프에서 좌극한과 우극한을 구하는 과정을 이해하여 문제를 해결한다.

필수유형 1 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



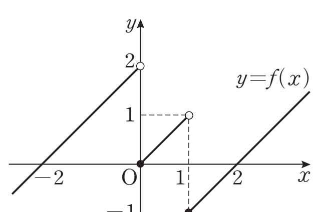
$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)+\lim\limits_{x\to 2+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

01

▸ 22054-0096

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



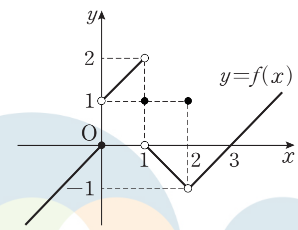
$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)+\lim\limits_{x\to 1+} f(x)$의 값은?

① 0　② 1　③ 2
④ 3　⑤ 4

02

▸ 22054-0097

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



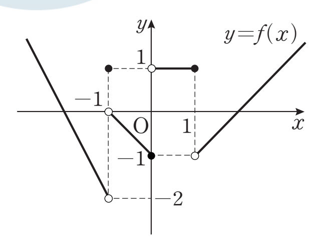
$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)+\lim\limits_{x\to 1+} f(x)+f(2)$의 값은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

03

▸ 22054-0098

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to 0-} f(x)+\lim\limits_{x\to 1+} f(x)f(-x)$의 값은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

유형 2 극한값의 계산

출제경향 | $\frac{0}{0}$ 꼴, $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴, $\infty-\infty$ 꼴의 함수의 극한값을 계산하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한값은 분모, 분자를 각각 인수분해하고 약분하여 해결한다.

(2) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한값은 분모의 최고차항으로 분모, 분자를 각각 나누어 해결한다.

(3) $\infty-\infty$ 꼴의 무리식의 극한값은 분모 또는 분자의 무리식을 유리화하여 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴로 변형하여 해결한다.

필수유형 2

| 2021학년도 대수능 |

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{x-2}$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

04

▸ 22054-0099

$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-x-6}{x^2-4}$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

05

▸ 22054-0100

$\lim_{x\to -\infty}\frac{2x+5}{\sqrt{x^2+3x}-x}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

06

▸ 22054-0101

$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{9x^2+4x}+ax)=b$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -3 ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{7}{3}$
④ -2 ⑤ $-\frac{5}{3}$

유형 3 함수의 극한에 대한 성질

출제경향 | 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수의 합, 차, 곱, 몫의 극한값을 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 구한다.

필수유형 3 | 2018학년도 대수능 |

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 1}(x+1)f(x)=1$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}(2x^2+1)f(x)=a$이다. $20a$의 값을 구하시오. [3점]

07

▸ 22054-0102

함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+2x}{x}=6$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2x}{3f(x)-2x}$의 값은?

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{2}$

08

▸ 22054-0103

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$-x^2+3\le\frac{f(x)}{g(x)}\le 2x^2-6x+6$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x\to 1}\frac{3f(x)g(x)}{\{f(x)\}^2+2\{g(x)\}^2}$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

09

▸ 22054-0104

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-3}{x}=2$

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\{f(x)-3\}=x^2\{f(x)+5\}$

$\lim_{x\to 0}\frac{6xg(x)+f(x)g(x)}{2x+g(x)}$의 값은?

① 2　② $\frac{9}{4}$　③ $\frac{5}{2}$　④ $\frac{11}{4}$　⑤ 3

유형 4 함수의 극한을 이용한 다항함수의 결정

출제경향 | 함수의 극한에 대한 조건이 주어질 때, 다항함수 또는 함숫값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\alpha$ (α는 실수)일 때

(1) $\lim_{x\to a}g(x)=0$이면 $\lim_{x\to a}f(x)=0$

(2) $\alpha\neq0$이고 $\lim_{x\to a}f(x)=0$이면 $\lim_{x\to a}g(x)=0$

필수유형 4 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}=1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

10

▸ 22054-0105

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to4}\frac{f(x)}{x-4}=-6,\ \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-3x^2}{4-2x}=k$$

를 만족시킬 때, 상수 k의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

11

▸ 22054-0106

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to2}\frac{xf(x)}{(x-2)^2}=12,\ \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{2x^3+3}=2$$

를 만족시킬 때, $f(3)$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

12

▸ 22054-0107

양의 실수 a에 대하여 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=40$

(나) $\lim_{x\to a}\left\{\frac{1}{(x-a)^2}-\frac{2}{f(x)}\right\}=1$

$f(2a)$의 값을 구하시오.

유형 5 함수의 극한의 활용

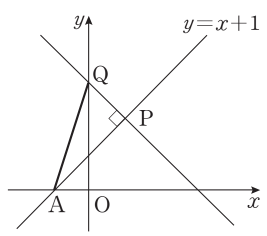
출제경향 | 좌표평면에서 여러 도형의 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 함수로 나타내고 그 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 도형에서 길이, 넓이 등을 한 문자에 대한 함수로 나타내고 함수의 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

필수유형 5

| 2012학년도 대수능 |

그림과 같이 직선 $y=x+1$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$과 $\mathrm{P}(t,\ t+1)$이 있다. 점 P를 지나고 직선 $y=x+1$에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 할 때, $\lim_{t \to \infty} \dfrac{\overline{\mathrm{AQ}}^2}{\overline{\mathrm{AP}}^2}$의 값은? [3점]

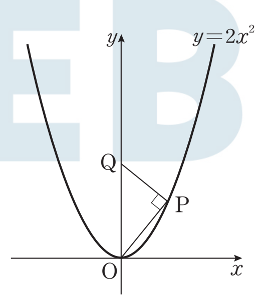


① 1　② $\dfrac{3}{2}$　③ 2　④ $\dfrac{5}{2}$　⑤ 3

13

▸ 22054-0108

그림과 같이 곡선 $y=2x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ 2t^2)\ (t>0)$에 대하여 점 P를 지나고 직선 OP에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 Q라 하자. 선분 OP의 길이를 $f(t)$, 선분 OQ의 길이를 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t \to 0+} \dfrac{tg(t)}{f(t)}$의 값은? (단, O는 원점이다.)

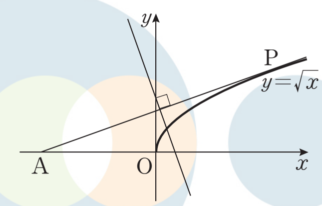


① $\dfrac{1}{4}$　② $\dfrac{1}{2}$　③ $\dfrac{3}{4}$　④ 1　⑤ $\dfrac{5}{4}$

14

▸ 22054-0109

그림과 같이 점 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$과 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ \sqrt{t}\,)$가 있다. 선분 AP의 수직이등분선이 x축과 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t \to \infty} \dfrac{f(t)}{t}$의 값은? (단, $t>0$)

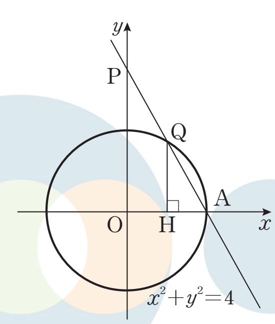


① $\dfrac{1}{8}$　② $\dfrac{1}{4}$　③ $\dfrac{3}{8}$　④ $\dfrac{1}{2}$　⑤ $\dfrac{5}{8}$

15

▸ 22054-0110

그림과 같이 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{P}(0,\ t)$를 지나는 직선과 원 $x^2+y^2=4$가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 Q라 하고, 점 Q에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 QHA의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t \to \infty} t^3S(t)$의 값을 구하시오. (단, $t>0$)



유형 6 함수의 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이기 위한 조건을 이용하여 함수의 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.
(i) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.
(ii) $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.
(iii) $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

필수유형 6

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+6 & (x<a) \\ 2x-a & (x\ge a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은? [3점]

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

16

▸ 22054-0111

함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+3x-10}{x-2} & (x\ne 2) \\ a & (x=2) \end{cases}$$

가 $x=2$에서 연속일 때, 상수 a의 값을 구하시오.

17

▸ 22054-0112

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(x-1)f(x)=\frac{\sqrt{x^2+a}-2}{x^2+1}$$

를 만족시킨다. $\dfrac{a}{f(1)}$의 값을 구하시오. (단, a는 양수이다.)

18

▸ 22054-0113

함수

$$f(x)=\begin{cases} -x & (x\le -1) \\ \dfrac{2x+a}{x+2} & (-1<x<1) \\ x+b & (x\ge 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 연속일 때, $a+b$의 최솟값은? (단, a, b는 실수이다.)

① $\dfrac{1}{3}$　② 0　③ $-\dfrac{1}{3}$　④ $-\dfrac{2}{3}$　⑤ -1

수학 Ⅱ

19

▸ 22054-0114

정의역이 양의 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$가 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<x\le n$일 때, 어떤 정수 m에 대하여

$m\le\log_2(x+1)<m+1$이면 $f(x)=m$이다.

(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x+n)=f(x)$이다.

함수 $f(x)$가 열린구간 $(0,\ 100)$에 속하는 $x=a$에서 불연속이다. 모든 실수 a의 개수가 18이 되도록 하는 n의 개수는?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

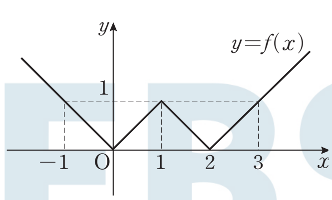
20

▸ 22054-0115

함수 $f(x)=||x-1|-1|$과 자연수 n에 대하여 함수

$$g_n(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ \frac{1}{2}-f(x+5-n) & (x\ge a)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 서로 다른 실수 a의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오.



유형 7 연속함수의 성질과 사잇값의 정리

출제경향 | 연속 또는 불연속인 함수들의 합, 차, 곱 또는 몫의 연속성을 묻는 문제와 사잇값의 정리를 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 연속성은 $\lim_{x\to a-} f(x)$, $\lim_{x\to a+} f(x)$, $f(a)$의 세 값을 비교하여 결정한다.

(2) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a)f(b)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 (a, b)에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

필수유형 7

| 2017학년도 대수능 |

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+6 & (x<2) \\ 1 & (x\ge2)\end{cases},$$

$$g(x)=ax+1$$

에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① $-\frac{5}{4}$　② -1　③ $-\frac{3}{4}$　④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{4}$

21

▸ 22054-0116

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x & (x<2) \\ x+a & (x\ge2)\end{cases},$$

$$g(x)=\begin{cases} x+8 & (x<2) \\ 2x+a & (x\ge2)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)+g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

22

▸ 22054-0117

함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x+a & (x<2) \\ -x+a^2 & (x\ge 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)f(-x)$가 $x=2$에서 연속일 때, 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오.

23

▸ 22054-0118

실수 t에 대하여 함수 $f(t)$는 다음과 같다.

> (가) $-1\le t<1$일 때, 직선 $y=t$와 함수
> $$y=\begin{cases} \sin 2x & (0\le x\le 2\pi) \\ 1 & (x<0 \text{ 또는 } x>2\pi) \end{cases}$$
> 의 그래프가 만나는 모든 점의 x좌표의 합이 $f(t)$이다.
> (나) $t<-1$ 또는 $t\ge 1$일 때, $f(t)=f(-1)$이다.

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)\times g(2)$의 값은?

① 12π ② 14π ③ 16π ④ 18π ⑤ 20π

24

▸ 22054-0119

함수 $f(x)=2x-1$에 대하여 방정식 $f(x^3)=f(1-2x)$가 오직 하나의 실근을 갖는다. 이 실근이 열린구간 $(n, n+1)$에 속할 때, 정수 n의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

25

▸ 22054-0120

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -5x+a & (x\le 1) \\ 2x^2-x-a^2 & (x>1) \end{cases},$$

$$g(x)=x^2+ax+a$$

에 대하여 **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 실수이다.)

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 a의 값이 존재한다.

ㄴ. 함수 $\frac{1}{g(x)}$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 정수 a의 값의 합은 10이다.

ㄷ. 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 방정식 $\frac{f(x)}{g(x)}=0$은 열린구간 $(a-1, a)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

05 다항함수의 미분법

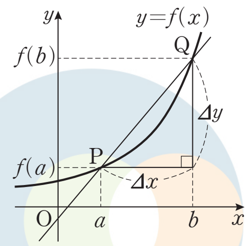
Note

① 평균변화율

(1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}\ (\text{단, } \Delta x=b-a)$$

(2) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$, $\mathrm{Q}(b,\ f(b))$를 지나는 직선 PQ의 기울기를 나타낸다.

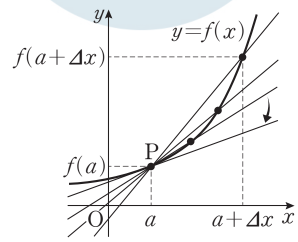


② 미분계수

(1) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는

$$f'(a)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

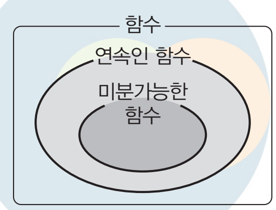
(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 기울기를 나타낸다.



③ 미분가능과 연속

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $x=a$에서 미분계수 $f'(a)$가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다. 또한 함수 $f(x)$가 정의역에 속하는 모든 x에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$를 미분가능한 함수라고 한다.



(3) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다. 그러나 일반적으로 그 역은 성립하지 않는다.

④ 도함수

(1) 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 정의역에 속하는 모든 x에 대하여 각각의 미분계수 $f'(x)$를 대응시키는 함수를 함수 $y=f(x)$의 도함수라 하고, 이것을 기호로 $f'(x)$, y', $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$와 같이 나타낸다.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

(2) 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$를 구하는 것을 함수 $f(x)$를 x에 대하여 미분한다고 하고, 그 계산법을 미분법이라고 한다.

⑤ 미분법의 공식

(1) 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 상수함수의 도함수

① $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$　　② $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

① $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수)　　② $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

③ $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$　　④ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

⑥ 접선의 방정식

함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

Note

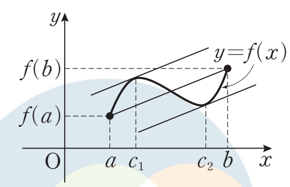
7 평균값 정리

(1) 롤의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 열린구간 $(a,\ b)$에서 미분가능할 때, $f(a)=f(b)$이면 $f'(c)=0$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

(2) 평균값 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 열린구간 $(a,\ b)$에서 미분가능하면 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가 a와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.



8 함수의 증가와 감소

(1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 $x_1,\ x_2$에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

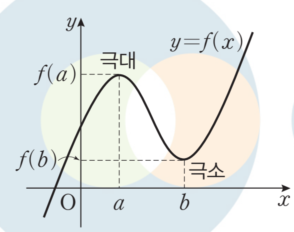
② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

9 함수의 극대와 극소

(1) 함수의 극대와 극소

① 함수 $f(x)$가 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\le f(a)$이면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대라고 하며, 함숫값 $f(a)$를 극댓값이라고 한다.

② 함수 $f(x)$가 $x=b$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x)\ge f(b)$이면 함수 $f(x)$는 $x=b$에서 극소라고 하며, 함숫값 $f(b)$를 극솟값이라고 한다.



(2) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

10 함수의 최대와 최소

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속이고 이 구간에서 극값을 가지면 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 함수 $f(x)$의 최댓값이고, 가장 작은 값이 함수 $f(x)$의 최솟값이다.

11 방정식에의 활용

방정식 $f(x)=0$의 실근은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표와 같다. 따라서 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축이 만나는 점의 개수와 같다.

12 부등식에의 활용

어떤 구간에서 부등식 $f(x)\ge 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 $(f(x)$의 최솟값$)\ge 0$임을 보인다.

13 속도와 가속도

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속도 v와 가속도 a는

(1) $v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) $a=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{dv}{dt}$

수학Ⅱ

유형 1 평균변화율과 미분계수

출제경향 | 평균변화율과 미분계수의 정의를 이해하고 있는지를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 b까지 변할 때, 함수 $y=f(x)$의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

(2) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

필수유형 1

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=x^3f(x)-7$

(나) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-g(x)}{x-2}=2$

$f(2)+g(2)+f'(2)-g'(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

01

▸ 22054-0121

함수 $f(x)=x^2-2x+3$에서 x의 값이 1에서 4까지 변할 때의 평균변화율이 k일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a))$, $(1, f(1))$을 지나는 직선의 기울기는 $-k$이다. $a+k$의 값은? (단, $a\neq 1$이고, k는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

02

▸ 22054-0122

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=1$일 때, $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(2+2h)-f(2-h)}{h}$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

03

▸ 22054-0123

다항함수 $f(x)$에 대하여 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x-1)+2}{x-2}=5$일 때, $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{xf(1)+2f(x)+6}{x-1}$의 값을 구하시오.

유형 2 미분가능과 연속

출제경향 | 함수 $f(x)$의 $x=a$에서의 미분가능성과 연속성의 관계를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때,

$$\lim_{x\to a-} f(x)=\lim_{x\to a+} f(x)=f(a)$$

$$\lim_{h\to 0-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

가 성립함을 이용한다.

필수유형 2

| 2021학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3+ax+b & (x<1) \\ bx+4 & (x\ge 1)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

04

▸ 22054-0124

함수

$$f(x)=\begin{cases} (x+a)^2+b & (x<2) \\ x-2 & (x\ge 2)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $4(b-a)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

05

▸ 22054-0125

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<0) \\ x^3-3x^2+ax+1 & (0\le x<b) \\ -2x+2 & (x\ge b)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은?

(단, a, b는 상수이고, $b>0$이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

06

▸ 22054-0126

서로 다른 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ g(x) & (x\ge 0)\end{cases}$$

은 $x=0$에서 미분가능하다.

$\dfrac{1}{h'(0)}\times\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)+2g(x)-3f(0)}{x}$의 값은? (단, $h'(0)\neq 0$)

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

유형 3 미분법의 공식

출제경향 | 미분법을 이용하여 미분계수를 구하거나 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때

(1) $y=x^n$ (n은 양의 정수)이면 $y'=nx^{n-1}$

(2) $y=c$ (c는 상수)이면 $y'=0$

(3) $\{cf(x)\}'=cf'(x)$ (단, c는 상수)

(4) $\{f(x)+g(x)\}'=f'(x)+g'(x)$

(5) $\{f(x)-g(x)\}'=f'(x)-g'(x)$

(6) $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

필수유형 3

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^2+3)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=1$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

07

▸ 22054-0127

함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+ax+1$의 도함수 $f'(x)$의 최솟값이 2일 때, $f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

08

▸ 22054-0128

함수 $f(x)=x^3-2x^2+ax+4$가

$$\lim_{t\to\infty} t\left\{f\left(1+\frac{1}{t}\right)-f\left(1-\frac{1}{t}\right)\right\}=6$$

을 만족시킬 때, $f'(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

09

▸ 22054-0129

다항함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$(x^2-1)g(x)=f(x)-2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$에 대하여 $f'(1)=-2$, $h'(1)=6$일 때, $g'(1)$의 값을 구하시오.

유형 4 접선의 방정식

출제경향 | 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$y-f(a)=f'(a)(x-a)$

필수유형 4

| 2022학년도 대수능 |

삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선과 곡선 $y=xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선이 일치할 때, $f'(2)$의 값은? [4점]

① -18 ② -17 ③ -16
④ -15 ⑤ -14

10

▸ 22054-0130

곡선 $y=x^4-24x+22$ 위의 점 P에서의 접선의 기울기가 8일 때, 이 접선의 y절편은?

① -26 ② -21 ③ -16
④ -11 ⑤ -6

11

▸ 22054-0131

곡선 $y=x^3-5x+2$ 위의 점 P에서의 접선 l이 원점을 지난다. 점 P를 지나고 직선 l에 수직인 직선을 m이라 할 때, 두 직선 l, m과 y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

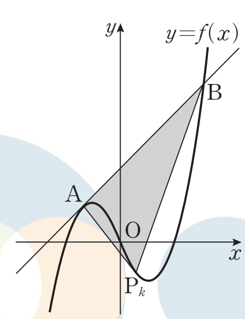
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

12

▸ 22054-0132

함수 $f(x)=x^3-2x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{A}(-1, 1)$에서의 접선이 이 곡선과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 $\mathrm{B}(b, f(b))$라 하자. 직선 $x=k\ (-1<k<b)$가 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점을 P_k라 할 때, 삼각형 $\mathrm{AP}_k\mathrm{B}$의 넓이의 최댓값은?

① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$
④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



수학 Ⅱ

유형 5 함수의 증가와 감소

출제경향 | 함수가 증가 또는 감소하는 구간을 찾거나, 증가 또는 감소할 조건을 이용하여 미정계수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여

① $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다.

② $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능할 때, 그 구간에 속하는 모든 x에 대하여

① $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다.

② $f'(x)<0$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다.

필수유형 5

| 2022학년도 대수능 |

함수 $f(x)=x^3+ax^2-(a^2-8a)x+3$이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a의 최댓값을 구하시오. [3점]

13

▸ 22054-0133

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=-x^3+ax^2-3ax+1$의 역함수가 존재하도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

14

▸ 22054-0134

함수 $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+5$에 대하여 함수 $f(x-10)$이 열린구간 $(n, n+2)$에서 증가할 때, 정수 n의 최솟값을 구하시오.

15

▸ 22054-0135

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 $a<x<a+1$에 속하는 모든 x에 대하여 $xf'(x)>0$을 만족시키는 양의 실수 a의 최솟값은 2이고 음의 실수 a의 최솟값은 -3일 때, 함수 $f(x)$는 열린구간 (m, n)에서 감소한다. $n-m$의 최댓값을 구하시오.

유형 6 함수의 극대와 극소

출제경향 | 함수의 극값을 구하거나 극값을 가질 조건을 구하는 것과 같이 극대, 극소와 관련된 다양한 문제들이 출제된다.

출제유형잡기 | 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$일 때, $x=a$의 좌우에서 $f'(x)$의 부호가

① 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

필수유형 6 | 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

함수 $f(x)=x^3-3x+12$가 $x=a$에서 극소일 때, $a+f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

16

▸ 22054-0136

함수 $f(x)=-x^3+3x^2+ax$는 $x=k$에서 극값을 갖는다. 모든 실수 k의 값의 곱이 -3일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

17

▸ 22054-0137

함수 $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+a$는 $x=\alpha$, $x=\beta$ $(\alpha<\beta)$에서 극소이다. 곡선 $y=f(x)$에서 x좌표가 α, β인 두 점을 각각 A, B라 할 때, 직선 AB가 원점을 지나도록 하는 상수 a의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

18

▸ 22054-0138

함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x+a$에 대하여 함수 $|f(x)|$가 $x=p$에서 극대인 실수 p의 개수가 2가 되도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 31　② 33　③ 35　④ 37　⑤ 39

유형 7 함수의 그래프

출제경향 | 함수 $y=f'(x)$의 그래프 또는 도함수 $f'(x)$의 여러 가지 성질을 이용하여 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 파악하거나 추론하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 부호를 조사하여 함수 $f(x)$의 증가와 감소를 파악하고, 극대와 극소를 찾아 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 그려서 문제를 해결한다.

필수유형 7

| 2018학년도 대수능 |

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
(나) 어떤 양수 k에 대하여 두 열린구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$에서 $f'(x)<0$이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

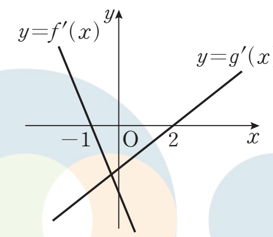
ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 열린구간 $(0, 2)$에서 한 개의 실근을 갖는다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.
ㄷ. $f(0)=0$이면 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq -\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19

▸ 22054-0139

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 두 직선 $y=f'(x)$, $y=g'(x)$는 그림과 같고, $f(-1)=g(2)=0$이다.



보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, 두 직선 $y=f'(x)$, $y=g'(x)$의 y절편은 모두 음수이고, $f'(-1)=g'(2)=0$이다.)

보기

ㄱ. 함수 $f(x)+g(x)$는 열린구간 $(-1, 2)$에서 감소한다.
ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=\frac{1}{2}$에서 극소이다.
ㄷ. 함수 $h(x)=\begin{cases} \frac{f(x)g(x)}{\sqrt{g(x)}} & (x\neq 2) \\ 0 & (x=2) \end{cases}$는 $x=-1$, $x=2$에서 극대이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 8 함수의 최대와 최소

출제경향 | 연속함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제, 최댓값과 최솟값이 존재할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)$의 극댓값과 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.

필수유형 8 | 2017학년도 대수능 6월 모의평가 |

양수 a에 대하여 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+2$가 닫힌구간 $[-a, a]$에서 최댓값 M, 최솟값 $\frac{14}{27}$를 갖는다. $a+M$의 값을 구하시오. [4점]

20

▸ 22054-0140

닫힌구간 $[-1, 3]$에서 함수 $f(x)=-x^3+6x^2-12x-9$의 최댓값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

21

▸ 22054-0141

함수 $f(x)=x^3-3x^2+a$가 닫힌구간 $[0, 4]$에서 최솟값 0, 최댓값 M을 갖는다. M의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

22

▸ 22054-0142

함수 $f(x)=x^4-8x^3+16x^2$과 자연수 n에 대하여 a_n은

$a_n \leq 0$, $f(a_n)=f(n)$

이고, 함수 $g_n(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_n \leq x < n$일 때, $g_n(x)=f(x)$이다.
(나) $l_n=n-a_n$일 때, 모든 실수 x에 대하여 $g_n(x+l_n)=g_n(x)$이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $g_n(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 n의 값이 존재한다.
ㄴ. 함수 $g_n(x)$의 최댓값이 16이 되도록 하는 모든 n의 개수는 4이다.
ㄷ. 함수 $g_n(x)$는 $x=l_n$에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23

▸ 22054-0143

자연수 k에 대하여 함수 $f(x)=2x^3+3kx^2-12k^2x+k$가 열린구간 $(-5, n)$에서 최댓값 M, 최솟값 m을 갖는다. 자연수 n의 최댓값을 l이라 할 때, $M+m+l$의 값을 구하시오.

24

▸ 22054-0144

두 함수 $f(x)=x^2-2x+1$, $g(x)=x^3+mx^2+7x+n$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$는 두 점 $\mathrm{A}(a, f(a))$, $\mathrm{B}(b, f(b))$에서 만나고 $f'(a)=g'(a)=0$이다.
직선 $x=k$ $(a<k<b)$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 P_k, Q_k라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, m, n은 상수이다.)

보기

ㄱ. $m-n=-2$
ㄴ. 함수 $g(x)$가 $x=l$에서 극소이면 선분 $\mathrm{P}_k\mathrm{Q}_k$의 길이의 최댓값은 $\overline{\mathrm{P}_l\mathrm{Q}_l}$이다.
ㄷ. 함수 $g(x)$가 $x=l$에서 극소이고, 삼각형 $\mathrm{BP}_k\mathrm{Q}_k$의 넓이가 $k=t$에서 최대이면 $t<l$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

유형 9 방정식의 실근의 개수

출제경향 | 함수의 그래프의 개형을 이용하여 방정식의 실근의 개수를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프의 교점의 개수와 같다.

필수유형 9 | 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

방정식 $2x^3+6x^2+a=0$이 $-2\le x\le 2$에서 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 a의 개수는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

25

▸ 22054-0145

x에 대한 방정식 $x^3+3x^2-9x+2-a=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 양수 a의 값을 구하시오.

26

▸ 22054-0146

두 함수 $f(x)=2x^3+x^2-2x-3$, $g(x)=x^3+x^2+10x+a$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 두 개의 음의 실근과 한 개의 양의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

27

▸ 22054-0147

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 서로 다른 두 실수 a, b에 대하여 $f'(a)=f'(b)=0$이다. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 방정식 $f(x)-\dfrac{f(a)+f(b)}{2}=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

ㄴ. 방정식 $|f(x)-f(a)|-|f(a)-f(b)|=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

ㄷ. 함수 $f(|x|)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 방정식 $f(|x|)-\dfrac{f(a)+f(b)}{2}=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28

▸ 22054-0148

사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[0, 4]$에서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 최솟값을 갖는다.
(나) 닫힌구간 $[1, 12]$에서 함수 $f(x)$는 $x=5$에서 최댓값, $x=10$에서 최솟값을 갖는다.

함수 $g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ f(x-m)+n & (x\geq a)\end{cases}$가 $x=a$에서 미분가능하고 $g'(a)=0$이다. x에 대한 방정식 $g(x)-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 6이 되도록 하는 실수 k의 값이 존재할 때, $\dfrac{n}{a+m}$의 값은? (단, $|f(1)-f(5)|>|f(1)-f(10)|>0$이고, m, n은 상수이다.)

① $\dfrac{f(1)-f(5)}{15}$ ② $\dfrac{f(10)-f(1)}{15}$ ③ $\dfrac{f(1)-f(5)}{19}$ ④ $\dfrac{f(10)-f(1)}{19}$ ⑤ $\dfrac{f(5)-f(1)}{19}$

29

▸ 22054-0149

함수 $f(x)=x^3-3|x|+2$에 대하여 함수 $g(t)$를 다음과 같이 정의한다.

실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t, t+2]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 한다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. 함수 $g(t)$는 열린구간 $(-2, 0)$에서 증가한다.

ㄴ. t에 대한 방정식 $g(t)-a(t+2)=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값은 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$이다.

ㄷ. t에 대한 방정식 $g(t)-bt=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 b의 값은 $9+6\sqrt{3}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

유형 10 부등식에의 활용

출제경향 | 주어진 범위에서 부등식이 항상 성립할 조건을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 어떤 구간에서 부등식 $f(x)\geq 0$이 성립함을 보이려면 주어진 구간에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하여 ($f(x)$의 최솟값$)\geq 0$임을 보인다.

필수유형 10 | 2020학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 함수

$$f(x)=x^3+3x^2-k,\ g(x)=2x^2+3x-10$$

에 대하여 부등식

$$f(x)\geq 3g(x)$$

가 닫힌구간 $[-1,\ 4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

30

▸ 22054-0150

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$2x^3+3x^2+9-a^2>0$$

이 항상 성립하도록 하는 모든 정수 a의 개수는?

① 1　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

31

▸ 22054-0151

두 함수

$$f(x)=3x^4-5x^3+ax+a,\ g(x)=3x^3+ax$$

가 있다. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\geq g(x)$가 항상 성립하도록 하는 실수 a의 최솟값은?

① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

32

▸ 22054-0152

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

(나) $x\leq a$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x)\leq -1$이 성립하도록 하는 실수 a의 최댓값은 2이다.

$f(-2)=-5$일 때, $f(3)$의 최댓값은?

① 15　② 20　③ 25　④ 30　⑤ 35

유형 11 속도와 가속도

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 위치, 속도, 가속도를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치가 $x=f(t)$일 때

(1) 점 P의 시각 t에서의 속도 v는 $v=\frac{dx}{dt}=f'(t)$

(2) 점 P의 시각 t에서의 가속도 a는 $a=\frac{dv}{dt}$

필수유형 11 | 2020학년도 대수능 |

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\ge0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=t^3-2t^2+3t,\ x_2=t^2+12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [4점]

33

▶ 22054-0153

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\ge0)$에서의 위치 x가

$$x=2t^3-3t^2+5t$$

이다. 점 P의 가속도가 0이 되는 순간 점 P의 속도는?

① $\frac{7}{2}$　② $\frac{9}{2}$　③ $\frac{11}{2}$　④ $\frac{13}{2}$　⑤ $\frac{15}{2}$

34

▶ 22054-0154

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\ge0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1=\frac{1}{2}t^2-2t,\ x_2=-t^3+3t^2+9t$$

이다. 두 점 P, Q가 서로 같은 방향으로 움직이는 시각 t의 범위가 $a<t<b$일 때, a의 최솟값을 m, b의 최댓값을 M이라 하자. $m+M$의 값을 구하시오.

35

▶ 22054-0155

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\ge0)$에서의 위치 x가

$$x=-t^4+kt^3$$

이고 점 P의 속도의 최댓값은 16이다. 점 P의 시각 $t=k$에서의 가속도는? (단, k는 양수이다.)

① -96　② -92　③ -88　④ -84　⑤ -80

수학 Ⅱ

06 다항함수의 적분법

Note

① 부정적분

(1) 함수 $f(x)$에 대하여 $F'(x)=f(x)$를 만족시키는 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 부정적분이라 하고, $f(x)$의 부정적분을 구하는 것을 $f(x)$를 적분한다고 한다.

(2) 함수 $f(x)$의 부정적분을 $F(x)$라 하면

$$\int f(x)dx=F(x)+C \ (C\text{는 상수})$$

로 나타내며, C를 적분상수라고 한다.

참고 $F(x)$, $G(x)$를 함수 $f(x)$의 부정적분이라 하면 $F'(x)=G'(x)=f(x)$이므로

$$\{G(x)-F(x)\}'=f(x)-f(x)=0$$

그런데 도함수가 0인 함수는 상수함수이므로

$$G(x)-F(x)=C \ (C\text{는 상수}),\ \text{즉 } G(x)=F(x)+C$$

따라서 함수 $f(x)$의 임의의 부정적분은 $F(x)+C$의 꼴로 나타낼 수 있다.

② 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)와 함수 $y=1$의 부정적분

(1) n이 양의 정수일 때,

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \ (\text{단, } C\text{는 적분상수})$$

(2) $\int 1\,dx=x+C$ (단, C는 적분상수)

③ 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분

두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

(1) $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

(2) $\int \{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

(3) $\int \{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

④ 정적분의 정의

닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면

$$\int_a^b f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a)$$

이때 정적분 $\int_a^b f(x)dx$의 값을 구하는 것을 함수 $f(x)$를 a에서 b까지 적분한다고 한다.

참고 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^a f(x)dx=0$　　② $\int_a^b f(x)dx=-\int_b^a f(x)dx$

⑤ 정적분과 미분의 관계

함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x) \ (\text{단, } a<x<b)$$

Note

⑥ 정적분의 성질 (1)

(1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\displaystyle\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\displaystyle\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\displaystyle\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

⑦ 정적분의 성질 (2)

(1) 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이면 $\displaystyle\int_{-a}^a f(x)dx=2\int_0^a f(x)dx$

(2) 연속함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이면 $\displaystyle\int_{-a}^a f(x)dx=0$

참고 정적분 $\displaystyle\int_{-a}^a x^n\,dx$ (n은 음이 아닌 정수)의 계산

① n이 0 또는 짝수이면 $\displaystyle\int_{-a}^a x^n\,dx=2\int_0^a x^n\,dx$

② n이 홀수이면 $\displaystyle\int_{-a}^a x^n\,dx=0$

⑧ 정적분으로 나타내어진 함수의 극한

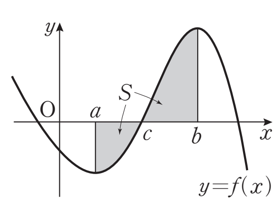
함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,

$$\lim_{x\to a}\frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt=f(a) \text{ (단, } a\text{는 상수)}$$

⑨ 곡선과 좌표축 사이의 넓이

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

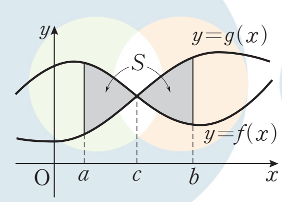
$$S=\int_a^b |f(x)|dx$$



⑩ 두 곡선 사이의 넓이

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$



⑪ 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 거리

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 시각 $t=a$에서의 위치를 x_0이라 하면

(1) 점 P의 시각 t에서의 위치 x는 $\displaystyle x=x_0+\int_a^t v(t)dt$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은 $\displaystyle\int_a^b v(t)dt$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는 $\displaystyle s=\int_a^b |v(t)|dt$

유형 1 부정적분의 정의와 성질

출제경향 | 함수 $y=x^n$ (n은 양의 정수)의 부정적분과 부정적분의 성질을 이용하여 부정적분을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) n이 양의 정수일 때,

$$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \text{ (단, } C\text{는 적분상수)}$$

(2) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 부정적분이 각각 존재할 때

① $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$ (단, k는 0이 아닌 상수)

② $\int \{f(x)+g(x)\}dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$

③ $\int \{f(x)-g(x)\}dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

필수유형 1 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=8x^3-12x^2+7$이고 $f(0)=3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

01

▸ 22054-0156

함수 $f(x)$의 최솟값이 1이고 $f'(x)=4x-12$일 때, $f(1)$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

02

▸ 22054-0157

함수 $F(x)=x^3+ax$는 함수 $f(x)$의 한 부정적분이고 $f(1)=5$이다. 함수 $G(x)$는 함수 $xf(x)$의 한 부정적분이고 $G(0)=1$일 때, $G(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

03

▸ 22054-0158

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=\begin{cases} x^3-4x & (|x|>1) \\ 2x+2 & (|x|<1) \end{cases}$$

이고, 함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $\left(0,\ \frac{9}{4}\right)$를 지날 때, 함수 $f(x)$의 모든 극솟값의 합은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

유형 2 정적분의 정의와 성질

출제경향 | 정적분의 정의와 성질을 이용하여 정적분의 값을 구하거나 이를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때

① $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 상수)

② $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

③ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx=\int_a^b f(x)dx-\int_a^b g(x)dx$

(2) 함수 $f(x)$가 임의의 세 실수 a, b, c를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때,

$$\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx=\int_a^b f(x)dx$$

필수유형 2 | 2019학년도 대수능 |

$\int_1^4 (x+|x-3|)dx$의 값을 구하시오. [3점]

04

▸ 22054-0159

$\int_1^3 ax|x-2|dx=6$일 때, 상수 a의 값은?

① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$

④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

05

▸ 22054-0160

이차함수 $f(x)=x^2-(a+1)x+a$가

$$\int_1^2 (x^2+x)f'(x)dx+\int_1^2 (2x+1)f(x)dx=-12$$

를 만족시킬 때, $\int_1^a f(x)dx$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -5 ② $-\frac{9}{2}$ ③ -4

④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -3

06

▸ 22054-0161

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=f(x)$
(나) $f(x+2)=f(x)$

$\int_{-1}^3 f(x)dx=12$일 때, $\int_0^{15} f(x)dx$의 값을 구하시오.

수학 II

유형 3 함수의 성질을 이용한 정적분

출제경향 | 함수의 그래프가 y축 또는 원점에 대하여 대칭임을 이용하여 정적분의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=2\int_{0}^{a} f(x)dx$$

(2) 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭, 즉 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx=0$$

필수유형 3

함수 $f(x)=2x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(0)=-3$

(나) $\int_{-2}^{2} f(x)dx=32$

$f(2)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

07

▸ 22054-0162

$\int_{-2}^{2} (x^3+2x^2+x)dx+\int_{2}^{-2} (2x^3-4x^2+1)dx$의 값은?

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

08

▸ 22054-0163

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$를 만족시키고 $\int_{0}^{1} xf(x)dx=3$일 때, $\int_{-1}^{1} (x+2)^2f(x)dx$의 값은?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

09

▸ 22054-0164

다항함수 $f(x)$에 대하여 $g(x)=xf(x)$라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.

(나) $\int_{0}^{2} g'(x)dx=12$

(다) $\int_{-2}^{2} x\{f'(x)+1\}^2dx=32$

$\int_{0}^{2} \{f'(x)+f(x)\}dx$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

유형 4 정적분으로 나타내어진 함수

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수를 미분하여 함수를 구하거나 이를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(t)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$\frac{d}{dx}\int_{a}^{x} f(t)dt=f(x)$ (단, $a<x<b$)

필수유형 4 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)=2x^3+ax^2+3a+\int_{1}^{x} f(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(1)=\int_{0}^{1} f(t)dt$일 때, $a+f(3)$의 값은?

(단, a는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

10

▸ 22054-0165

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_{-2}^{x} f(t)dt=x^3+ax^2+2x$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 45 ② 47 ③ 49
④ 51 ⑤ 53

11

▸ 22054-0166

함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<0) \\ 3x+1 & (x\geq 0) \end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{-1}^{x} tf(t)dt$$

라 할 때, $g(-3)+g(2)$의 값은?

① 8 ② $\frac{25}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ 9 ⑤ $\frac{28}{3}$

12

▸ 22054-0167

최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=f(x)$
(나) $f(f(x))=(4x^2-3)f(x)-3\int_{1}^{x} f'(t)dt$

$f(5)$의 값을 구하시오.

유형 5 정적분으로 나타내어진 함수의 극한

출제경향 | 정적분으로 나타내어진 함수의 극한값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 상수 a에 대하여

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \int_{a}^{x+a} f(t)dt = f(a)$

(2) $\lim_{x \to a} \frac{1}{x-a} \int_{a}^{x} f(t)dt = f(a)$

필수유형 5

함수 $f(x)=2x^2-x+6$에 대하여 $\lim_{x \to 3} \frac{1}{x^2-3x} \int_{3}^{x} f(t)dt$의 값은?

① 1　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

13

▸ 22054-0168

$\lim_{x \to a} \frac{1}{x-a} \int_{a}^{x} (2t^2-5t)dt=3$을 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합은?

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

14

▸ 22054-0169

함수 $f(x)=3x^2+2x$에 대하여 $\lim_{x \to -2} \frac{1}{x+2} \int_{-2}^{x} \{f(t)\}^2 dt$의 값은?

① 48　② 52　③ 56　④ 60　⑤ 64

15

▸ 22054-0170

함수 $f(x)=1+x+x^2+x^3+x^4+x^5$에 대하여 $\lim_{x \to 2} \frac{1}{x^3-4x} \int_{4}^{x^2} f(t)dt$의 값은?

① $\frac{2^{10}-1}{3}$　② $\frac{2^{11}-1}{6}$　③ $\frac{2^{11}-1}{3}$　④ $\frac{2^{12}-1}{6}$　⑤ $\frac{2^{12}-1}{3}$

유형 6 곡선과 좌표축 사이의 넓이

출제경향 | 주어진 곡선과 x축 사이의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)|dx$$

필수유형 6　　| 2021학년도 대수능 6월 모의평가 |

곡선 $y=x^3-2x^2$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{7}{6}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ $\frac{11}{6}$

16

▸ 22054-0171

함수 $f(x)=ax^3-3ax+a^2$에 대하여 곡선 $y=f'(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 8일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a는 양의 실수이다.)

① 12　② $\frac{25}{2}$　③ 13　④ $\frac{27}{2}$　⑤ 14

17

▸ 22054-0172

곡선 $y=x^2-8x+3+4|x^2-2x|$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

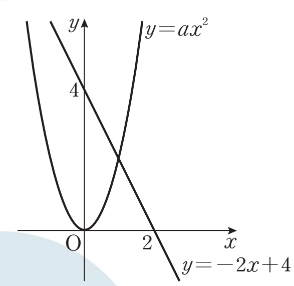
① 9　② $\frac{28}{3}$　③ $\frac{29}{3}$　④ 10　⑤ $\frac{31}{3}$

18

▸ 22054-0173

그림과 같이 직선 $y=-2x+4$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 곡선 $y=ax^2$이 이등분할 때, 상수 a의 값은 $p+q\sqrt{10}$이다. $36(p+q)$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 유리수이다.)



유형 7 두 곡선 사이의 넓이

출제경향 | 곡선과 직선, 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

필수유형 7 | 2021학년도 대수능 |

곡선 $y=x^2-7x+10$과 직선 $y=-x+10$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

19

▸ 22054-0174

곡선 $y=|x^2-x|$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{5}{6}$ ② 1 ③ $\frac{7}{6}$
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

20

▸ 22054-0175

곡선 $y=x^3-4x^2-x+4$와 이 곡선 위의 점 $(2, -6)$에서의 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

21

▸ 22054-0176

두 함수 $f(x)=x^3-4x^2+3x$, $g(x)=-x^2+ax$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 위의 점 $(0, 0)$에서의 접선이 서로 일치할 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a는 상수이다.)

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$
④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

22

▸ 22054-0177

곡선 $y=x^2-1$ 위의 점 중에서 원점에서 거리가 가장 가까운 점을 $\mathrm{P}(a,\ a^2-1)$, 곡선 $y=x^2-1$ 위의 점 P에서의 접선을 l이라 하자. 곡선 $y=x^2-1$과 직선 l 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, $a>0$)

① $\frac{\sqrt{2}}{12}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{12}$

23

▸ 22054-0178

함수 $f(x)=-x^2-2ax-a^2+4a+1$에 대하여
직선 $y=-2x+6$이 곡선 $y=f(x)$와 접할 때,
곡선 $y=f(x)$ $(x\geq -a)$와 직선 $y=-2x+6$ 및 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, a는 상수이다.)

① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$
④ 7 ⑤ $\frac{22}{3}$

유형 8 곡선의 넓이의 활용

출제경향 | 함수의 성질, 정적분의 성질, 도함수 등을 이용하여 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수와 그래프의 성질과 특징, 도함수, 정적분과 넓이의 관계 등을 이용하여 넓이를 구한다.

필수유형 8 | 2019학년도 대수능 |

실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-3)+4$이다.
> (나) $\int_0^6 f(x)\,dx=0$

함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=6$, $x=9$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

24

▸ 22054-0179

함수 $f(x)=-x^3+3x$와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$가 어떤 양수 a에 대하여

$f(a)=g(a)$, $f'(a)=g'(a)=0$

을 만족시킬 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 21 ② $\frac{64}{3}$ ③ $\frac{65}{3}$
④ 22 ⑤ $\frac{67}{3}$

25

▸ 22054-0180

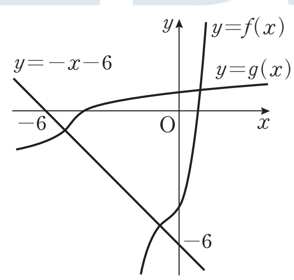
실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t, t+2]$에서 함수 $f(x)=x^2-4x+4$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=4$로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$
④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

26

▸ 22054-0181

함수 $f(x)=x^3+2x^2+2x-4$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 그림과 같이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 직선 $y=-x-6$으로 둘러싸인 부분의 넓이는?



① 20 ② $\frac{61}{3}$ ③ $\frac{62}{3}$
④ 21 ⑤ $\frac{64}{3}$

27

▸ 22054-0182

함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

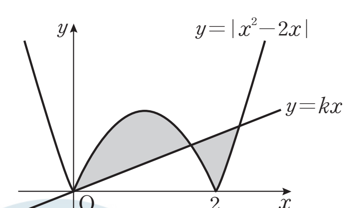
(가) $0\le x<2$일 때, $f(x)=-x^2+\frac{5}{2}x+1$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2)=f(x)+1$이다.

닫힌구간 $[0, 10]$에서 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{3}{5}x$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하면 $S=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

28

▸ 22054-0183

그림과 같이 곡선 $y=|x^2-2x|$와 직선 $y=kx$가 서로 다른 세 점에서 만난다. 곡선 $y=|x^2-2x|$와 직선 $y=kx$로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합이 최소일 때, 실수 k의 값은?



① $3-2\sqrt{2}$ ② $6-4\sqrt{2}$ ③ $2-\sqrt{2}$
④ $3-\sqrt{2}$ ⑤ $6-3\sqrt{2}$

유형 9 수직선 위를 움직이는 점의 속도와 거리

출제경향 | 수직선 위를 움직이는 점의 시각 t에서의 속도에 대한 식이나 그래프가 주어질 때, 점의 위치, 위치의 변화량, 움직인 거리를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$, 시각 $t=a$에서의 위치를 x_0이라 하면

(1) 점 P의 시각 t에서의 위치 x는 $x=x_0+\int_a^t v(t)dt$

(2) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P의 위치의 변화량은 $\int_a^b v(t)dt$

(3) 시각 $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리 s는 $s=\int_a^b |v(t)|dt$

필수유형 9 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t>0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=-4t^3+12t^2$

이다. 시각 $t=k$에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각 $t=3k$에서 $t=4k$까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

29

▸ 22054-0184

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=6-2t$

이다. 시각 $t=1$과 $t=k$ $(k>1)$에서 점 P의 위치가 같을 때, 점 P가 시각 $t=1$에서 $t=k$까지 움직인 거리는?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

30

▸ 22054-0185

시각 $t=0$일 때 점 A(12)를 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$v(t)=t^2-2t$

이다. 점 P와 원점 사이의 거리가 최소일 때, 점 P의 위치는?

① 8 ② $\frac{26}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

31

▸ 22054-0186

시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

$v_1(t)=4t^2-3at+a,\ v_2(t)=t^2+3t-2a$

이다. 시각 $t=k$에서 두 점 P, Q 사이의 거리가 8이 되도록 하는 모든 양수 k의 개수가 4일 때, 상수 a의 값은? (단, $a>1$)

① 5 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{17}{3}$ ④ 6 ⑤ $\frac{19}{3}$

07 이차곡선

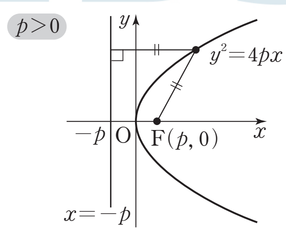
① 포물선

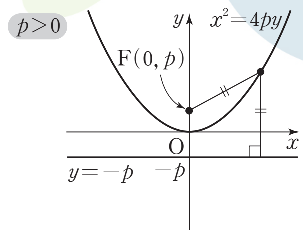
(1) 포물선의 정의 : 평면 위의 한 점 F와 점 F를 지나지 않는 한 직선 l에 대하여 점 F와 직선 l에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라고 한다. 이때 점 F를 포물선의 초점, 직선 l을 포물선의 준선, 포물선의 초점 F를 지나고 준선 l에 수직인 직선을 포물선의 축, 포물선과 축이 만나는 점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.

(2) 포물선의 방정식

① 초점의 좌표가 $\mathrm{F}(p,\ 0)$이고 준선의 방정식이 $x=-p$인 포물선의 방정식은 $y^2=4px$ (단, $p\neq0$)

② 초점의 좌표가 $\mathrm{F}(0,\ p)$이고 준선의 방정식이 $y=-p$인 포물선의 방정식은 $x^2=4py$ (단, $p\neq0$)





② 타원

(1) 타원의 정의 : 평면 위의 서로 다른 두 점 F, F′에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 점 F, F′을 타원의 초점이라고 한다. 두 초점 F, F′을 지나는 직선이 타원과 만나는 점을 각각 A, A′이라 하고, 선분 FF′의 수직이등분선이 타원과 만나는 점을 각각 B, B′이라 할 때, 네 점 A, A′, B, B′을 타원의 꼭짓점, 선분 AA′을 타원의 장축, 선분 BB′을 타원의 단축이라 하고, 장축과 단축이 만나는 점을 타원의 중심이라고 한다.

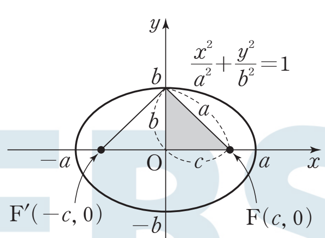
(2) 타원의 방정식

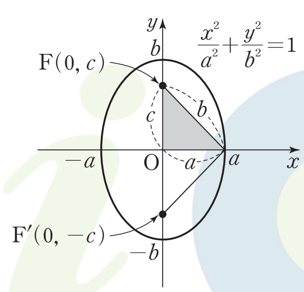
① 두 초점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$에서의 거리의 합이 $2a$인 타원의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

(단, $a>c>0$, $b^2=a^2-c^2$)

② 두 초점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F}'(0,\ -c)$에서의 거리의 합이 $2b$인 타원의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

(단, $b>c>0$, $a^2=b^2-c^2$)





③ 쌍곡선

(1) 쌍곡선의 정의 : 평면 위의 서로 다른 두 점 F, F′에서의 거리의 차가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 점 F, F′을 쌍곡선의 초점이라고 한다. 쌍곡선이 선분 FF′과 만나는 점을 각각 A, A′이라 할 때, 두 점 A, A′을 쌍곡선의 꼭짓점, 선분 AA′을 쌍곡선의 주축, 선분 AA′의 중점을 쌍곡선의 중심이라고 한다.

(2) 쌍곡선의 방정식

① 두 초점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$에서의 거리의 차가 $2a$인 쌍곡선의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$

(단, $c>a>0$, $b^2=c^2-a^2$)

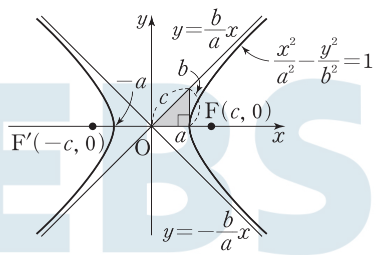
Note

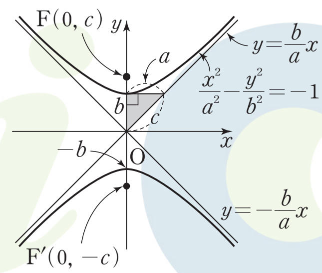
Note

② 두 초점 $\mathrm{F}(0,\ c)$, $\mathrm{F}'(0,\ -c)$에서의 거리의 차가 $2b$인 쌍곡선의 방정식은 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$

(단, $c>b>0$, $a^2=c^2-b^2$)

(3) 쌍곡선의 점근선 : 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ $(a>0,\ b>0)$의 두 점근선의 방정식은 $y=\dfrac{b}{a}x$, $y=-\dfrac{b}{a}x$이다.





④ 이차곡선의 접선의 방정식

(1) 이차곡선과 직선의 위치 관계 : 이차곡선을 나타내는 방정식과 직선 $y=mx+n$에서 y를 소거하여 얻은 x에 대한 방정식을

$Ax^2+Bx+C=0$ (A, B, C는 상수) $\cdots\cdots$ ㉠

이라 하자. $A\neq0$일 때, 이차곡선과 직선의 교점의 개수는 x에 대한 이차방정식 ㉠의 서로 다른 실근의 개수와 같다. 즉, x에 대한 이차방정식 ㉠의 판별식을 D라 하면 이차곡선과 직선의 위치 관계는 다음과 같다.

① $D>0 \Longleftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다. ② $D=0 \Longleftrightarrow$ 한 점에서 만난다.(접한다.)

③ $D<0 \Longleftrightarrow$ 만나지 않는다.

(2) 포물선의 접선의 방정식

① 기울기가 m인 접선의 방정식

포물선 $y^2=4px$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx+\dfrac{p}{m}$ (단, $m\neq0$)

포물선 $x^2=4py$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx-m^2p$

② 포물선 위의 점에서의 접선의 방정식

포물선 $y^2=4px$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $y_1y=2p(x+x_1)$

포물선 $x^2=4py$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $x_1x=2p(y+y_1)$

(3) 타원의 접선의 방정식

① 기울기가 m인 접선의 방정식

타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2+b^2}$

② 타원 위의 점에서의 접선의 방정식

타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $\dfrac{x_1x}{a^2}+\dfrac{y_1y}{b^2}=1$

(4) 쌍곡선의 접선의 방정식

① 기울기가 m인 접선의 방정식

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{a^2m^2-b^2}$

(단, $a^2m^2-b^2>0$)

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{b^2-a^2m^2}$

(단, $b^2-a^2m^2>0$)

② 쌍곡선 위의 점에서의 접선의 방정식

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $\dfrac{x_1x}{a^2}-\dfrac{y_1y}{b^2}=1$

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식은 $\dfrac{x_1x}{a^2}-\dfrac{y_1y}{b^2}=-1$

유형 1 포물선의 정의와 활용

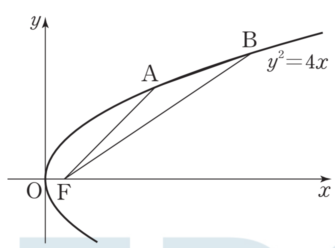
출제경향 | 포물선의 초점의 좌표, 준선의 방정식, 꼭짓점의 좌표를 구하는 문제와 포물선의 정의를 이용하여 선분의 길이, 도형의 둘레의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 포물선의 방정식으로부터 초점의 좌표를 구하고, 포물선 위의 점에서 초점과 준선까지의 거리가 서로 같음을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 1

| 2020학년도 대수능 9월 모의평가 |

초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x좌표가 6일 때, $\overline{\mathrm{AF}}\times\overline{\mathrm{BF}}$의 최댓값을 구하시오. [4점]



01

▸ 22056-0187

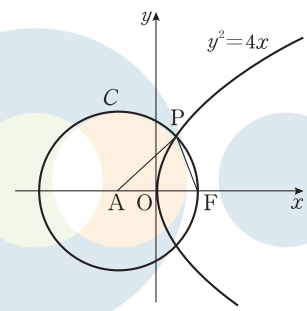
초점이 F인 포물선 $y^2=3x$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서 이 포물선의 준선 l에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{FH}}=3$일 때, 삼각형 FAH의 넓이는?

① $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{4}$
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{4}$

02

▸ 22056-0188

그림과 같이 원 C는 중심이 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$이고 포물선 $y^2=4x$의 초점 F를 지난다. 이 포물선과 원 C가 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 P라 할 때, 삼각형 AFP의 둘레의 길이는?

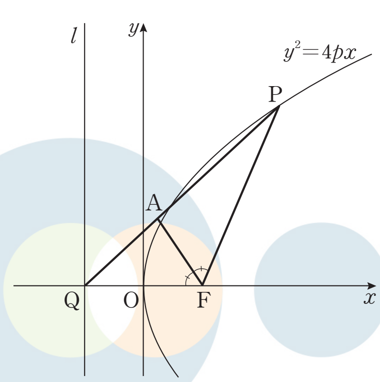


① $\frac{1+4\sqrt{3}}{2}$ ② $1+2\sqrt{3}$ ③ $\frac{3+4\sqrt{3}}{2}$
④ $2+2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5+4\sqrt{3}}{2}$

03

▸ 22056-0189

그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=4px\ (p>0)$ 위의 제1사분면에 점 P가 있다. 이 포물선의 준선 l과 x축이 만나는 점을 Q라 하고, $\angle\mathrm{PFQ}$의 이등분선이 선분 PQ와 만나는 점을 A라 하자. $\overline{\mathrm{PA}}=\sqrt{46}$이고, 점 A는 선분 PQ를 $5:3$으로 내분하는 점일 때, 상수 p의 값은?



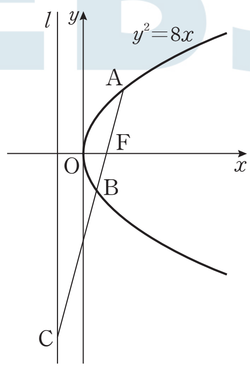
① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{13}{5}$
④ $\frac{14}{5}$ ⑤ 3

04

▸ 22056-0190

초점이 F인 포물선 $y^2=8x$ 위의 점 A에 대하여 직선 FA가 이 포물선과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B, 이 포물선의 준선 l과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{FC}=3\overline{FA}$일 때, 선분 FB의 길이는?
(단, 점 A는 제1사분면에 있고, 점 A의 x좌표는 2보다 크다.)

① $\frac{14}{5}$ ② 3 ③ $\frac{16}{5}$
④ $\frac{17}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$



유형 2 타원의 정의와 활용

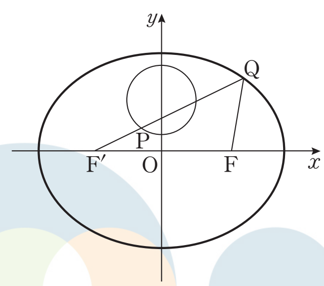
출제경향 | 타원의 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 두 초점 사이의 거리, 장축의 길이, 단축의 길이를 구하는 문제와 타원의 정의를 이용하여 선분의 길이, 도형의 둘레의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 타원의 방정식으로부터 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 장축의 길이, 단축의 길이를 구하고, 타원 위의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 합이 장축의 길이와 같음을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 2

| 2019학년도 대수능 |

두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{33}=1$이 있다. 원 $x^2+(y-3)^2=4$ 위의 점 P에 대하여 직선 F′P가 이 타원과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 Q라 하자. $\overline{PQ}+\overline{FQ}$의 최댓값을 구하시오. [4점]



05

▸ 22056-0191

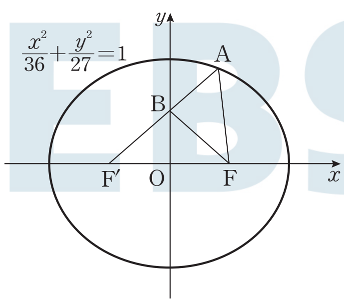
두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이 y축과 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 A라 하자. 삼각형 AF′F의 넓이가 $4\sqrt{3}$이고, 직선 AF의 기울기가 -2일 때, a^2의 값은?
(단, a와 b는 $a>b>0$인 상수이고, 점 F의 x좌표는 양수이다.)

① $7\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $9\sqrt{3}$
④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $11\sqrt{3}$

06

▸ 22056-0192

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에 대하여 선분 F′A가 y축과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 F′FB의 둘레의 길이와 삼각형 ABF의 둘레의 길이의 차가 2일 때, 선분 F′B의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{F'A}}>\overline{\mathrm{FA}}$)

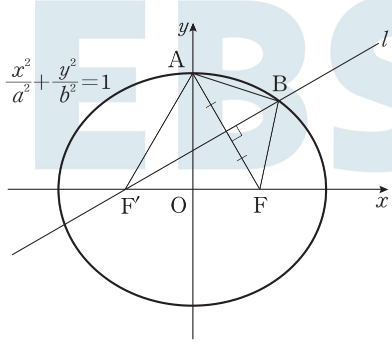


① $\frac{5}{2}$　② 3　③ $\frac{7}{2}$
④ 4　⑤ $\frac{9}{2}$

07

▸ 22056-0193

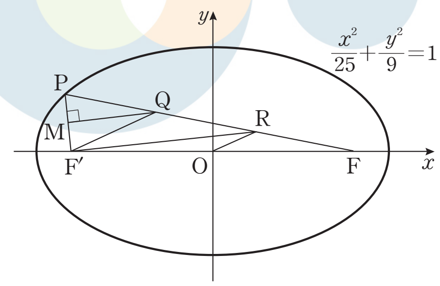
그림과 같이 두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이 있다. 이 타원과 y축이 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 A라 하고, 선분 FA의 수직이등분선 l이 점 F′을 지날 때, 직선 l과 타원이 만나는 점 중 x좌표가 양수인 점을 B라 하자. $\overline{\mathrm{FB}}=4+\sqrt{3}$일 때, $\overline{\mathrm{FA}}=p+q\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 $a>b>0$인 상수이고, 점 F의 x좌표는 양수이며, p와 q는 유리수이다.)



08

▸ 22056-0194

그림과 같이 두 초점이 F$(c,\ 0)$, F′$(-c,\ 0)$ $(c>0)$인 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 위의 점 중 제2사분면에 있고 x좌표가 $-c$보다 작은 점 P가 있다. 선분 F′P의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나고 선분 F′P에 수직인 직선이 선분 FP와 만나는 점을 Q라 하자. 점 F′을 지나고 직선 QM에 평행한 직선이 선분 FP와 만나는 점을 R라 하자. 직선 F′Q와 직선 OR가 서로 평행할 때, $(\overline{\mathrm{F'P}}+10)^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



유형 3 쌍곡선의 정의와 활용

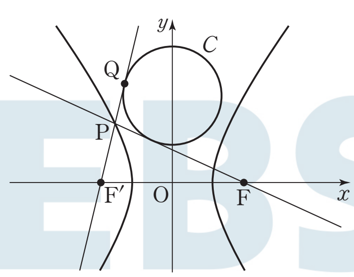
출제경향 | 쌍곡선의 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 두 초점 사이의 거리, 주축의 길이를 구하는 문제와 쌍곡선의 정의를 이용하여 선분의 길이, 도형의 둘레의 길이와 넓이를 구하는 문제가 출제된다. 또한 쌍곡선의 점근선의 방정식을 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 쌍곡선의 방정식으로부터 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 주축의 길이, 점근선의 방정식을 구하고, 쌍곡선 위의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 차가 주축의 길이와 같음을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 3

| 2018학년도 대수능 |

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{17}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 FP와 직선 F′P에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 C가 있다. 직선 F′P와 원 C의 접점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{F'Q}}=5\sqrt{2}$일 때, $\overline{\mathrm{FP}}^2+\overline{\mathrm{F'P}}^2$의 값을 구하시오.
(단, $\overline{\mathrm{F'P}}<\overline{\mathrm{FP}}$) [4점]



09

▸ 22056-0195

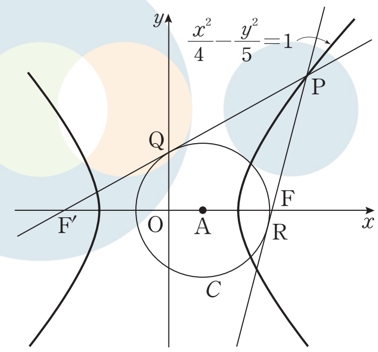
두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{a}=1$ 위의 어떤 점 A에 대하여 $\overline{\mathrm{FA}}:\overline{\mathrm{F'A}}=1:3$이고, 삼각형 AF′F의 둘레의 길이가 20일 때, 양수 a의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

10

▸ 22056-0196

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$ 위의 제1사분면에 점 P가 있다. 중심이 A(1, 0)인 원 C가 직선 F′P와 점 Q에서 접하고, 직선 FP와 점 R에서 접할 때, $\overline{\mathrm{F'Q}}+\overline{\mathrm{FR}}$의 값은? (단, $\overline{\mathrm{F'P}}>\overline{\mathrm{FP}}$)



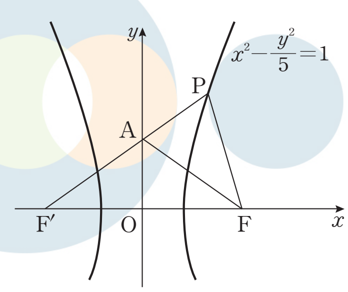
① 4 ② $\dfrac{17}{4}$ ③ $\dfrac{9}{2}$
④ $\dfrac{19}{4}$ ⑤ 5

11

▸ 22056-0197

두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $x^2-\dfrac{y^2}{5}=1$ 위의 점 P에 대하여 직선 PF′이 y축과 만나는 점을 A라 하자. $\overline{\mathrm{FA}}=\overline{\mathrm{FP}}$일 때, $\overline{\mathrm{F'P}}+\overline{\mathrm{FP}}$의 값은? (단, $\overline{\mathrm{F'P}}>\overline{\mathrm{FP}}$)

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12



기하

12

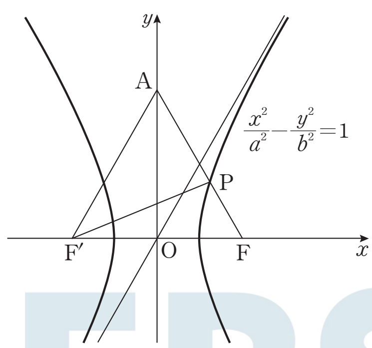
▸ 22056-0198

두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 있다. 점 F′을 지나고 이 쌍곡선의 점근선에 평행한 직선 중 하나가 y좌표가 양수인 점 A에서 y축과 만나고, 선분 AF와 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이 점 P에서 만난다. $\overline{\mathrm{F'A}}=\overline{\mathrm{F'F}}$일 때, $\frac{\overline{\mathrm{AP}}}{\overline{\mathrm{FP}}}$의 값은?

(단, a와 b는 $a>0$, $b>0$인 상수이다.)

① $\frac{11}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{13}{9}$

④ $\frac{14}{9}$ ⑤ $\frac{5}{3}$



유형 4 포물선의 접선

출제경향 | 접점이나 기울기가 주어졌을 때 포물선의 접선의 방정식을 구하거나 포물선 밖의 한 점에서 포물선에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제 또는 이를 활용하는 문제가 출제된다.

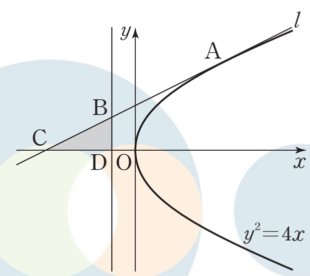
출제유형잡기 | 주어진 조건에 따라 포물선의 접선의 방정식을 구하여 문제를 해결한다.

필수유형 4 | 2016학년도 대수능 |

포물선 $y^2=4x$ 위의 점 A(4, 4)에서의 접선을 l이라 하자. 직선 l과 포물선의 준선이 만나는 점을 B, 직선 l과 x축이 만나는 점을 C, 포물선의 준선과 x축이 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 넓이는? [3점]

① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$

④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$



13

▸ 22056-0199

초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 A에서의 접선의 기울기는 $\frac{1}{3}$이고, 이 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 선분 AB의 길이는?

① $5\sqrt{10}$ ② $6\sqrt{10}$ ③ $7\sqrt{10}$

④ $8\sqrt{10}$ ⑤ $9\sqrt{10}$

14

▸ 22056-0200

포물선 $y^2=12x$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선을 l이라 하고, 직선 l이 x축과 만나는 점을 B, 점 A를 지나고 직선 l에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{BC}=9$일 때, 직선 l의 기울기는?

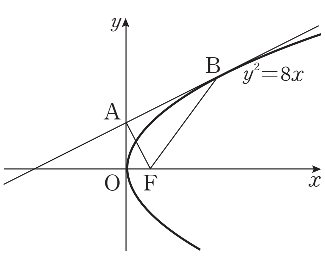
① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

15

▸ 22056-0201

그림과 같이 y축 위의 점 A와 포물선 $y^2=8x$가 있다. 점 A에서 이 포물선에 그은 접선 중 기울기가 양수인 접선의 접점을 B라 하자. 이 포물선의 초점 F에 대하여 직선 FA의 기울기가 -2일 때, 삼각형 FBA의 외접원의 넓이는?

(단, 점 A의 y좌표는 양수이다.)



① 21π ② 22π ③ 23π
④ 24π ⑤ 25π

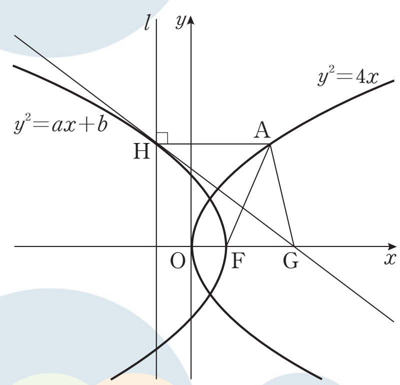
16

▸ 22056-0202

초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서 이 포물선의 준선 l에 내린 수선의 발을 H라 하자. 포물선 $y^2=ax+b$는 꼭짓점이 F이고, 점 H를 지난다. 포물선 $y^2=ax+b$ 위의 점 H에서의 접선이 x축과 만나는 점을 G라 하자. 삼각형 FGA의 넓이가 3일 때, 선분 HG의 길이는?

(단, $a<0$, $b>0$)

① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6
④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7



기하

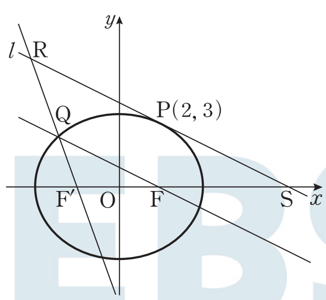
유형 5 타원의 접선

출제경향 | 접점이나 기울기가 주어졌을 때 타원의 접선의 방정식을 구하거나 타원 밖의 한 점에서 타원에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제 또는 이를 활용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 주어진 조건에 따라 타원의 접선의 방정식을 구하여 문제를 해결한다.

필수유형 5 | 2022학년도 대수능 9월 모의평가 |

그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-c,\ 0)$ $(c>0)$을 초점으로 하는 타원 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(2,\ 3)$에서 타원에 접하는 직선을 l이라 하자. 점 F를 지나고 l과 평행한 직선이 타원과 만나는 점 중 제2사분면 위에 있는 점을 Q라 하자. 두 직선 F′Q와 l이 만나는 점을 R, l과 x축이 만나는 점을 S라 할 때, 삼각형 SRF′의 둘레의 길이는? [4점]



① 30 ② 31 ③ 32
④ 33 ⑤ 34

17

▸ 22056-0203

타원 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$에서의 접선이 x축과 만나는 점이 $\mathrm{B}(4,\ 0)$일 때, a^2+b^2의 값은? (단, $ab\neq0$)

① $\dfrac{7}{2}$ ② 4 ③ $\dfrac{9}{2}$
④ 5 ⑤ $\dfrac{11}{2}$

18

▸ 22056-0204

타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1$ $(a>1)$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{2}$일 때, a^2의 값은?
(단, 점 A의 x좌표와 y좌표는 모두 0이 아니고, O는 원점이다.)

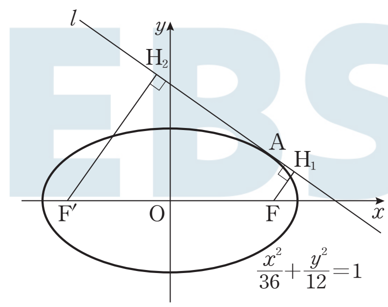
① 2 ② $\dfrac{9}{4}$ ③ $\dfrac{5}{2}$
④ $\dfrac{11}{4}$ ⑤ 3

정답과 풀이 58쪽

19

▸ 22056-0205

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{12}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선을 l, 두 점 F, F′에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{H_1}$, $\mathrm{H_2}$라 하자. $\overline{\mathrm{H_1H_2}}=8$일 때, 직선 l의 x절편은? (단, $\overline{\mathrm{F'A}}>\overline{\mathrm{FA}}$)



① $2\sqrt{15}$　② $\frac{17\sqrt{15}}{8}$　③ $\frac{9\sqrt{15}}{4}$

④ $\frac{19\sqrt{15}}{8}$　⑤ $\frac{5\sqrt{15}}{2}$

20

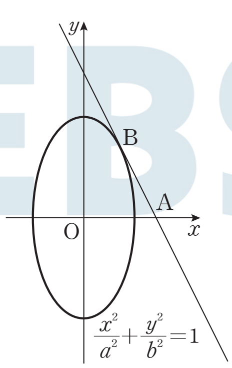
▸ 22056-0206

점 A$(4, 0)$에서 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$에 그은 접선의 접점을 B라 하고, 이 타원의 장축의 길이를 m, 단축의 길이를 n이라 하자. 직선 AB의 기울기가 -2일 때, mn의 최댓값은?

(단, $0<a<4$, $0<b<8$이고, $a\neq b$이다.)

① 60　② 62　③ 64

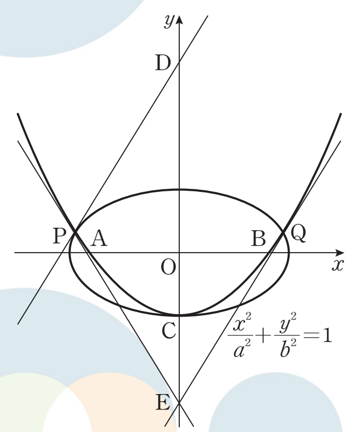
④ 66　⑤ 68



21

▸ 22056-0207

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=4\sqrt{2}$인 x축 위의 두 점 A, B를 두 초점으로 하고 y축 위의 점 C를 지나는 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$이 있다. 점 C가 꼭짓점이고 두 점 A, B를 지나는 포물선이 타원과 만나는 점 중 C를 제외한 점을 각각 P, Q라 하고, 점 P에서 타원과 포물선에 각각 그은 접선과 y축이 만나는 점을 각각 D, E라 하자. 점 D의 y좌표가 6이고, 직선 PD와 직선 QE가 서로 평행할 때, $\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\overline{\mathrm{DE}}}$의 값은? (단, a와 b는 상수이고, 두 점 A, P의 x좌표와 점 C의 y좌표는 음수이다.)



① $\frac{\sqrt{6}}{4}$　② $\frac{\sqrt{7}}{4}$　③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{\sqrt{10}}{4}$

기하

유형 6 쌍곡선의 접선

출제경향 | 접점이나 기울기가 주어졌을 때 쌍곡선의 접선의 방정식을 구하거나 쌍곡선 밖의 한 점에서 쌍곡선에 그은 접선의 방정식을 구하는 문제 또는 이를 활용하는 문제가 출제된다.

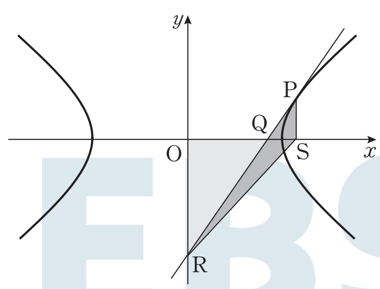
출제유형잡기 | 주어진 조건에 따라 쌍곡선의 접선의 방정식을 구하여 문제를 해결한다.

필수유형 6

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(4,\ k)\ (k>0)$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, y축과 만나는 점을 R라 하자. 점 $\mathrm{S}(4,\ 0)$에 대하여 삼각형 QOR의 넓이를 A_1, 삼각형 PRS의 넓이를 A_2라 하자. $A_1 : A_2=9 : 4$일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는?

(단, O는 원점이고, a와 b는 상수이다.) [3점]



① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

22

▸ 22056-0208

쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. $\overline{\mathrm{OB}}=1$일 때, $\overline{\mathrm{OA}}^2$의 값은?

(단, O는 원점이다.)

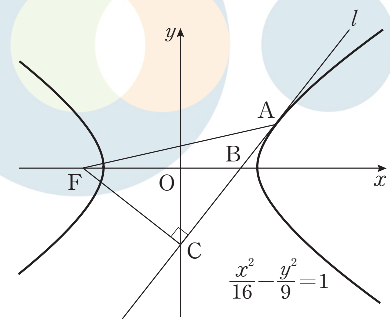
① 27 ② 28 ③ 29
④ 30 ⑤ 31

23

▸ 22056-0209

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선 l이 x축, y축과 만나는 점을 각각 B, C라 하고, x좌표가 음수인 이 쌍곡선의 초점을 F라 하자. 직선 l과 선분 FC가 서로 수직일 때, $\overline{\mathrm{FB}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

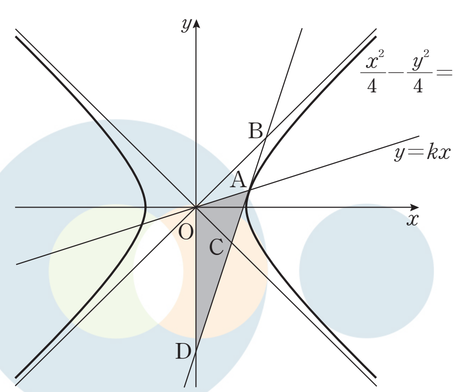
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



24

▸ 22056-0210

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}=1$과 직선 $y=kx\ (0<k<1)$이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 쌍곡선 위의 점 A에서의 접선이 쌍곡선의 두 점근선과 만나는 점을 각각 B, C, y축과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{\mathrm{OB}}=2\overline{\mathrm{OC}}$일 때, 삼각형 ODA의 넓이는? (단, O는 원점이고, 점 B의 x좌표가 점 C의 x좌표보다 크며, k는 상수이다.)

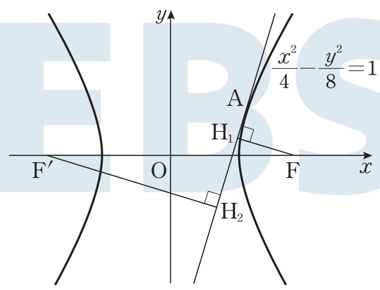


① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6
④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

25

▶ 22056-0211

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 A에서의 접선에 대하여 두 초점 F, F′에서 이 접선에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2라 하자. $\overline{H_1H_2}=2$일 때, $\overline{OA}^2$의 값은? (단, O는 원점이고, $\overline{F'H_2}>\overline{FH_1}$이다.)

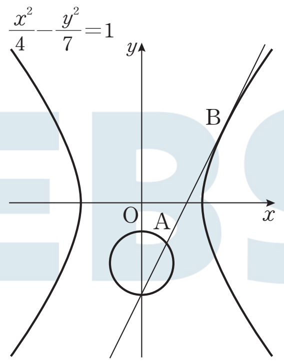


① $\frac{16}{3}$　② $\frac{17}{3}$　③ 6
④ $\frac{19}{3}$　⑤ $\frac{20}{3}$

26

▶ 22056-0212

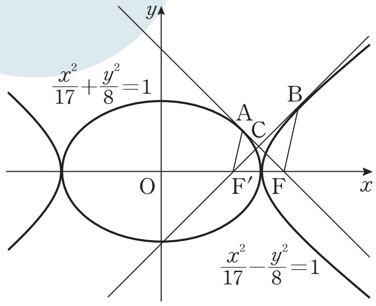
원 $x^2+(y+2)^2=1$ 위의 점 A에서 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{7}=1$에 그은 접선의 접점 중 제1사분면의 점을 B라 하자. 점 B의 y좌표의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $\frac{M}{m}$의 값을 구하시오.



27

▶ 22056-0213

그림과 같이 한 초점이 F인 쌍곡선 $\frac{x^2}{17}-\frac{y^2}{8}=1$과 한 초점이 F′인 타원 $\frac{x^2}{17}+\frac{y^2}{8}=1$이 있다. 점 F에서 타원에 그은 접선의 접점을 A, 점 F′에서 쌍곡선에 그은 접선의 접점을 B라 하고, 직선 FA와 직선 F′B가 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 FBC의 넓이를 S_1, 삼각형 AF′C의 넓이를 S_2라 할 때, $\frac{S_1}{S_2}$의 값은?
(단, 두 점 F, F′의 x좌표는 모두 양수이고, 두 점 A, B는 제1사분면에 있다.)



① $\frac{8}{3}$　② $\frac{25}{9}$　③ $\frac{26}{9}$
④ 3　⑤ $\frac{28}{9}$

기하

08 평면벡터

Note

① 벡터의 뜻

(1) 점 A에서 점 B로 향하는 방향이 주어진 선분 AB를 벡터 AB라 하고, 기호로 $\overrightarrow{AB}$와 같이 나타낸다. 이때 점 A를 이 벡터의 시점, 점 B를 이 벡터의 종점이라고 한다.

(2) 벡터 $\overrightarrow{AB}$의 크기는 선분 AB의 길이를 뜻하며, 기호로 $|\overrightarrow{AB}|$와 같이 나타낸다. 즉, $|\overrightarrow{AB}|=\overline{AB}$

(3) 크기가 1인 벡터를 단위벡터라고 한다.

(4) 시점과 종점이 일치하는 벡터를 영벡터라 하고, 기호로 $\vec{0}$와 같이 나타낸다. 영벡터의 크기는 0이고 방향은 생각하지 않는다.

(5) 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 크기와 방향이 같을 때, 두 벡터는 서로 같다고 하고, 기호로 $\vec{a}=\vec{b}$와 같이 나타낸다.

(6) 벡터 $\vec{a}$와 크기가 같고, 방향이 반대인 벡터를 기호로 $-\vec{a}$와 같이 나타낸다. 즉, $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$이다.

② 벡터의 연산

(1) 벡터의 덧셈

두 벡터 $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$에 대하여 벡터 $\overrightarrow{AC}$로 나타낸 벡터 $\vec{c}$를 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 합이라 하고, 기호로 $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ 또는 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$와 같이 나타낸다.

(2) 벡터의 뺄셈

① 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $\vec{a}$와 $-\vec{b}$의 합 $\vec{a}+(-\vec{b})$를 $\vec{a}$에서 $\vec{b}$를 뺀 차라 하고, 기호로 $\vec{a}-\vec{b}$와 같이 나타낸다. 즉, $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

② $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{AC})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$

(3) 벡터의 실수배

실수 k와 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{a}$의 곱 $k\vec{a}$를 다음과 같이 정의한다.

① $k>0$이면 $k\vec{a}$는 방향이 $\vec{a}$와 같고 크기가 $k|\vec{a}|$인 벡터이다.

② $k<0$이면 $k\vec{a}$는 방향이 $\vec{a}$와 반대이고 크기가 $|k||\vec{a}|$인 벡터이다.

③ $k=0$이면 $k\vec{a}=\vec{0}$이다.

(4) 벡터의 평행

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 방향이 같거나 반대일 때, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 평행하다고 하며, 기호로 $\vec{a}/\!/\vec{b}$와 같이 나타낸다.

즉, 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$$\vec{a}/\!/\vec{b} \iff \vec{a}=k\vec{b} \text{ (단, } k\text{는 0이 아닌 실수)}$$

③ 위치벡터

(1) 위치벡터 : 평면에서 한 점 O를 고정시키면 임의의 벡터 $\vec{p}$에 대하여 $\vec{p}=\overrightarrow{OP}$인 점 P가 오직 하나로 정해진다. 역으로 평면 위의 임의의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{OP}$인 벡터 $\vec{p}$가 오직 하나로 정해진다. 이와 같이 점 O를 시점으로 하는 벡터 $\overrightarrow{OP}$를 점 O에 대한 점 P의 위치벡터라고 한다.

(2) 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$라 하면 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$

(3) 선분의 내분점, 외분점의 위치벡터

선분 AB를 $m : n$ $(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 $m : n$ $(m>0,\ n>0,\ m\neq n)$으로 외분하는 점을 Q라 하고, 네 점 A, B, P, Q의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$라 하면

$$\vec{p}=\frac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n},\ \vec{q}=\frac{m\vec{b}-n\vec{a}}{m-n}$$

Note

④ 평면벡터의 성분

(1) 좌표평면에서 원점 O를 시점으로 할 때, 점 $\mathrm{A}(a_1, a_2)$의 위치벡터 $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$를 $\vec{a}=(a_1, a_2)$로 나타낸다. 이때 a_1, a_2를 평면벡터 $\vec{a}$의 성분이라 하고, a_1을 x성분, a_2를 y성분이라고 한다.

(2) 평면벡터의 크기

$\vec{a}=(a_1, a_2)$일 때, $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

(3) 두 평면벡터가 서로 같을 조건

$\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$일 때, $\vec{a}=\vec{b} \Longleftrightarrow a_1=b_1,\ a_2=b_2$

(4) 평면벡터의 성분에 의한 연산

두 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$에 대하여

① $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1, a_2+b_2)$ ② $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1, a_2-b_2)$ ③ $k\vec{a}=(ka_1, ka_2)$ (단, k는 실수)

⑤ 평면벡터의 내적

(1) 평면벡터의 내적 : 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기 θ ($0^\circ \le \theta \le 180^\circ$)에 대하여 $|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$를 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 내적이라 하고, 이것을 기호로 $\vec{a}\cdot\vec{b}$와 같이 나타낸다. 즉,

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

(2) 평면벡터의 내적과 성분

$\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$

(3) 두 평면벡터가 이루는 각의 크기

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2)$, $\vec{b}=(b_1, b_2)$가 이루는 각의 크기를 θ ($0^\circ \le \theta \le 180^\circ$)라 하면

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

(4) 두 평면벡터의 평행 조건과 수직 조건

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

① $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b} \Longleftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=\pm|\vec{a}||\vec{b}|$ ② $\vec{a}\perp\vec{b} \Longleftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0$

⑥ 직선의 방정식

(1) 직선의 방정식

① 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$을 지나고 방향벡터가 $\vec{u}=(a, b)$인 직선의 방정식은 $\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}$ (단, $ab\neq0$)

② 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2)$를 지나는 직선의 방정식은 $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}$ (단, $x_1\neq x_2$, $y_1\neq y_2$)

③ 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1)$을 지나고 법선벡터가 $\vec{n}=(a, b)$인 직선의 방정식은 $a(x-x_1)+b(y-y_1)=0$

(2) 두 직선이 이루는 각의 크기

두 직선 l_1, l_2의 방향벡터가 각각 $\vec{u_1}=(a_1, a_2)$, $\vec{u_2}=(b_1, b_2)$일 때

① 두 직선 l_1, l_2가 이루는 각의 크기를 θ ($0^\circ \le \theta \le 90^\circ$)라 하면

$$\cos\theta=\frac{|\vec{u_1}\cdot\vec{u_2}|}{|\vec{u_1}||\vec{u_2}|}=\frac{|a_1b_1+a_2b_2|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$$

② $l_1\,/\!/\,l_2 \Longleftrightarrow \vec{u_1}=k\vec{u_2}$ (단, k는 0이 아닌 실수)

③ $l_1\perp l_2 \Longleftrightarrow \vec{u_1}\cdot\vec{u_2}=0$

⑦ 원의 방정식

좌표평면에서 점 $\mathrm{C}(x_1, y_1)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원 위의 임의의 한 점을 $\mathrm{P}(x, y)$, 두 점 C, P의 위치벡터를 각각 $\vec{c}$, $\vec{p}$라 하면

$|\vec{p}-\vec{c}|=r \Longleftrightarrow (\vec{p}-\vec{c})\cdot(\vec{p}-\vec{c})=r^2$

이므로 $(x-x_1, y-y_1)\cdot(x-x_1, y-y_1)=r^2$에서 $(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=r^2$

기하

유형 1 평면벡터의 연산

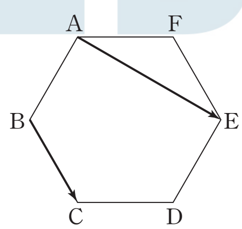
출제경향 | 벡터의 정의와 연산을 이해하고 이를 평면도형에 응용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 연산을 이해하고 도형의 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 1

| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 $|\overrightarrow{\mathrm{AE}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}|$의 값은? [3점]



① $\sqrt{6}$　② $\sqrt{7}$　③ $2\sqrt{2}$
④ 3　⑤ $\sqrt{10}$

01

▸ 22056-0214

평면에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD가 있다. 점 P가 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}+3\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{PC}}$를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PC}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PD}}|^2$의 값은?

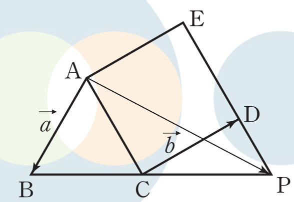
① 19　② 20　③ 21
④ 22　⑤ 23

02

▸ 22056-0215

그림과 같이 한 평면에 정삼각형 ABC와 변 AC를 공유하는 정사각형 ACDE가 있다. 직선 BC와 직선 DE가 만나는 점을 P라 하자. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\vec{b}$라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=m\vec{a}+n\vec{b}$를 만족시키는 두 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?

(단, 점 B는 정사각형 ACDE의 외부에 있다.)

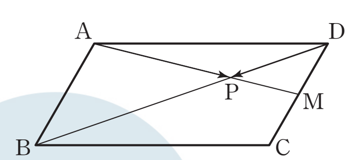


① $4+\frac{4\sqrt{3}}{3}$　② $4+\frac{5\sqrt{3}}{3}$　③ $5+\frac{4\sqrt{3}}{3}$
④ $5+\frac{5\sqrt{3}}{3}$　⑤ $6+\frac{4\sqrt{3}}{3}$

03

▸ 22056-0216

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\overline{\mathrm{AD}}=6$, $\angle\mathrm{ABC}=60°$인 평행사변형 ABCD가 있다. 변 CD의 중점을 M이라 하고, 선분 AM과 선분 BD가 만나는 점을 P라 하자. $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{DP}}|$의 값은?

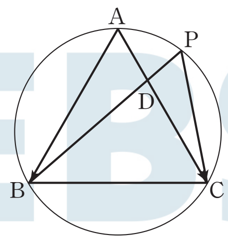


① $\sqrt{3}$　② $\frac{\sqrt{14}}{2}$　③ 2
④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　⑤ $\sqrt{5}$

04

▸ 22056-0217

그림과 같이 정삼각형 ABC가 있다. 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점을 D라 하고, 직선 BD와 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점 중 B가 아닌 점을 P라 하자. $\overrightarrow{PC}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$를 만족시키는 두 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?



① $\frac{5}{7}$　② $\frac{3}{4}$　③ $\frac{11}{14}$
④ $\frac{23}{28}$　⑤ $\frac{6}{7}$

유형 2 평면에서 선분의 내분점과 외분점의 위치벡터

출제경향 | 평면에서 벡터로 표현된 식을 선분의 내분점과 외분점의 위치벡터로 해석하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 문제에서 주어진 벡터를 선분의 내분점, 외분점의 위치벡터로 해석한 후, 평면도형의 정의와 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 2 | 2019학년도 대수능 |

좌표평면에서 넓이가 9인 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA 위를 움직이는 점을 각각 P, Q, R라 할 때,

$$\overrightarrow{AX}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AR})+\frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 영역의 넓이가 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

05

▸ 22056-0218

평면에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=9$, $\angle ABC=60°$인 삼각형 ABC의 변 BC의 중점을 M, 변 AC의 중점을 N이라 하자. $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN})$을 만족시키는 점 P에 대하여 선분 AP의 길이는?

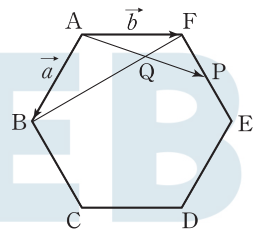
① 4　② 5　③ 6
④ 7　⑤ 8

기하

06

▸ 22056-0219

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF가 있다. $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AF}=\vec{b}$라 할 때, 선분 EF 위의 점 P에 대하여 벡터 $\overrightarrow{AP}$는 벡터 $\vec{a}+3\vec{b}$와 서로 평행하다. 선분 AP와 선분 BF가 만나는 점을 Q라 할 때, $|\overrightarrow{AQ}|^2$의 값은?



① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2
④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

07

▸ 22056-0220

평면에서 넓이가 20인 삼각형 ABC의 내부에 있는 점 P는

$$3\overrightarrow{AB}=20\overrightarrow{AP}+2\overrightarrow{CA}$$

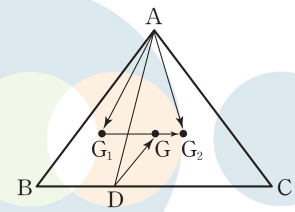
를 만족시킨다. 직선 CP와 직선 AB가 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 AQP의 넓이는?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

08

▸ 22056-0221

그림과 같이 삼각형 ABC의 무게중심을 G, 변 BC를 1 : 2로 내분하는 점을 D라 하자. 삼각형 ABD의 무게중심을 G_1, 삼각형 ADC의 무게중심을 G_2라 할 때, $\overrightarrow{AG_2}=p\overrightarrow{AG_1}+q\overrightarrow{DG}$를 만족시키는 두 실수 p, q에 대하여 $p+q$의 값은?



① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$
④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$

09

▸ 22056-0222

평면에서 정삼각형 ABC와 점 P에 대하여
$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AC}$이다. 변 AB를 1 : 2로 내분하는 점을 D, 선분 AP를 1 : 2로 내분하는 점을 E라 하자. $|\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{CE}|=\sqrt{19}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

① $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{4}$
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{4}$

유형 3 성분으로 나타낸 평면벡터의 연산

출제경향 | 성분으로 나타낸 평면벡터의 연산을 이용하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 평면벡터와 좌표의 대응을 이해하고 두 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 연산을 벡터의 성분을 이용하여 해결한다.

필수유형 3 | 2018학년도 대수능 6월 모의평가 |

두 벡터 $\vec{a}=(3,\ 1)$, $\vec{b}=(4,\ -2)$가 있다. 벡터 $\vec{v}$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}$와 $\vec{v}+\vec{b}$가 서로 평행할 때, $|\vec{v}|^2$의 최솟값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

10

▸ 22056-0223

좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(-1,\ 1)$, $\mathrm{B}(1,\ -1)$, $\mathrm{C}(2,\ a)$에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}-2\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=2\sqrt{6}$일 때, 양수 a의 값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

11

▸ 22056-0224

좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(2,\ 1)$, $\mathrm{B}(0,\ 2)$와 양수 k에 대하여 점 P는 $\overrightarrow{\mathrm{BP}}=(k+1)\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}$를 만족시킨다. 삼각형 APB의 넓이가 1일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$의 값은?

① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{\sqrt{11}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{13}}{2}$

12

▸ 22056-0225

좌표평면에서 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$에 대하여 두 점 P, Q와 제4사분면에 있는 점 R는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=2$
(나) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=2\overrightarrow{\mathrm{AQ}}-\overrightarrow{\mathrm{PA}}$
(다) $2\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$, $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$

벡터 $\overrightarrow{\mathrm{RP}}$의 모든 성분의 곱은? (단, O는 원점이다.)

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

기하

유형 4 평면벡터의 내적의 정의와 성질

출제경향 | 평면벡터의 크기와 두 벡터가 이루는 각의 크기를 이용하여 두 벡터의 내적을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 평면벡터의 크기와 두 평면벡터가 이루는 각의 크기 및 벡터의 내적의 성질과 두 벡터의 평행과 수직 관계 등을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 4 | 2017학년도 대수능 9월 모의평가 |

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$이고, 두 벡터 $6\vec{a}+\vec{b}$와 $\vec{a}-\vec{b}$가 서로 수직일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값은? [3점]

① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{9}{10}$
④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

13
▸ 22056-0226

두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$, $|\vec{a}-\vec{b}|=4$일 때, $(2\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})$의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8
④ -7 ⑤ -6

14
▸ 22056-0227

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}|=3$, $|\vec{a}-\vec{b}|=3$이고 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 60°일 때, $|\vec{b}|$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

15
▸ 22056-0228

서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$
(나) $\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=11$

두 벡터 $\vec{a}+t\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$가 서로 수직일 때, 실수 t의 값은?

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

유형 5 성분으로 나타낸 평면벡터의 내적

출제경향 | 성분으로 나타낸 평면벡터의 내적을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 성분으로 나타낸 두 평면벡터의 내적을 구하는 방법을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 5 | 2016학년도 대수능 9월 모의평가 |

좌표평면 위의 네 점 O$(0, 0)$, A$(4, 2)$, B$(0, 2)$, C$(2, 0)$에 대하여 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

16

▸ 22056-0229

두 벡터 $\vec{a}=(1, 2)$, $\vec{b}=(-2, -3)$에 대하여 $\vec{a} \cdot (\vec{a}-\vec{b})$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

17

▸ 22056-0230

두 벡터 $\vec{a}=(3, 1)$, $\vec{b}=(-1, 2)$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$, $k\vec{a}-\vec{b}$가 서로 수직일 때, 실수 k의 값은?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

18

▸ 22056-0231

세 벡터 $\vec{a}=(1, 3)$, $\vec{b}=(2, 2)$, $\vec{c}=(-1, -3)$에 대하여 두 벡터 $\vec{a}-2\vec{b}$, $2\vec{a}+\vec{c}$가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{3}{5}$
④ $-\frac{4}{5}$ ⑤ -1

기하

유형 6 도형에서의 평면벡터의 내적

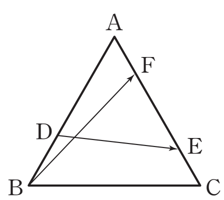
출제경향 | 평면벡터의 크기와 두 벡터가 이루는 각의 크기를 이용하여 두 벡터의 내적을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 평면벡터의 크기와 두 평면벡터가 이루는 각의 크기를 이용하여 평면벡터의 내적을 구하거나 평면벡터의 내적의 기하학적 의미를 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 6 | 2014학년도 대수능 9월 모의평가 |

한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC에서 변 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 D라 하고, 변 AC를 3 : 1과 1 : 3으로 내분하는 점을 각각 E, F라 할 때, $|\overrightarrow{\mathrm{BF}}+\overrightarrow{\mathrm{DE}}|^2$의 값은? [3점]

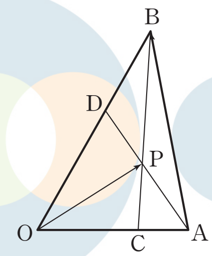
① 17 ② 18 ③ 19
④ 20 ⑤ 21



19

▸ 22056-0232

그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}=2$, $\overline{\mathrm{OB}}=3$이고 $\angle\mathrm{AOB}=60^\circ$인 삼각형 OAB의 변 OA를 2 : 1로 내분하는 점을 C, 변 OB를 3 : 2로 내분하는 점을 D라 하자. 두 직선 AD, BC의 교점을 P라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}$의 값은?

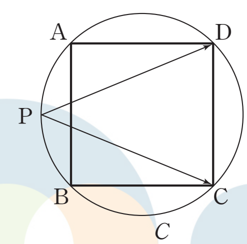


① $\frac{11}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{13}{9}$
④ $\frac{14}{9}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

20

▸ 22056-0233

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD와 네 꼭짓점 A, B, C, D를 지나는 원 C가 있다. 점 C를 포함하지 않는 호 AB의 이등분점을 P라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{PC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PD}}$의 값은?



① $1+\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{2}$ ③ $1+2\sqrt{2}$
④ $2+2\sqrt{2}$ ⑤ $2+3\sqrt{2}$

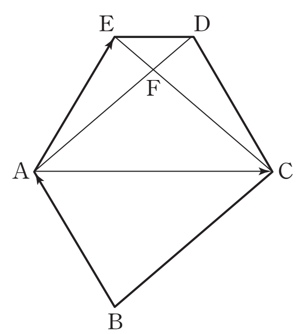
21

▸ 22056-0234

그림과 같이 $\overline{AE}=\overline{CD}=2$, $\overline{DE}=1$인 오각형 ABCDE에서 두 선분 AD, CE의 교점을 F라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AC}=3$
(나) $\overline{AC}/\!/\overline{ED}$
(다) $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BE}=6$, $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}=5$, $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BF}=\frac{19}{4}$

$\overrightarrow{BA}\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE})$의 값은?



① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

22

▸ 22056-0235

좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$의 $x\geq0$, $y\geq0$인 부분 위를 움직이는 점 P와 점 A(2, 2)에 대하여

$\overrightarrow{OQ}=(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP})\overrightarrow{OP}$

를 만족시키는 점 Q가 나타내는 도형과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① $\pi+1$ ② $\pi+2$ ③ $\pi+3$
④ $\pi+4$ ⑤ $\pi+5$

유형 7 도형에서의 평면벡터의 내적의 최대, 최소

출제경향 | 주어진 도형의 기하학적 성질을 이용하여 평면벡터의 내적의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제가 출제된다.

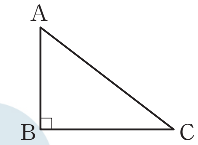
출제유형잡기 | 다음 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

(1) $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

(2) 그림에서

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|^2$

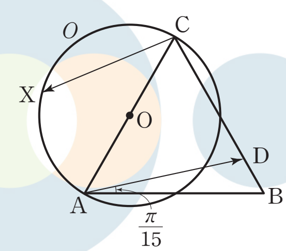
$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=|\overrightarrow{CB}|^2$



(3) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

필수유형 7 | 2011학년도 대수능 |

그림과 같이 평면 위에 정삼각형 ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 원 O가 있다. 선분 BC 위의 점 D를 $\angle DAB=\frac{\pi}{15}$가 되도록 정한다. 점 X가 원 O 위를 움직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CX}$의 내적 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CX}$의 값이 최소가 되도록 하는 점 X를 점 P라 하자. $\angle ACP=\frac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



23

▸ 22056-0236

좌표평면에서 도형 $|x|+|y|=1$ 위의 점 P와 점 Q$(0, 2)$에 대하여 등식 $\overrightarrow{OR}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$를 만족시키는 점 R가 있다. 점 A$(3, 3)$에 대하여 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OR}$의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)

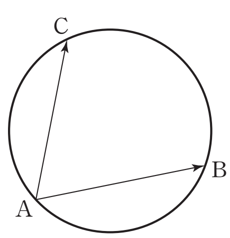
① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

24

▸ 22056-0237

서로 다른 세 점 A, B, C가 반지름의 길이가 1인 원 위를 움직일 때, $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$의 최솟값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$



25

▸ 22056-0238

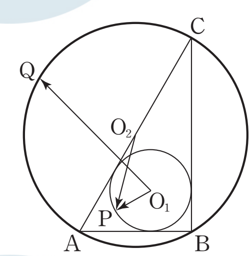
좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\overline{PQ}=\sqrt{2}$이다. 점 R$(2, 3)$에 대하여 $\overrightarrow{RP}\cdot\overrightarrow{RQ}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M\times m$의 값은?

① 141 ② 142 ③ 143
④ 144 ⑤ 145

26

▸ 22056-0239

그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{AC}=2$, $\overline{BC}=\sqrt{3}$인 직각삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O_1, 삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O_2라 하자. 삼각형 ABC의 내접원 위를 움직이는 점을 P, 외접원 위를 움직이는 점을 Q라 할 때, $\overrightarrow{O_1Q}\cdot(\overrightarrow{O_1P}-\overrightarrow{O_2P})$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은?



① $4-2\sqrt{3}$ ② $5-2\sqrt{3}$ ③ $6-2\sqrt{3}$
④ $7-2\sqrt{3}$ ⑤ $8-2\sqrt{3}$

유형 8 벡터로 나타낸 직선의 방정식과 원의 방정식

출제경향 | 좌표평면에서 벡터로 나타낸 직선의 방정식 또는 원의 방정식을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 좌표평면에서 벡터로 나타낸 직선의 방정식과 원의 방정식을 구하는 방법을 이용하여 문제를 해결한다.

필수유형 8　| 2022학년도 대수능 6월 모의평가 |

좌표평면 위의 두 점 A$(1, 2)$, B$(-3, 5)$에 대하여

$$|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AB}|$$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 10π　② 12π　③ 14π　④ 16π　⑤ 18π

27

▸ 22056-0240

좌표평면에서 방향벡터가 $(2, a)$인 직선 l_1과 두 점 $(3, 2)$, $(-1, 4)$를 지나는 직선 l_2가 서로 수직일 때, a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

28

▸ 22056-0241

좌표평면 위의 두 점 A$(1, 4)$, B$(5, 4)$에 대하여 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형을 C라 하자. 도형 C 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{OQ}\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? (단, O는 원점이다.)

① 16　② 17　③ 18　④ 19　⑤ 20

29

▸ 22056-0242

좌표평면 위의 두 점 A$(-2, 3)$, B$(5, 12)$에 대하여 점 P와 도형 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}|=9$
(나) 도형 D 위의 임의의 두 점 Q, R에 대하여
$\overrightarrow{OB}\cdot(\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OR})=0$

점 P가 나타내는 도형의 넓이를 도형 D가 이등분할 때, 원점 O와 도형 D 사이의 거리는?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

기하

09 공간도형과 공간좌표

Note

1 직선과 평면의 위치 관계

(1) 평면의 결정 조건

① 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점　② 한 직선과 그 직선 위에 있지 않은 한 점

③ 한 점에서 만나는 두 직선　④ 평행한 두 직선

(2) 서로 다른 두 직선의 위치 관계

① 한 점에서 만난다.　② 평행하다.　③ 꼬인 위치에 있다.

(3) 직선과 평면의 위치 관계

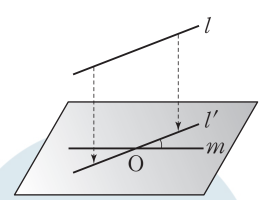
① 직선이 평면에 포함된다.　② 한 점에서 만난다.　③ 평행하다.

(4) 서로 다른 두 평면의 위치 관계

① 만난다.　② 평행하다.

2 공간에서 두 직선이 이루는 각

두 직선 l, m이 꼬인 위치에 있을 때, 직선 m 위의 한 점 O를 지나고 직선 l에 평행한 직선을 l'이라 하면 두 직선 l', m은 점 O에서 만나고 한 평면을 결정한다. 이때 두 직선 l', m이 이루는 각 중 크지 않은 것을 두 직선 l, m이 이루는 각이라고 한다.



3 공간에서 직선과 평면의 수직 관계

공간에서 직선 l이 평면 α와 한 점 O에서 만나고 평면 α 위의 모든 직선과 수직일 때, 직선 l과 평면 α는 서로 수직이라 하고, 기호로 $l \perp \alpha$와 같이 나타낸다. 이때 직선 l을 평면 α의 수선, 점 O를 수선의 발이라고 한다. 일반적으로 직선 l이 평면 α 위의 평행하지 않은 두 직선과 각각 수직이면 $l \perp \alpha$이다.

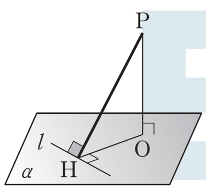
4 삼수선의 정리

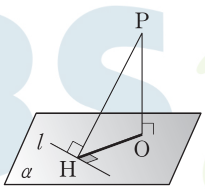
평면 α 위에 있지 않은 한 점 P, 평면 α 위의 한 점 O, 점 O를 지나지 않고 평면 α 위에 있는 직선 l, 직선 l 위의 한 점 H에 대하여 다음이 성립하고 이를 삼수선의 정리라고 한다.

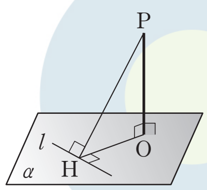
(1) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$이면 $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$

(2) $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$이면 $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$

(3) $\overline{\mathrm{PH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{OH}} \perp l$, $\overline{\mathrm{PO}} \perp \overline{\mathrm{OH}}$이면 $\overline{\mathrm{PO}} \perp \alpha$

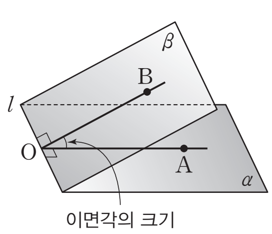






5 이면각

한 직선 l에서 만나는 두 반평면 α, β로 이루어진 도형을 이면각이라고 한다. 두 반평면 α, β의 교선 l 위의 한 점 O를 지나고 직선 l에 수직인 두 반직선 OA, OB를 두 반평면 α, β에 각각 그으면 점 O의 위치에 관계없이 $\angle$AOB의 크기는 일정하다. 이 일정한 각의 크기를 이면각의 크기라고 한다. 서로 다른 두 평면이 만나면 네 개의 이면각이 생기는데, 이 중에서 크기가 크지 않은 한 이면각의 크기를 두 평면이 이루는 각의 크기라고 한다.



Note

⑥ 정사영

(1) **정사영** : 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발 P′을 점 P의 평면 α 위로의 정사영이라고 한다. 또 도형 F에 속하는 각 점의 평면 α 위로의 정사영 전체로 이루어진 도형 F'을 도형 F의 평면 α 위로의 정사영이라고 한다.

(2) **직선과 평면이 이루는 각** : 직선 l과 평면 α가 한 점에서 만나고 수직이 아닐 때, 직선 l의 평면 α 위로의 정사영 l'과 직선 l이 이루는 각을 직선 l과 평면 α가 이루는 각이라고 한다.

(3) **정사영의 길이** : 선분 AB의 평면 α 위로의 정사영을 선분 A′B′, 직선 AB와 평면 α가 이루는 각의 크기를 θ $(0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$라 하면

$$\overline{\mathrm{A'B'}}=\overline{\mathrm{AB}}\cos\theta$$

(4) **정사영의 넓이** : 평면 α 위의 도형 F의 평면 β 위로의 정사영을 F'이라 하고, 두 도형 F, F'의 넓이를 각각 S, S'이라 할 때, 두 평면 α와 β가 이루는 각의 크기를 θ $(0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$라 하면

$$S'=S\cos\theta$$

⑦ 공간좌표

(1) 공간의 한 점 O에서 서로 직교하는 세 수직선을 각각 x축, y축, z축이라 하고, 이 세 축을 통틀어 좌표축이라고 한다. 이와 같이 좌표축이 정해진 공간을 좌표공간이라 하고, 세 좌표축이 만나는 점 O를 좌표공간의 원점이라고 한다. 또 x축과 y축, y축과 z축, z축과 x축으로 결정되는 평면을 각각 xy평면, yz평면, zx평면이라고 한다.

(2) 좌표공간의 한 점 P에 대하여 점 P를 지나면서 x축, y축, z축에 수직인 평면이 각각 x축, y축, z축과 만나는 점의 x축, y축, z축 위에서의 좌표를 각각 a, b, c라 할 때, 좌표공간의 점 P와 세 실수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)는 일대일대응이 된다. 이 순서쌍 (a, b, c)를 점 P의 공간좌표 또는 좌표라 하고, 기호로 $\mathrm{P}(a, b, c)$와 같이 나타낸다. 이때 세 실수 a, b, c를 각각 점 P의 x좌표, y좌표, z좌표라고 한다.

⑧ 두 점 사이의 거리

좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

특히 원점 $\mathrm{O}(0, 0, 0)$과 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$ 사이의 거리는 $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2+{z_1}^2}$

⑨ 선분의 내분점과 외분점

좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$에 대하여

(1) 선분 AB를 $m : n$ $(m>0, n>0)$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}, \frac{mz_2+nz_1}{m+n}\right)$$

(2) 선분 AB를 $m : n$ $(m>0, n>0, m\ne n)$으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}, \frac{my_2-ny_1}{m-n}, \frac{mz_2-nz_1}{m-n}\right)$$

(3) 선분 AB의 중점 M의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$

(4) 세 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$, $\mathrm{C}(x_3, y_3, z_3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$

⑩ 구의 방정식

(1) 중심이 $\mathrm{C}(a, b, c)$이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은 $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$
특히 중심이 원점 $\mathrm{O}(0, 0, 0)$이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은 $x^2+y^2+z^2=r^2$

(2) x, y, z에 대한 이차방정식 $x^2+y^2+z^2+Ax+By+Cz+D=0$은 중심의 좌표가 $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}, -\frac{C}{2}\right)$이고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{A^2+B^2+C^2-4D}}{2}$인 구의 방정식이다.

(단, $A^2+B^2+C^2-4D>0$)

기하

유형 1 직선과 평면의 위치 관계

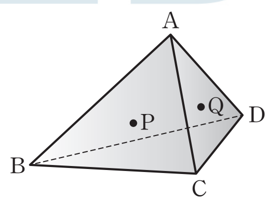
출제경향 | 입체도형에서 직선과 직선, 직선과 평면의 위치 관계를 파악하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면이 어떤 위치 관계인지를 파악한다.

필수유형 1

| 2005학년도 대수능 9월 모의평가 |

사면체 ABCD의 면 ABC, ACD의 무게중심을 각각 P, Q라 하자. **보기**에서 두 직선이 꼬인 위치에 있는 것을 있는 대로 고른 것은? [3점]



보기

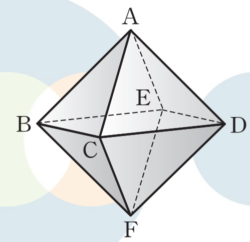
ㄱ. 직선 CD와 직선 BQ
ㄴ. 직선 AD와 직선 BC
ㄷ. 직선 PQ와 직선 BD

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

01

▸ 22056-0243

그림과 같이 정팔면체 ABCDEF의 모서리를 포함하는 모든 직선들 중에서 직선 AB와 꼬인 위치에 있는 직선의 개수를 a, 점 C를 포함하고 점 C가 아닌 꼭짓점 중 두 점 이상을 포함하는 서로 다른 평면의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값은?

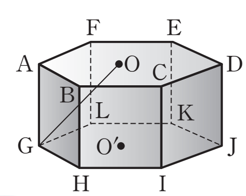


① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

02

▸ 22056-0244

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 같은 정육각기둥 ABCDEF−GHIJKL의 밑면인 정육각형의 대각선 중 길이가 가장 긴 대각선의 교점을 각각 O, O′이라 하자.



정육각기둥 ABCDEF−GHIJKL의 12개의 꼭짓점과 두 점 O, O′을 포함한 14개의 점 중 두 개 이상의 점을 지나고 직선 OG와 평행한 서로 다른 직선의 개수를 a, 14개의 점 중 서로 다른 4개의 점을 지나고 직선 OG와 만나지 않고 평행한 서로 다른 평면의 개수를 b라 하자. ab의 값을 구하시오.

(단, 점 O는 평면 ABCDEF 위의 점이다.)

유형 2 두 직선이 이루는 각, 직선과 평면의 수직

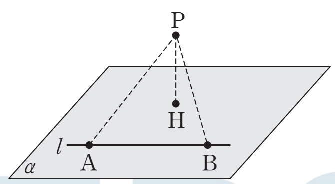
출제경향 | 공간에서 도형의 성질을 이용하여 두 직선이 이루는 각의 크기를 구하거나 직선과 평면의 수직 관계를 파악하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 직선이 이루는 각, 직선과 평면의 수직의 정의를 이용할 수 있도록 직선 또는 평면을 적절히 나타내고 구하는 각이 포함되는 직각삼각형을 만들어 각의 크기를 구한다.

필수유형 2 | 2015학년도 대수능 |

평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을 l이라 하고, 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}=6$, $\overline{\mathrm{PH}}=4$일 때, 점 H와 직선 l 사이의 거리는? [3점]

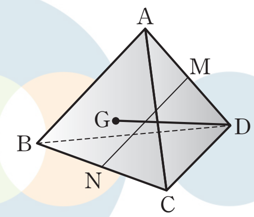
① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$



03

▸ 22056-0245

그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 ABCD에서 삼각형 ABC의 무게중심을 G, 두 선분 AD, BC의 중점을 각각 M, N이라 하자. 두 직선 DG, MN이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값은?



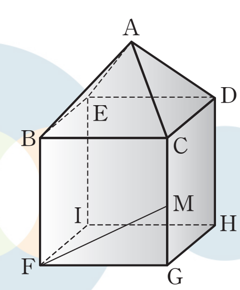
① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}+1$ ③ $2\sqrt{2}$
④ $\sqrt{2}+2$ ⑤ $2\sqrt{2}+2$

04

▸ 22056-0246

그림과 같이 정육면체 BCDE$-$FGHI와 면 BCDE를 밑면으로 하고 점 A가 정육면체의 외부에 있는 모든 모서리의 길이가 같은 정사각뿔 A$-$BCDE가 있다. 선분 CG의 중점을 M이라 하고, 두 직선 AB와 FM이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자.

$\cos\theta=\dfrac{m\sqrt{5}+n\sqrt{10}}{10}$일 때, 두 자연수 m, n의 합 $m+n$의 값을 구하시오.



유형 3 삼수선의 정리

출제경향 | 공간도형에서 삼수선의 정리를 이용하여 직선의 위치 관계를 파악하고 선분의 길이, 도형의 넓이 등을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 입체도형의 성질과 모서리, 면, 꼭짓점이 어떤 위치 관계에 있는지 파악하고 이를 바탕으로 삼수선의 정리를 이용하여 수직인 두 직선 또는 직각삼각형을 찾아 문제를 해결한다.

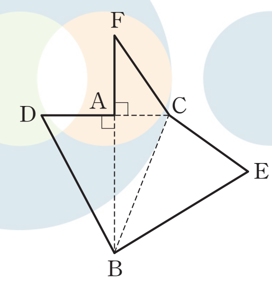
필수유형 3 | 2016학년도 대수능 |

좌표공간에 서로 수직인 두 평면 α와 β가 있다. 평면 α 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AB}=3\sqrt{5}$이고 직선 AB는 평면 β에 평행하다. 점 A와 평면 β 사이의 거리가 2이고, 평면 β 위의 점 P와 평면 α 사이의 거리는 4일 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하시오. [4점]

05

▸ 22056-0247

그림은 $\overline{AD}=4$, $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=8$, $\angle DAB=\angle CAF=90°$이고 삼각형 ABC를 밑면으로 하는 삼각뿔의 전개도이다. 이 전개도로 삼각뿔을 만들 때, 세 점 D, E, F가 합쳐지는 점을 P라 하자. 삼각뿔 PABC의 부피가 $\frac{32}{3}$일 때, 두 직선 PC, BC가 이루는 예각의 크기 θ에 대하여 $\sin\theta$의 값은?



① $\frac{\sqrt{14}}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{5}$
④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{22}}{5}$

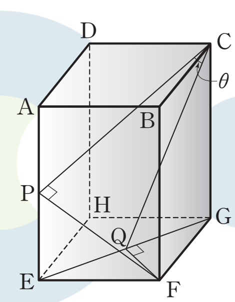
06

▸ 22056-0248

그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}=1$, $\overline{BF}=2$인 직육면체 ABCD$-$EFGH에서 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AE 위의 점 P는 $\angle CPF=90°$를 만족시킨다.
(나) 점 Q는 점 F에서 직선 EG에 내린 수선의 발이다.

두 직선 CP, CQ가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

07

▸ 22056-0249

서로 수직인 두 평면 α, β와 네 점 P, Q, R, S가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 평면 α, β의 교선 위의 두 점 P, Q에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=4$이다.
(나) 평면 α 위의 점 R에서 평면 β에 내린 수선의 발은 P이고 $\overline{\mathrm{PR}}=5$이다.
(다) 평면 β 위의 점 S에 대하여 $\overline{\mathrm{PS}}=3$, $\overline{\mathrm{QS}}=5$이다.

점 R와 직선 QS 사이의 거리는?

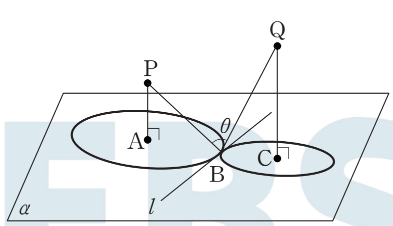
① $\frac{\sqrt{766}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{767}}{5}$ ③ $\frac{16\sqrt{3}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{769}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{770}}{5}$

08

▸ 22056-0250

그림과 같이 두 점 P, Q에서 평면 α에 내린 수선의 발을 각각 A, C라 할 때, $\overline{\mathrm{PA}}=3$, $\overline{\mathrm{QC}}=6$이다. 평면 α 위의 직선 l에 대하여 점 A를 중심으로 하고 넓이가 16π인 평면 α 위의 원이 직선 l과 점 B에서 접하고, 점 C를 중심으로 하고 넓이가 9π인 평면 α 위의 원이 직선 l과 점 B에서 접한다. 두 직선 BP, BQ가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

(단, $7<\overline{\mathrm{PQ}}<9$)



① $\frac{\sqrt{5}}{25}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{25}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{25}$
④ $\frac{4\sqrt{5}}{25}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

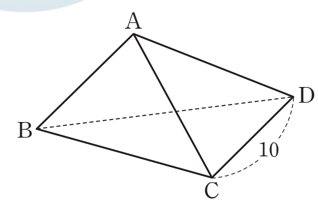
유형 4 이면각

출제경향 | 공간에서 두 평면이 이루는 각의 크기를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 두 평면의 교선 위의 한 점에서 교선에 수직인 두 직선을 각 평면에 그어 두 평면이 이루는 각의 크기를 구한다.

필수유형 4 | 2010학년도 대수능 9월 모의평가 |

사면체 ABCD에서 모서리 CD의 길이는 10, 면 ACD의 넓이는 40이고, 면 BCD와 면 ACD가 이루는 각의 크기는 30°이다. 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 AH의 길이는? [3점]

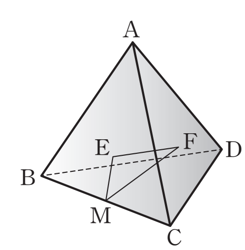


① $2\sqrt{3}$ ② 4 ③ 5
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

09

▸ 22056-0251

그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 정사면체 ABCD가 있다. 두 정삼각형 ABC, ACD의 무게중심을 각각 E, F라 하고, 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 평면 EMF와 평면 BCD가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

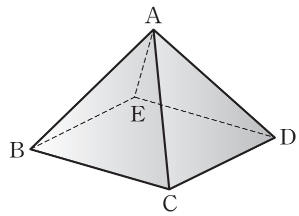


① $\frac{\sqrt{31}}{33}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{33}$ ③ $\frac{\sqrt{33}}{33}$
④ $\frac{\sqrt{34}}{33}$ ⑤ $\frac{\sqrt{35}}{33}$

기하

10

▸ 22056-0252

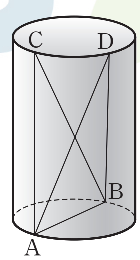


그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정사각형을 밑면으로 하고, 옆면 중에서 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 삼각형 ABE와 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 삼각형 ACD만 이등변삼각형인 사각뿔 A−BCDE가 있다. 평면 ABC와 평면 BCDE가 이루는 예각의 크기를 θ_1, 평면 ABE와 평면 BCDE가 이루는 예각의 크기를 θ_2라 할 때, $\cos\theta_1=\frac{2}{3}$, $\cos\theta_2=\frac{\sqrt{6}}{6}$이다. 삼각형 ABE의 넓이는? (단, 점 A에서 평면 BCDE에 내린 수선의 발은 정사각형 BCDE의 내부에 있다.)

① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$
④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

11

▸ 22056-0253



그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 12인 원기둥이 있다. 한 밑면인 원 위의 두 점을 A, B, 다른 밑면인 원 위의 두 점을 C, D라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB}=8$, $\overline{CD}=4\sqrt{2}$
(나) 점 C에서 원기둥의 밑면에 내린 수선의 발은 점 A이다.

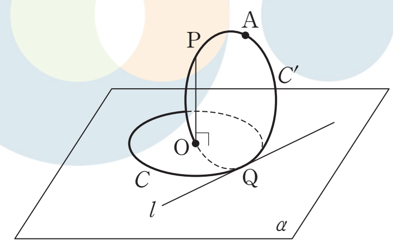
평면 CAB와 평면 DAB가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\frac{\sqrt{86}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{87}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{22}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{89}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

12

▸ 22056-0254

그림과 같이 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발을 O라 할 때, $\overline{OP}=4$이다. 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 평면 α 위의 원 C 위의 점 Q에서 원 C와 접하는 평면 α 위의 직선을 l이라 하자. 세 점 O, P, Q를 지나는 원 C' 위의 점 A에 대하여 점 A에서 평면 α까지의 거리가 최대일 때, 직선 l과 점 P를 포함하는 평면과 직선 l과 점 A를 포함하는 평면이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta$의 값은?



① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{85}}{10}$
④ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{95}}{10}$

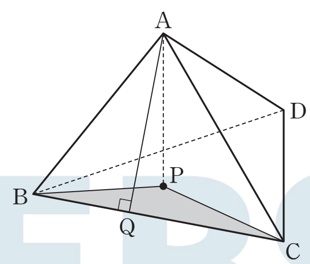
유형 5 정사영의 길이와 넓이

출제경향 | 주어진 도형의 정사영의 길이 또는 넓이를 구하는 문제, 정사영의 넓이를 이용하여 두 평면이 이루는 각의 크기를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 직선과 평면이 이루는 각, 평면과 평면이 이루는 각의 크기를 이용하여 주어진 도형의 정사영의 길이 또는 넓이를 구한다.

필수유형 5 | 2016학년도 대수능 9월 모의평가 |

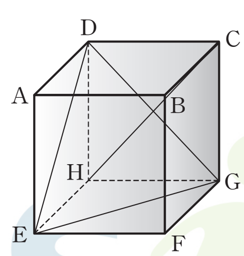
그림과 같이 $\overline{AB}=9$, $\overline{BC}=12$, $\cos(\angle ABC)=\frac{\sqrt{3}}{3}$인 사면체 ABCD에 대하여 점 A의 평면 BCD 위로의 정사영을 P라 하고 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 Q라 하자. $\cos(\angle AQP)=\frac{\sqrt{3}}{6}$일 때, 삼각형 BCP의 넓이는 k이다. k^2의 값을 구하시오. [4점]



13

▸ 22056-0255

그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정육면체 ABCD−EFGH에서 선분 CH의 평면 DEG 위로의 정사영의 길이는?

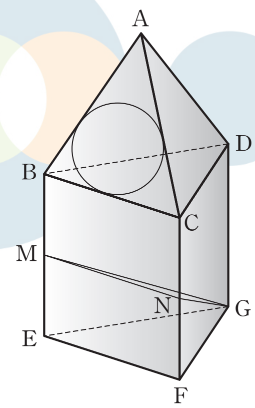


① $\sqrt{6}$　② $\sqrt{7}$
③ $2\sqrt{2}$　④ 3
⑤ $\sqrt{10}$

14

▸ 22056-0256

그림과 같이 정사면체 ABCD와 정삼각기둥 BCDEFG를 붙여 놓은 입체도형 ABCDEFG는 모든 모서리의 길이가 2이다. 두 선분 BE, CF의 중점을 각각 M, N이라 하고, 정삼각형 ABC에 내접하는 원의 평면 BCD 위로의 정사영을 F_1이라 할 때, 도형 F_1의 평면 MNG 위로의 정사영의 넓이는?

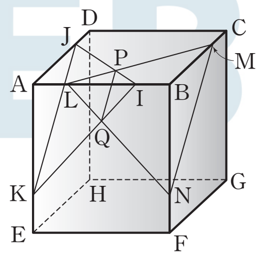


① $\frac{\sqrt{3}}{18}\pi$　② $\frac{\pi}{9}$　③ $\frac{\sqrt{5}}{18}\pi$
④ $\frac{\sqrt{6}}{18}\pi$　⑤ $\frac{\sqrt{7}}{18}\pi$

15

▸ 22056-0257

그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD−EFGH에서 세 모서리 AB, AD, AE를 3 : 1로 내분하는 점을 각각 I, J, K라 하고, 세 모서리 BA, BC, BF를 3 : 1로 내분하는 점을 각각 L, M, N이라 하자. 두 선분 IJ, LM의 교점을 P, 두 선분 IK, LN의 교점을 Q라 할 때, 삼각형 LQP의 평면 IJK 위로의 정사영의 넓이는?

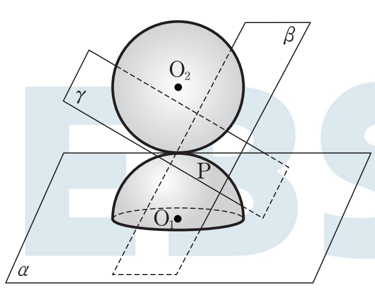


① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{6}$

16

▸ 22056-0258

그림과 같이 평면 α 위에 중심이 O_1이고 반지름의 길이가 1인 반구가 있고, 이 반구와 한 점에서 만나며 중심이 O_2이고 반지름의 길이가 1인 구가 있다. 이 구에 접하는 평면 β가 점 O_1을 지나고 평면 β와 수직인 평면 γ는 평면 β와 반구가 만나서 생기는 도형 C 위의 한 점 P를 지나며 반구와 접한다. 평면 O_1O_2P와 평면 β가 수직일 때, 평면 γ와 구가 만나서 생기는 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는? (단, 직선 O_1O_2는 평면 α와 수직이다.)



① $\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\pi$ ② $(2-\sqrt{3})\pi$ ③ $\left(3-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\pi$ ④ $(4-2\sqrt{3})\pi$ ⑤ $\left(5-\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)\pi$

유형 6 공간좌표와 두 점 사이의 거리

출제경향 | 좌표공간에서 제시된 조건을 만족시키는 점의 좌표를 구하거나 선분의 길이를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 좌표공간에서 주어진 점의 좌표축 또는 좌표평면에 대하여 대칭인 점의 좌표, 좌표축 또는 좌표평면에 내린 수선의 발의 좌표를 구하여 문제를 해결한다. 또한 두 점 사이의 거리를 이용하여 점의 좌표 또는 선분의 길이를 구한다.

필수유형 6

| 2016학년도 대수능 9월 모의평가 |

좌표공간의 점 P(2, 2, 3)을 yz평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q라 하자. 두 점 P와 Q 사이의 거리는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17

▸ 22056-0259

좌표공간의 두 점 P(1, a, 2), Q(-1, 2, $a+3$)에 대하여 선분 PQ의 길이가 $\sqrt{13}$일 때, 모든 a의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

18

▸ 22056-0260

좌표공간의 점 $P(-1,\ 2,\ 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

① $\sqrt{51}$　② $2\sqrt{13}$　③ $\sqrt{53}$
④ $3\sqrt{6}$　⑤ $\sqrt{55}$

19

▸ 22056-0261

좌표공간의 두 점 $A(1,\ 0,\ 3)$, $B(0,\ 2,\ 1)$과 xy평면 위의 점 P에 대하여 삼각형 ABP의 둘레의 길이의 최솟값이 $m+n\sqrt{21}$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 자연수이다.)

유형 7 선분의 내분점과 외분점

출제경향 | 좌표공간에 주어진 선분의 내분점, 외분점 또는 삼각형의 무게중심의 좌표를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 선분의 내분점, 외분점의 좌표를 구하여 문제를 해결한다. 또 삼각형의 무게중심이 중선을 꼭짓점으로부터 $2:1$로 내분함을 이용하여 삼각형의 무게중심의 좌표를 구할 수 있다.

필수유형 7

| 2019학년도 대수능 |

좌표공간의 두 점 $A(2,\ a,\ -2)$, $B(5,\ -2,\ 1)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 x축 위에 있을 때, a의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

20

▸ 22056-0262

좌표공간의 두 점 $A(2,\ -1,\ 3)$, $B(-4,\ 3,\ 1)$에 대하여 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, 선분 OM의 길이는? (단, O는 원점이다.)

① $\sqrt{2}$　② $\sqrt{3}$　③ 2
④ $\sqrt{5}$　⑤ $\sqrt{6}$

기하

21

▸ 22056-0263

좌표공간의 세 점 A$(1, 3, 4)$, B$(2, -1, 2)$, C$(3, -2, 3)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심을 G, 선분 BC를 $2 : 1$로 외분하는 점을 E라 하자. 선분 EG의 길이는?

① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$

22

▸ 22056-0264

좌표공간의 두 점 A(a, a, a), B$(3a, 3a, 3a)$에 대하여 선분 AB가 부피가 27인 정육면체의 대각선일 때, 선분 AB를 $3 : 1$로 내분하는 점의 좌표는 (p, q, r)이다. $20(p+q+r)$의 값을 구하시오. (단, $a>0$이고, 두 점 A, B는 정육면체의 같은 면에 놓이지 않는다.)

유형 8 구의 방정식

출제경향 | 좌표공간에서 구의 방정식, 구와 좌표축 또는 좌표평면과의 관계를 묻는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 좌표공간에서 구와 관련된 문제는 좌표평면에서의 원의 성질을 확장하여 해결한다. 즉, 구와 직선이 만나서 생기는 선분의 중점과 구의 중심을 지나는 직선은 선분에 수직이고, 구와 평면이 만나서 생기는 원의 중심과 구의 중심을 지나는 직선은 원을 포함하는 평면에 수직임을 이용한다.

필수유형 8

| 2014학년도 대수능 |

좌표공간에서 중심의 x좌표, y좌표, z좌표가 모두 양수인 구 S가 x축과 y축에 각각 접하고 z축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 구 S가 xy평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 64π이고 z축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 구 S의 반지름의 길이는? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

23

▸ 22056-0265

yz평면과 접하는 구 $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$의 중심이 구 $x^2+y^2+z^2-2x+4y=0$의 중심과 일치할 때, $a+b+c+d$의 값은? (단, a, b, c, d는 상수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24

▸ 22056-0266

좌표공간에서 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 반지름의 길이가 3이다.
(나) 구 S와 x축이 두 점 $\mathrm{P}(1, 0, 0)$, $\mathrm{Q}(3, 0, 0)$에서 만난다.

구 S의 중심의 y좌표가 최소일 때, 점 $\mathrm{A}(0, \sqrt{2}, 4)$에서 구 S 위의 점까지의 거리의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M \times m$의 값은?

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

25

▸ 22056-0267

좌표공간에 두 점 $\mathrm{A}(1, 0, 0)$, $\mathrm{B}(0, 2, 0)$이 있다. 구 $x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$과 yz평면이 만나서 생기는 도형 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은?

① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

26

▸ 22056-0268

좌표공간에서 점 $\mathrm{A}(6, 12, 10)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 15인 구가 xy평면과 만나서 생기는 도형을 C라 하자. 도형 C 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{OP}}+\overline{\mathrm{PA}}$가 최대일 때, 삼각형 OAP의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① $35\sqrt{5}$ ② $40\sqrt{5}$ ③ $45\sqrt{5}$ ④ $50\sqrt{5}$ ⑤ $55\sqrt{5}$

고2~N수 수능 집중 로드맵

과목	수능 입문		기출 / 연습	연계+연계 보완		고난도	모의고사
국어	수능 감(感)잡기	강의노트 수능개념	수능 기출의 미래	수능연계교재의 국어 어휘	수능특강 사용설명서	수능연계완성 3/4주 특강 고난도 · 신유형	FINAL 실전모의고사
영어	수능특강 Light		수능특강Q 미니모의고사	수능연계교재의 VOCA 1800 / 수능연계 기출 Vaccine VOCA	수능특강 연계 기출	수능의 7대 함정	만점마무리 봉투모의고사
수학				연계 수능특강 / 수능완성	수능완성 사용설명서	박봄의 사회 · 문화 표 분석의 패턴	만점마무리 봉투모의고사 RED EDITION
한국사 사회							고난도 시크릿X 봉투모의고사
과학							

구분	시리즈명	특징	수준	영역
수능 입문	수능 감(感) 잡기	동일 소재 · 유형의 내신과 수능 문항 비교로 수능 입문		국/수/영
	수능특강 Light	수능 연계교재 학습 전 연계교재 입문서		국/영
	수능개념	EBSi 대표 강사들과 함께하는 수능 개념 다지기		전영역
기출/연습	수능 기출의 미래	올해 수능에 딱 필요한 문제만 선별한 기출문제집		전영역
	수능특강Q 미니모의고사	매일 15분으로 연습하는 고퀄리티 미니모의고사		전영역
연계 + 연계 보완	수능특강	최신 수능 경향과 기출 유형을 분석한 종합 개념서		전영역
	수능특강 사용설명서	수능 연계교재 수능특강의 지문 · 자료 · 문항 분석		전영역
	수능특강 연계 기출	수능특강 수록 작품 · 지문과 연결된 기출문제 학습		국/영
	수능완성	유형 분석과 실전모의고사로 단련하는 문항 연습		전영역
	수능완성 사용설명서	수능 연계교재 수능완성의 국어 · 영어 지문 분석		국/영
	수능연계교재의 국어 어휘	수능 지문과 문항 이해에 필요한 어휘 학습서		국어
	수능연계교재의 VOCA 1800	수능특강과 수능완성의 필수 중요 어휘 1800개 수록		영어
	수능연계 기출 Vaccine VOCA	수능-EBS 연계 및 평가원 최다 빈출 어휘 선별 수록		영어
고난도	수능연계완성 3/4주 특강	단기간에 끝내는 수능 킬러 문항 대비서		국/수/영/과
	수능의 7대 함정	아깝게 틀리기 쉬운 영역별 수능 함정 문제 유형 분석		국/수/영/사/과
	박봄의 사회 · 문화 표 분석의 패턴	박봄 선생님과 사회 · 문화 표 분석 문항의 패턴 연습		사회탐구
모의고사	FINAL 실전모의고사	수능 동일 난도의 최다 분량, 최다 과목 모의고사		전영역
	만점마무리 봉투모의고사	실제 시험지 형태와 OMR 카드로 실전 훈련 모의고사		전영역
	만점마무리 봉투모의고사 RED EDITION	신규 문항 2회분으로 국어 · 수학 · 영어 논스톱 모의고사		국/수/영
	고난도 시크릿X 봉투모의고사	제대로 어려운 고퀄리티 최고난도 모의고사		국/수/영

이 책의 **차례** CONTENTS

실전편

실전 모의고사 1회

제한시간 100분 | 배 점 100점

5지선다형

01
▸ 22054-1001

$\left\{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{8}} \div \left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{4}}\right\}^2$의 값은? [2점]

① $\frac{\sqrt{3}}{4}$　② $\frac{\sqrt{3}}{3}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

02
▸ 22054-1002

함수 $f(x)=x^3+6x-4$에 대하여

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(1+2h)-3}{h}$$

의 값은? [2점]

① 18　② 20　③ 22
④ 24　⑤ 26

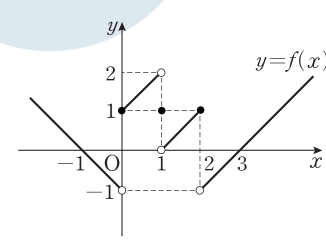
03
▸ 22054-1003

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$이고, $\tan\theta=\frac{1}{3}$일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\sin(\pi-\theta)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{10}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$　⑤ $\frac{1}{2}$

04
▸ 22054-1004

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 1-} f(x)+\lim_{x \to 2+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

05

▸ 22054-1005

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-3}{x-2}=4$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 f(x)+a}{x^2-4}=b$이다. $a+b$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.) [3점]

① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

06

▸ 22054-1006

곡선 $y=-x^2+4x-2$와 직선 $y=x-2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$
④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

07

▸ 22054-1007

첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_n+S_{n+1}=2n^2+2n+1$$

이 성립할 때, $a_2+a_{10}+a_{11}$의 값은? [3점]

① 41 ② 43 ③ 45
④ 47 ⑤ 49

08

▸ 22054-1008

실수 t와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} f(x)-2 & (x<t) \\ -f(x) & (x\ge t) \end{cases}$$

이다. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 t의 값이 0, 1, 2일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

09

▸ 22054-1009

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2a_n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ a_n+3 & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_2+a_5=51$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

10

▸ 22054-1010

함수 $y=\log_3(x+2)$의 역함수를 $y=f(x)$라 할 때, 방정식

$$f(x)\{f(x)+4\}=96$$

을 만족시키는 x의 값은 α이다. $f(\alpha+1)$의 값은? [4점]

① 26 ② 27 ③ 28
④ 29 ⑤ 30

11

▸ 22054-1011

모든 실수 x에 대하여 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0 \le x \le 3$일 때, $f(x)=ax(x-2)$
> (나) $3 < x \le 6$일 때, $f(x)=f(x-3)+b$

$f(4)=6$일 때, $f(k)=f(3)$을 만족시키는 상수 $k\,(3<k<6)$에 대하여 $\int_{0}^{k} |f(x)|\,dx$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① 16　② 18　③ 20　④ 22　⑤ 24

12

▸ 22054-1012

$\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\overline{\mathrm{AC}}=6$이고 넓이가 $4\sqrt{5}$인 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는? (단, $\angle\mathrm{BAC}<90^{\circ}$) [4점]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

13

▸ 22054-1013

자연수 n에 대하여 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-n}-n$의 그래프가 x축과 만나는 점을 $(a_n, 0)$이라 하자.
수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n=\begin{cases} a_n & (a_n\text{이 정수인 경우}) \\ 0 & (a_n\text{이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

라 할 때, $\sum_{k=1}^{100} b_k$의 값은? [4점]

① 102 ② 106 ③ 110
④ 114 ⑤ 118

14

▸ 22054-1014

다음 조건을 만족시키는 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 있다.

(가) 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x\neq-1,\ x\leq 0) \\ 2n-6 & (x=-1) \\ |x-1| & (x>0) \end{cases}$$ 이다.

(나) 함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이다.

함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $n+h'(0)$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

15

▸ 22054-1015

함수 $y=\sin \pi x$ $(x>0)$의 그래프와 직선 $y=\alpha$ $(-1<\alpha<1)$이 만나는 점의 x좌표를 크기가 작은 것부터 차례대로 a_1, a_2, a_3, $\cdots$이라 하고, 함수 $y=\cos \pi x$ $(x>0)$의 그래프와 직선 $y=\beta$ $(-1<\beta<1)$이 만나는 점의 x좌표를 크기가 작은 것부터 차례대로 b_1, b_2, b_3, $\cdots$이라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $0<\alpha<1$일 때, $a_2+a_3=3$이다.

ㄴ. $-1<\alpha<0$이고, $\alpha+\beta=0$일 때, $a_2+b_2=\frac{7}{2}$이다.

ㄷ. $a_1=b_2$이고, $|\beta|=|\alpha|+\frac{1}{2}$이면 $\alpha\beta=\frac{3}{8}$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16

▸ 22054-1016

$\log_2(\sqrt{5}-1)+\log_2(\sqrt{5}+1)$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 22054-1017

두 양수 a, b에 대하여

$$\log\frac{b}{a} : \log\frac{10a}{b}=1 : 2$$

일 때, $\left(\frac{b}{a}\right)^6$의 값을 구하시오. [3점]

18

▸ 22054-1018

첫째항이 자연수이고, 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$3a_2+a_5=2a_8,\ a_7\le 100$$

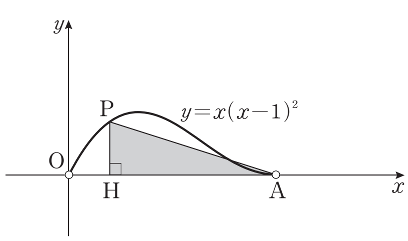
일 때, 첫째항의 최댓값을 구하시오. [3점]

19

▸ 22054-1019

그림과 같이 곡선 $y=x(x-1)^2\ (0<x<1)$ 위의 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$에 대하여 삼각형 APH의 넓이의 최댓값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]



20

▸ 22054-1020

실수 t와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. t에 대한 방정식 $g(t)=3$의 서로 다른 실근이 $t=1$, $t=3$, $t=5$의 3개뿐일 때,

$$\lim_{t\to a-} g(t)+\lim_{t\to a+} g(t)\ne 2g(a)$$

를 만족시키는 모든 실수 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

21

▸ 22054-1021

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=x\int_{0}^{x}f(t)dt-\int_{0}^{x}tf(t)dt$$

라 할 때, 함수 $g(x)$는 $x=3$에서 극솟값 $-\frac{9}{2}$를 갖는다.

함수 $g(x)$는 $x=a$ $(a\neq3)$에서 극솟값 m을 가질 때, $128am$의 값을 구하시오. [4점]

22

▸ 22054-1022

실수 a와 양수 b에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+ax+b$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=mx+k$가 실수 k의 값에 관계없이 한 점에서만 만나도록 하는 실수 m의 최댓값은 -1이다.

(나) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=mx$가 한 점에서만 만나도록 하는 실수 m의 값의 범위는 $m<2$이다.

5지선다형

기하

23

▸ 22056-1023

좌표공간의 한 점 $A(-3,\ 4,\ -5)$에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 AH의 길이는? [2점]

① $\sqrt{35}$ ② $\sqrt{38}$ ③ $\sqrt{41}$
④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{47}$

24

▸ 22056-1024

쌍곡선 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$에 접하고 기울기가 m인 두 접선 사이의 거리가 2일 때, m^2의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{2}$
④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{6}$

25

▸ 22056-1025

좌표평면에서 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC와 점 P가

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{PC}=\vec{0}$$

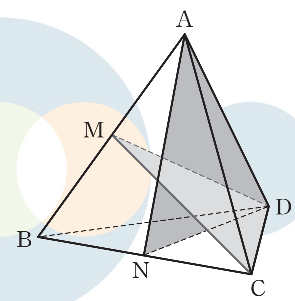
를 만족시킨다. $\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{CP}$의 값은? [3점]

① $-\frac{3}{2}$　② -2　③ $-\frac{5}{2}$　④ -3　⑤ $-\frac{7}{2}$

26

▸ 22056-1026

그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 ABCD에서 선분 AB의 중점을 M, 선분 BC의 중점을 N이라 하자. 삼각형 AND의 평면 CDM 위로의 정사영의 넓이는? [3점]



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$　④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

27

▸ 22056-1027

초점이 F인 포물선 $y^2=4px$ 위의 서로 다른 두 점과 점 F 및 점 F가 아닌 x축 위의 한 점을 네 꼭짓점으로 갖는 정사각형은 2개 존재한다. 이 2개의 정사각형을 T_1, T_2라 할 때, 정사각형 T_1의 두 대각선이 만나는 점을 A, 정사각형 T_2의 두 대각선이 만나는 점을 B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=16$일 때, 양수 p의 값은? [3점]

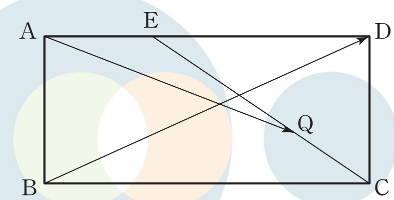
① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

28

▸ 22056-1028

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{AD}}=12$인 직사각형 ABCD에 대하여 선분 AD를 $1:2$로 내분하는 점을 E라 하자. 선분 EC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BD}}$의 최솟값과 최댓값의 합은?

[4점]



① 155 ② 167 ③ 179 ④ 191 ⑤ 203

단답형

29

▸ 22056-1029

직선 $4x-3y+12=0$이 두 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$, $\frac{(x-3)^2}{a^2}+\frac{(y-4)^2}{25}=1$ $(0<a<5)$로 이루어진 도형과 서로 다른 세 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ $(x_1<x_2<x_3)$에서만 만난다. 점 $D(3, 0)$에 대하여 삼각형 ADC의 둘레의 길이를 l이라 할 때, a^2+l의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

30

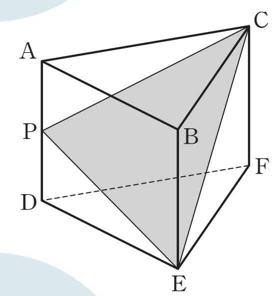
▸ 22056-1030

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 같은 삼각기둥 ABC−DEF에서 모서리 AD 위의 한 점을 P라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 CPE의 평면 ADEB 위로의 정사영의 넓이는 정사각형 ADEB의 넓이의 $\frac{3}{8}$배이다.

(나) 삼각형 CPE의 넓이는 $4\sqrt{6}$이다.

삼각형 ABC의 평면 CPE 위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. [4점]



실전 모의고사 2회

제한시간 100분 | 배 점 100점

5지선다형

01
▸ 22054-1031

$(2\sqrt{2})^{\frac{3}{2}} \times (\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

02
▸ 22054-1032

함수 $f(x)=(3x^2-x)(4x-2)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

03
▸ 22054-1033

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

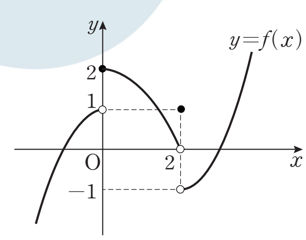
$$a_5=7,\ a_{10}=22$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제10항까지의 합은? [3점]

① 81 ② 83 ③ 85
④ 87 ⑤ 89

04
▸ 22054-1034

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to 0-} f(x) + \lim\limits_{x \to 2+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

05

▸ 22054-1035

함수 $y=f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후 y축에 대하여 대칭이동하였더니 함수 $y=\log_2(1-x)+3$의 그래프와 일치하였다. $f(3)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

06

▸ 22054-1036

$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$인 θ에 대하여 $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=-3$일 때, $\frac{1}{\cos\theta}-\frac{1}{\sin\theta}$의 값은? [3점]

① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ $\sqrt{15}$ ⑤ 4

07

▸ 22054-1037

곡선 $y=x^3-6x^2+10x$와 직선 $y=x$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

08

▸ 22054-1038

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-3}{x-1}=4,\ \lim_{x\to1}\frac{g(x)-4}{x-1}=2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x\to1}\frac{f(x)g(x)-12}{x^2-1}$의 값은? [3점]

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

09

▸ 22054-1039

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}2x+k & (x\le1)\\ x^2+2x+3 & (x>1)\end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x)f(2-x)$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [4점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

10

▸ 22054-1040

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}ka_k=n^2+\frac{2}{3}n$을 만족시킨다. $|a_n-2|<\frac{1}{100}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은? [4점]

① 32　② 34　③ 36　④ 38　⑤ 40

11

▸ 22054-1041

함수 $f(x)=-x^2$과 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $g(x)$에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점에서 각각 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 접선이 서로 수직일 때, $g(2)$의 값은? [4점]

① 11　② $\frac{34}{3}$　③ $\frac{35}{3}$　④ 12　⑤ $\frac{37}{3}$

12

▸ 22054-1042

함수 $f(x)$가

$$f(x)=x|x-1|-3x^2\int_0^2 f(t)\,dt$$

일 때, $f(-3)+f(3)$의 값은? [4점]

① -18　② -16　③ -14　④ -12　⑤ -10

13

▸ 22054-1043

$a_1=4$인 수열 $\{a_n\}$과 함수 $f(x)=x^2+x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a_n, f(a_n))$에서의 접선이 직선 $y=x$와 만나는 점의 x좌표를 a_{n+1}이라 하자. $\sum_{n=1}^{10} \log_2 a_n$의 값은? [4점]

① -25　② -23　③ -21　④ -19　⑤ -17

14

▸ 22054-1044

양의 실수 a에 대하여 함수 $f(x)=\sin\left(ax-\frac{\pi}{4}\right)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=f(x)$이다.

(나) 함수 $y=f\left(x+\frac{5}{16}\pi\right)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

a의 최솟값은? [4점]

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

15

▸ 22054-1045

함수 $f(x)$의 한 부정적분 $F(x)$가

$$F(x)=x^4-x^3+x^2-x+1$$

일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가한다.

ㄴ. 방정식 $f(x)=0$의 실근을 α라 하면 $\frac{1}{2}<\alpha<1$이다.

ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $F(x)>\frac{9}{16}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16

▸ 22054-1046

$\log_2 \sqrt[3]{144}+\log_8 \frac{32}{9}$의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 22054-1047

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 속도 $v(t)$가 $v(t)=3t^2-6t$일 때, 시각 $t=1$에서 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

18

▸ 22054-1048

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2a_n - n$$

을 만족시킬 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 22054-1049

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)-x^3}{3x} = -9$

(나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 -30이다.

함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]

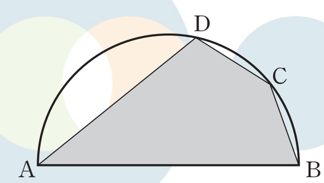
20

▸ 22054-1050

그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위의 두 점 C, D에 대하여 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}=2$일 때, 사각형 ABCD의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, B와 D는 서로 다른 점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



21

▸ 22054-1051

자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식

$$\log_2(x-2)=\log_4(x-\log_3 n)+1$$

의 서로 다른 실근의 개수를 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{50} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

22

▸ 22054-1052

최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 k에 대하여 함수 $g(x)=f(|x|+k)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(4)=g'(4)=0$
(나) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

함수 $y=g(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

5지선다형

기하

23

▸ 22056-1053

좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(1, 2, 3)$, $\mathrm{B}(2, a, a+1)$에 대하여 선분 AB의 중점이 zx평면 위에 있을 때, 선분 OB의 길이는?

(단, O는 원점이다.) [2점]

① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{17}$ ⑤ $\sqrt{21}$

24

▸ 22056-1054

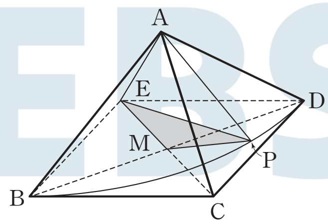
포물선 $y^2=12x$ 위의 점 $\mathrm{A}(3, 6)$에서의 접선이 포물선의 축과 만나는 점을 B라 하자. 포물선의 꼭짓점을 O라 할 때, 선분 BO의 중점 M에서 포물선에 그은 접선 중 기울기가 양수인 직선을 l이라 하자. 직선 l과 포물선의 준선의 교점의 y좌표는? [3점]

① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\sqrt{2}$
④ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 0

25

▸ 22056-1055

그림과 같이 밑면이 정사각형인 사각뿔 A－BCDE에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{AD}=\overline{AE}=4\sqrt{3}$, $\overline{BC}=8$이다. 중심이 E이고, 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 EBD의 호 위의 점 P에 대하여 삼각형 AEP의 넓이는 20이다. 정사각형 BCDE의 두 대각선의 교점을 M이라 할 때, 삼각형 EMP의 넓이는? [3점]

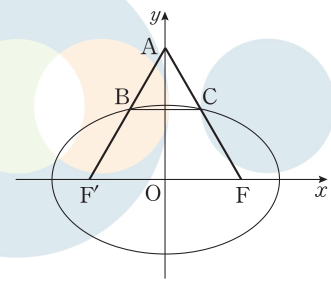


① 18　② 16　③ 14　④ 12　⑤ 10

26

▸ 22056-1056

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$의 두 초점 중 x좌표가 양수인 점을 F, 음수인 점을 F′이라 하자. y축 위의 점 A에 대하여 삼각형 AF′F가 정삼각형일 때, 두 선분 AF′, AF가 타원과 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 사각형 BF′FC의 둘레의 길이는? [3점]

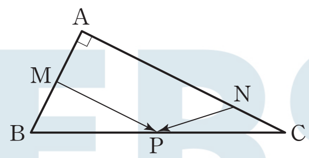


① $\frac{17}{2}$　② 9　③ $\frac{19}{2}$　④ 10　⑤ $\frac{21}{2}$

27

▸ 22056-1057

그림과 같이 각 A가 직각이고, $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=4$인 직각삼각형 ABC에서 선분 AB의 중점을 M, 선분 AC를 $3:1$로 내분하는 점을 N이라 하자. 점 P가 선분 BC 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{NP}|$의 최솟값은? [3점]

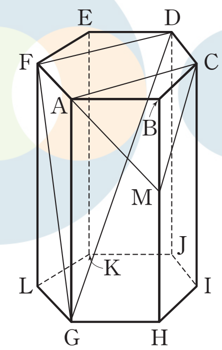


① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　② $\sqrt{2}$　③ $\frac{\sqrt{55}}{5}$　④ $\frac{2\sqrt{15}}{5}$　⑤ $\frac{\sqrt{65}}{5}$

28

▸ 22056-1058

그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{AG}=3$인 정육각기둥 ABCDEF$-$GHIJKL에서 모서리 BH를 $a:(3-a)$로 내분하는 점을 M이라 하자. 삼각형 AMC의 넓이를 S, 삼각형 AMC의 평면 FGD 위로의 정사영의 넓이를 S'이라 할 때, $S=S'$을 만족시키는 실수 a의 값은? (단, $0<a<3$) [4점]



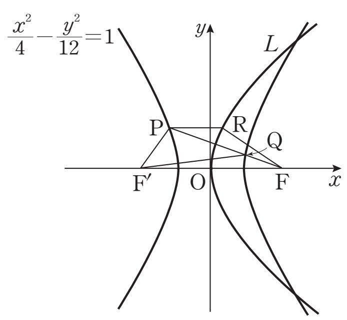
① $\frac{1}{2}$　② $\frac{\sqrt{3}}{2}$　③ 1　④ $\frac{3}{2}$　⑤ $\sqrt{3}$

단답형

29

▸ 22056-1059

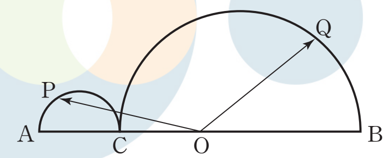
그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$의 제2사분면 위의 한 점 P와 두 초점 F, F′에 대하여 선분 PF가 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 PF′Q의 둘레의 길이는 14이다. 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 꼭짓점이 원점이고 초점이 F인 포물선 L과 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{\mathrm{RF}}-\overline{\mathrm{PR}}=k$이다. $20k^2$의 값을 구하시오. (단, 점 F의 x좌표는 양수이다.) [4점]



30

▸ 22056-1060

그림과 같이 길이가 8인 선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점을 C라 하고, 선분 AB의 중점을 O라 하자. 두 선분 AC, CB를 지름으로 하는 두 반원을 선분 AB를 기준으로 각각 같은 쪽에 그리고, 호 AC 위의 점 P와 호 CB 위의 점 Q를 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|=4$를 만족시키도록 잡는다. $|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 값이 최대일 때, 점 Q를 Q_1, 점 P를 P_1이라 하자. $(\overrightarrow{\mathrm{OP}_1}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}_1})\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}_1}$의 값을 구하시오. [4점]



실전 모의고사 3회

제한시간 100분 | 배 점 100점

5지선다형

01

▸ 22054-1061

$2^{-\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{3}{4}}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

02

▸ 22054-1062

$\lim_{x \to 2} x(\sqrt{x+2}-1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

03

▸ 22054-1063

$\int_{0}^{\sqrt{2}} (3x+1)dx + \int_{\sqrt{2}}^{2} (3x+1)dx$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

04

▸ 22054-1064

$\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\cos\theta+\frac{1}{2}$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

05

▸ 22054-1065

두 수 a, β의 등차중항이 3, 등비중항이 2일 때, $a^2+\beta^2$의 값은? [3점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

06

▸ 22054-1066

점 A(2, 4)를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=a^x$ $(a>2)$와 만나는 점을 P라 할 때, $\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{2}$이다. 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=a^x$과 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 PAQ의 넓이는? [3점]

① 9 ② $\frac{19}{2}$ ③ 10 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 11

07

▸ 22054-1067

$x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 등식

$$\left|x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+a\right|=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+a$$

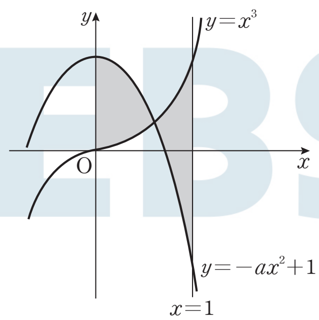
를 만족시키는 실수 a의 최솟값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

08

▸ 22054-1068

그림과 같이 $x\geq0$에서 두 곡선 $y=x^3$, $y=-ax^2+1\ (a>0)$과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 두 곡선 $y=x^3$, $y=-ax^2+1$과 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 상수 a의 값은? [3점]



① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$

④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

09

▸ 22054-1069

다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x |f(t)|dt=x^3+ax+a^2-1$$

을 만족시킬 때, $a+|f(2)|$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 11 ② 12 ③ 13

④ 14 ⑤ 15

10

▸ 22054-1070

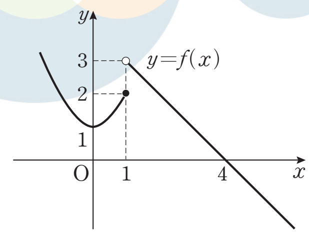
함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (x\leq1) \\ -x+4 & (x>1) \end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x)\{f(x-m)+n\}$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 두 실수 m, n에 대하여 $m-n$의 최댓값은? [4점]

① 5 ② 8 ③ 11

④ 14 ⑤ 17



11

▸ 22054-1071

함수 $y=a\sin\frac{\pi}{4}x+b$ $(a>0)$의 그래프 위에 점 P가 있다. 두 점 $\mathrm{A}(0,\ b)$, $\mathrm{B}(6,\ b)$에 대하여 삼각형 PAB가 정삼각형이고 삼각형 PAB의 무게중심의 y좌표는 $2\sqrt{3}$이다. 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? [4점]

① $8\sqrt{2}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $9\sqrt{2}$
④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

12

▸ 22054-1072

다음은 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n=\frac{\sum_{k=1}^{n}(n-k+1)a_k}{\sum_{k=1}^{n}k} \quad \cdots\cdots ㉠$$

를 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$이 등차수열이기 위한 필요충분조건은 수열 $\{b_n\}$이 등차수열임을 보이는 과정이다.

수열 $\{a_n\}$이 등차수열이라 하면 모든 자연수 n에 대하여
$a_n=pn+q$ (p, q는 상수)
㉠에 대입하여 정리하면

$$b_n=\frac{\sum_{k=1}^{n}(n-k+1)a_k}{\sum_{k=1}^{n}k}=\frac{1}{3}(pn+\boxed{\text{(가)}}p+3q)$$

이때 b_n이 n에 대한 일차식이므로 수열 $\{b_n\}$은 등차수열이다.
역으로 수열 $\{b_n\}$이 등차수열이라 하면 모든 자연수 n에 대하여
$b_n=rn+s$ (r, s는 상수)
한편, ㉠으로부터

$$b_n\sum_{k=1}^{n}k=\sum_{k=1}^{n}(n-k+1)a_k \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉡에 n 대신 $n-1$을 대입하면

$$b_{n-1}\sum_{k=1}^{n-1}k=\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)a_k\ (n\geq 2) \quad \cdots\cdots ㉢$$

㉡에서 ㉢을 변끼리 빼서 정리하면

$$\sum_{k=1}^{n}a_k=\frac{1}{2}n(3rn-r+\boxed{\text{(나)}}s)\ (n\geq 2) \quad \cdots\cdots ㉣$$

이 식에 n 대신 $n-1$을 대입하면

$$\sum_{k=1}^{n-1}a_k=\frac{1}{2}(n-1)\{3r(n-1)-r+\boxed{\text{(나)}}s\}\ (n\geq 3) \quad \cdots\cdots ㉤$$

㉣에서 ㉤을 변끼리 빼면

$$a_n=\boxed{\text{(다)}}rn-\boxed{\text{(라)}}r+s\ (n\geq 3)$$

한편, 이 식은 $n=1$, $n=2$일 때도 성립한다.
따라서 수열 $\{a_n\}$도 등차수열이다.

위의 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각 a, b, c, d라 할 때, $ab+cd$의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

13

▸ 22054-1073

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 정수 m, n $(m<0<n)$에 대하여 함수 $f(x)$는 $x=m$, $x=0$, $x=n$에서 극값을 갖고 $|m|+n=3$이다.
(나) 함수 $f(x)$의 그래프는 기울기가 음수인 어떤 직선과 서로 다른 두 점에서 접한다.

함수 $f(x)$의 극댓값이 1일 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① $-\frac{10}{3}$ ② -3 ③ $-\frac{8}{3}$
④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ -2

14

▸ 22054-1074

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<t\leq 2$일 때, $v(t)=\frac{1}{6}t^3-t+\frac{2}{3}$
(나) $t\geq 2$일 때, $a(t)=-t+k$ (k는 상수)

$t>0$에서 $a(t)$가 연속일 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기
ㄱ. $k=3$
ㄴ. $v(3)=0$
ㄷ. $0<t<4$에서 점 P의 운동방향은 두 번 바뀐다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 22054-1075

$a_3=0$이고 $a_4^2=1$인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}-a_n & (a_{n+1}>a_n) \\ a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}\le a_n) \end{cases}$$

일 때, $a_m=8$을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합은? [4점]

① 22 ② 27 ③ 32
④ 37 ⑤ 42

단답형

16

▸ 22054-1076

첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2=2a_1,\ a_3\times a_4=a_6+a_7$$

일 때, a_5의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 22054-1077

함수 $f(x)=(x^2+x+1)(x+1)$에 대하여

$f'(0)+\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$의 값을 구하시오. [3점]

18

▸ 22054-1078

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 중 차수가 최소인 함수를 $g(x)$라 할 때, $g(11)$의 값을 구하시오. [3점]

$$\lim_{x \to 1-} \frac{|x-1|f(x)}{(x-1)^2(x+2)}=3$$

19

▸ 22054-1079

$-\frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{4}$에서 x에 대한 방정식 $\frac{1}{\pi^2}x^2+k=\cos x$가 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $a \le k \le b$일 때, $36(a+b)$의 값을 구하시오. [3점]

20

▸ 22054-1080

1이 아닌 두 양수 a, b가

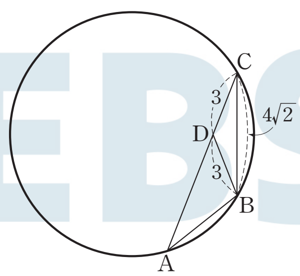
$$\begin{cases} \log_2 a = \log_3 b \\ (\log_3 a) \times (\log_2 b) = \log_2 a^2 \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a+b$의 값을 구하시오. [4점]

21

▸ 22054-1081

그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는 삼각형 ABC의 변 AC 위의 점 중 A가 아닌 점을 D라 할 때, $\overline{BC}=4\sqrt{2}$, $\overline{DB}=\overline{DC}=3$이다. $\overline{AD}=a+b\sqrt{7}$일 때, $3(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]



22

▸ 22054-1082

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 $k\ (k\neq0)$에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)=f(x-k)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(k)$라 할 때, 두 함수 $f(x)$와 $g(k)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 구간 $(-\infty,\ 0)$, $(0,\ \infty)$에서 정의된 함수 $g(k)$가 $k=a$에서 불연속이 되도록 하는 a의 값은 $-2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$뿐이다.

(나) 함수 $f(x)$가 극값을 갖도록 하는 모든 x의 값의 합은 2이고, 함수 $f(x)$의 극댓값은 4이다.

$f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

기하

23

▸ 22056-1083

좌표공간의 점 $\mathrm{P}(1,\ -2,\ 4)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 점 P를 xy평면에 대하여 대칭이동한 점을 R라 할 때, 선분 QR의 길이는? [2점]

① $2\sqrt{3}$　② $\sqrt{14}$　③ 4
④ $3\sqrt{2}$　⑤ $2\sqrt{5}$

24

▸ 22056-1084

포물선 $y^2=4px\ (p>0)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$에서의 접선이 점 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$을 지나고 $\overline{\mathrm{PA}}=2\sqrt{7}$일 때, 상수 p의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$
④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

25

▸ 22056-1085

한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD를 2 : 3으로 내분하는 점을 E, 직선 AE가 선분 BC와 만나는 점을 F라 할 때, $|\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BC}|$의 값은? [3점]

① $4\sqrt{2}$　② $\sqrt{34}$　③ 6　④ $\sqrt{38}$　⑤ $2\sqrt{10}$

26

▸ 22056-1086

중심의 좌표가 $(1,\ a,\ \sqrt{10})$ $(a>0)$인 구가 xy평면에 접하고 z축과 한 점에서만 만날 때, 이 구가 zx평면과 만나서 생기는 도형의 길이는? [3점]

① 2π　② $\sqrt{5}\pi$　③ $\sqrt{6}\pi$　④ $\sqrt{7}\pi$　⑤ $2\sqrt{2}\pi$

27

▸ 22056-1087

좌표평면에 두 점 A$(-2,\ 5)$, B$(5,\ -4)$가 있다. 음이 아닌 두 실수 x_1, y_1에 대하여 점 P의 좌표를 $(x_1,\ y_1)$이라 하고 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$라 하면

$$\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{p}|^2=\vec{p}\cdot(\vec{a}+\vec{b})$$

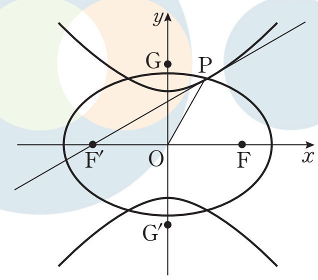
가 성립한다. $|\vec{p}|$의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

28

▸ 22056-1088

그림과 같이 두 점 F$(\sqrt{6},\ 0)$, F$'(-\sqrt{6},\ 0)$을 초점으로 하고 장축의 길이가 k인 타원과 두 점 G$(0,\ \sqrt{6})$, G$'(0,\ -\sqrt{6})$을 초점으로 하고 주축의 길이가 l인 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. 쌍곡선 위의 점 P에서의 접선이 점 F$'$을 지나고 $\overline{\mathrm{OP}}+\overline{\mathrm{PF'}}=k$일 때, $\dfrac{k^2}{l^2}$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $2+\sqrt{3}$　② $3+\sqrt{3}$　③ $2+2\sqrt{3}$　④ $4+\sqrt{3}$　⑤ $3+2\sqrt{3}$

단답형

29

▸ 22056-1089

좌표평면에 세 점 $\mathrm{A}(a,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ b)$, $\mathrm{C}(-3,\ 4)$가 있다.

$\overrightarrow{\mathrm{OC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CP}}=1$

을 만족시키는 직선 AB 위의 점 P의 개수가 2 이상일 때, $\overrightarrow{\mathrm{AC}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CB}}$의 값을 구하시오. (단, $ab \neq 0$이고, O는 원점이다.) [4점]

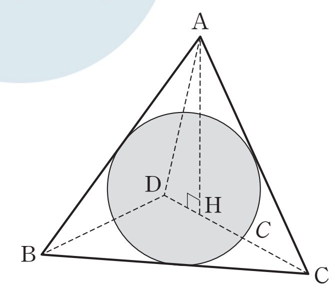
30

▸ 22056-1090

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CA}}=6$인 사면체 ABCD가 있다. 삼각형 ABC에 내접하는 원을 C라 하고, 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 원 C와 점 H가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 원 C의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는 $\sqrt{3}\pi$이다.
> (나) 점 H는 선분 CD를 $3:1$로 내분한다.

평면 ABD와 평면 BCD가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\tan^2\theta$의 값을 구하시오. [4점]



5지선다형

01

▸ 22054-1091

$\sin \frac{17}{6}\pi$의 값은? [2점]

① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0

④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

02

▸ 22054-1092

$\lim_{x \to 2} \frac{a\sqrt{x}-b}{x-2}=\frac{1}{2}$일 때, a^2+b^2의 값은?

(단, a, b는 상수이다.) [2점]

① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

03

▸ 22054-1093

두 실수 x, y에 대하여

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=2,\ 24^x=3^y=a$$

일 때, 상수 a의 값은? (단, $a>0$, $a\neq1$) [3점]

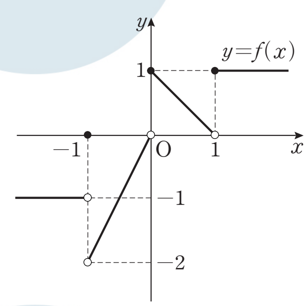
① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 2

④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

04

▸ 22054-1094

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-} f(x)+\lim_{x \to 0+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 2

05

▸ 22054-1095

방정식 $9^{x}+3^{3-x}=3^{x+2}+3$의 서로 다른 모든 실근의 합은? [3점]

① $\frac{3}{2}$　② $\frac{7}{4}$　③ 2
④ $\frac{9}{4}$　⑤ $\frac{5}{2}$

06

▸ 22054-1096

$a_3=6$, $a_6=162$인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\log_3\left(S_{10}+\frac{1}{3}\right)$의 값은? [3점]

① 6　② 7　③ 8
④ 9　⑤ 10

07

▸ 22054-1097

함수 $f(x)=x^3-mx^2+\left(m+\frac{4}{3}\right)x+5$가 극값을 갖지 않도록 하는 모든 정수 m의 개수는? [3점]

① 6　② 7　③ 8
④ 9　⑤ 10

08

▸ 22054-1098

$x>1$, $y>1$, $x^4y^3=16$인 두 실수 x, y에 대하여 $(\log_2 x)^2\times\log_x y$는 $x=\alpha$일 때 최댓값 M을 갖는다. α^2+M의 값은? [3점]

① 2　② $\frac{13}{6}$　③ $\frac{7}{3}$

④ $\frac{5}{2}$　⑤ $\frac{8}{3}$

09

▸ 22054-1099

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-x)=-f(x)$
(나) $f(x)=f(x-2)+4$

$\int_1^3 f(x)dx$의 값은? [4점]

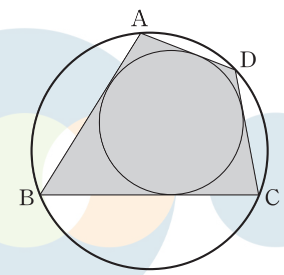
① 8　② 10　③ 12

④ 14　⑤ 16

10

▸ 22054-1100

그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=7$, $\overline{CD}=4$인 사각형 ABCD가 원에 내접하고 있다. 사각형 ABCD에 내접하는 원이 존재할 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



① $12\sqrt{3}$　② $6\sqrt{14}$　③ 24

④ $18\sqrt{2}$　⑤ $12\sqrt{5}$

11

▸ 22054-1101

곡선 $y=x^2-1$ 위의 점 P에서의 접선을 l이라 하자.
점 $\mathrm{Q}\left(m,\ \frac{23}{2}\right)$에 대하여 직선 PQ와 직선 l이 서로 수직인 점 P의 개수가 3이 되도록 하는 모든 정수 m의 개수는? [4점]

① 61　② 63　③ 65　④ 67　⑤ 69

12

▸ 22054-1102

함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^4-x^2+2x$의 그래프 위의 서로 다른 두 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$, $\mathrm{B}(b,\ f(b))$에서의 접선이 일치한다. 이차함수 $y=g(x)$의 그래프가 세 점 O, A, B를 모두 지날 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O는 원점이다.) [4점]

보기

ㄱ. $a+b=0$

ㄴ. 직선 AB의 방정식은 $y=2x-\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. 곡선 $y=g(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{2}{3}$이다.

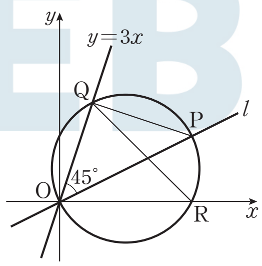
① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13

▸ 22054-1103

그림과 같이 원점을 지나고 기울기가 양수인 직선 l과 직선 $y=3x$가 이루는 예각의 크기는 $45°$이다. 직선 l 위의 제1사분면의 점 P와 직선 $y=3x$ 위의 제1사분면의 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=2\sqrt{3}$이다. 삼각형 OPQ의 외접원이 x축과 만나는 두 점 중 원점이 아닌 점을 R라 할 때, 선분 QR의 길이는?

(단, O는 원점이다.) [4점]



① $\frac{3\sqrt{30}}{5}$　② $\frac{6\sqrt{10}}{5}$　③ $3\sqrt{2}$

④ $\frac{6\sqrt{15}}{5}$　⑤ $\frac{3\sqrt{70}}{5}$

14

▸ 22054-1104

최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f'(0)=0$인 사차함수 $f(x)$와 실수 k에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=k$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(k)$라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(k)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$의 극값은 모두 정수이다.
(나) 함수 $g(k)$가 $k=\alpha$에서 불연속인 α의 개수는 2이다.
(다) 방정식 $g(k)=4$를 만족시키는 정수 k의 개수는 8이다.

모든 $f(2)$의 값의 합은? [4점]

① 100　② 105　③ 110

④ 115　⑤ 120

15

▶ 22054-1105

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 3a_n-1 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{a_n}{2}+1 & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_8=14$일 때, $\sum_{k=1}^{7} a_k$의 최솟값은? [4점]

① 41 ② 43 ③ 45 ④ 47 ⑤ 49

단답형

16

▶ 22054-1106

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t\geq 0)$에서의 위치 $x(t)$가

$$x(t)=6t+2t^2$$

이다. 시각 $t=3$에서의 점 P의 속도를 구하시오. [3점]

17

▶ 22054-1107

$\int_2^3 \frac{x^3+2x^2+x}{x-1}dx+\int_3^2 \frac{2x^2+x+1}{x-1}dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

18

▸ 22054-1108

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k b_k = 5$일 때,

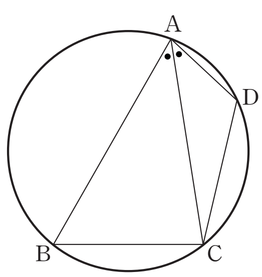
$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k)^2 - \sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k)^2$의 값을 구하시오. [3점]

19

▸ 22054-1109

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=5$, $\angle\mathrm{ABC}=\frac{\pi}{3}$인 사각형 ABCD가 원에 내접하고 있다. $\angle\mathrm{BAD}$의 이등분선이 이 원과 만나는 점 중 A가 아닌 점이 C일 때, 선분 AD의 길이를 구하시오.

[3점]



20

▸ 22054-1110

정의역이 실수 전체의 집합이고, $f(0)=a$인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 구간 $(0, \infty)$에서

$$f(x)=\begin{cases} -x^2 & (0<x<1) \\ -2x+3 & (1<x<2) \\ -2x+5 & (2<x<3) \\ x-3 & (x\geq 3) \\ 0 & (x=1,\ 2) \end{cases}$$

이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.

함수 $f(f(x))$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 a의 개수를 구하시오. [4점]

21

▸ 22054-1111

모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\frac{a_6 \times a_8}{2} = |a_9 \times a_{16}|,\ a_{11} \times a_{12} = |S_{16}|$$

일 때, $|a_{16}|$의 값을 구하시오.

(단, 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \neq 0$이다.) [4점]

22

▸ 22054-1112

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와

함수 $g(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) < 0$이고, $f(0) = 1$이다.
(나) $g(0) = g(2) = 15$
(다) 함수 $g(x)$의 최댓값은 16이다.

$\int_{-1}^{2} |f(x)|dx$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

기하

23

▸ 22056-1113

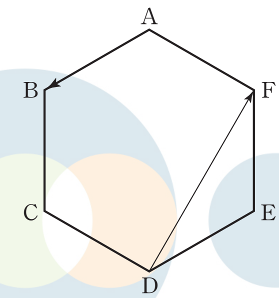
좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 4,\ -3)$, $\mathrm{B}(-5,\ b,\ 6)$에 대하여 선분 AB의 중점이 z축 위의 점일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24

▸ 22056-1114

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정육각형 ABCDEF가 있다. $|2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{DF}}|$의 값은? [3점]

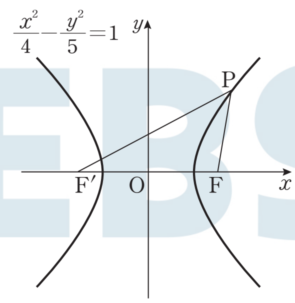


① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

25

▸ 22056-1115

그림과 같이 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ 위의 제1사분면의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{PF}}=3$일 때, 삼각형 PFF′의 둘레의 길이는? (단, 점 F의 x좌표는 양수이다.) [3점]



① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

26

▸ 22056-1116

타원 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 위의 제1사분면의 점 P에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

27

▸ 22056-1117

좌표공간의 점 A(5, 12, 4)가 중심이고 반지름의 길이가 r $(4<r<8)$인 구 S가 xy평면과 만나는 점이 나타내는 도형을 C라 하자. 도형 C 위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최솟값이 10일 때, r의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$

④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

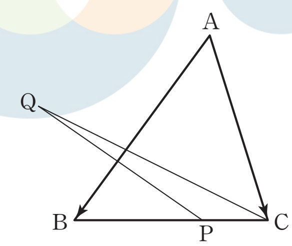
28

▸ 22056-1118

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=6$인 삼각형 ABC의 변 BC를 $2:1$로 내분하는 점을 P라 하고, 점 P를 직선 AB에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q라 하자. 점 C가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 AC의 길이는? [4점]

(가) $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}=18$

(나) 삼각형 PCQ의 넓이는 $\frac{8}{3}$이다.



① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

단답형

29

▸ 22056-1119

초점이 F인 포물선 $y^2=4x$와 쌍곡선의 일부분인 곡선 C : $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ $(x<0)$이 있다. 점 $\mathrm{A}(-3,\ 0)$에서 포물선 $y^2=4x$에 그은 접선의 한 접점 P에 대하여 곡선 C 위의 점 Q가 $\frac{\overline{\mathrm{AQ}}}{\overline{\mathrm{PF}}}=\frac{1}{2}$을 만족시킬 때, $\overline{\mathrm{FQ}}^2=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30

▸ 22056-1120

사면체 OABC가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\angle\mathrm{CAB}=\frac{\pi}{2}$
>
> (나) 점 O에서 평면 ABC에 내린 수선의 발은 A이다.
>
> (다) 삼각형 OBC는 $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$인 이등변삼각형이다.

$3\cos^2(\angle\mathrm{AOB})+\cos(\angle\mathrm{BOC})=1$일 때, 두 평면 OBC, ABC가 이루는 예각의 크기 θ에 대하여 $\cos^2\theta=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

실전 모의고사 5회

제한시간 100분 | 배 점 100점

5지선다형

01

▸ 22054-1121

$2^{\log_4 81}$의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

02

▸ 22054-1122

함수 $f(x)=(2x+3)(x-1)^2$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [2점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

03

▸ 22054-1123

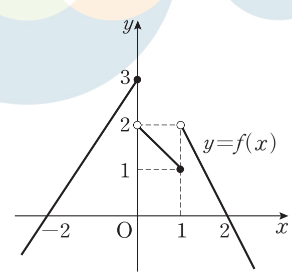
$a \le x \le 2a$에서 함수 $f(x)=2^{x-1}-1$의 최솟값이 3, 최댓값이 M일 때, M의 값은? (단, a는 양의 상수이다.) [3점]

① 7 ② 15 ③ 31
④ 63 ⑤ 127

04

▸ 22054-1124

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x)+\lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

05

▸ 22054-1125

등식 $\sum_{k=1}^{n}(k^2+2k)=\sum_{k=2}^{n}(k^2+k)+12$를 만족시키는 자연수 n의 값은? [3점]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

06

▸ 22054-1126

$0 \le x < 2\pi$에서 방정식

$$2\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=1-5\cos x$$

의 서로 다른 모든 해의 합은? [3점]

① $\frac{5}{3}\pi$　② 2π　③ $\frac{7}{3}\pi$　④ $\frac{8}{3}\pi$　⑤ 3π

07

▸ 22054-1127

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 등식

$$(x-1)f(x)=x^2-3x+a$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

08

▸ 22054-1128

함수 $f(x)=x^3+ax^2+x+1$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(0,\ 1)$에서의 접선과 수직이고 점 A를 지나는 직선을 l이라 하자. 직선 l이 곡선 $y=f(x)$와 점 B에서 접할 때, 선분 AB의 길이는? (단, a는 상수이고 점 B의 x좌표는 양수이다.) [3점]

① 2　② $\sqrt{5}$　③ $\sqrt{6}$
④ $\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{2}$

09

▸ 22054-1129

두 실수 a, b에 대하여

$$(x^a)^b=\sqrt{x^{12}},\ x^{\frac{1}{a}}\times x^{\frac{1}{ab}}\times x^{\frac{1}{3a^2b}}=\sqrt[36]{x^{25}}$$

일 때, $a+b$의 값은? (단, $x>1$) [4점]

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

10

▸ 22054-1130

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a\geq-3$인 모든 실수 a에 대하여
$\displaystyle\int_1^a f'(x)dx\geq0$이다.
(나) $b\geq-3$인 모든 실수 b에 대하여
$\displaystyle\int_{-3}^b f'(x)dx\geq0$이다.

$f(1)=0$일 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

11

▸ 22054-1131

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $k+l$의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]

> (가) 점 $(n,\ a_n)$은 직선 $y=-5x+k$ 위에 있다.
> (나) $\dfrac{S_n}{n^2}$은 일정한 값 l을 갖는다.

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

12

▸ 22054-1132

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=3x^2+k+\int_0^x f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=g(x)$이다.
> (나) 함수 $g(x)$는 극댓값이 5이고, $x=2$에서 극솟값 m을 갖는다.

$k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 5　② 6　③ 7
④ 8　⑤ 9

13

▸ 22054-1133

자연수 a에 대하여

$$S(a)=\sum_{k=1}^{a}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$$

이라 할 때, $S(a)$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 a의 값을 작은 수부터 차례대로 나열하면

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ \cdots$$

이다. 다음은 $\sum_{k=1}^{8}\frac{1}{a_k}$의 값을 구하는 과정이다.

> $S(a)=\sum_{k=1}^{a}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}=-1+\boxed{\text{(가)}}$
>
> 이때 $S(a)$의 값이 자연수가 되기 위해서는 $\boxed{\text{(가)}}$이 2 이상의 자연수이어야 하므로
>
> $\boxed{\text{(가)}}=m$ (m은 2 이상의 자연수)
>
> 즉, $a=m^2-1$이고 m은 2 이상의 자연수이므로
>
> $m=n+1$ (n은 자연수)라 하면
>
> $a_n=\boxed{\text{(나)}}$
>
> 따라서 $\sum_{k=1}^{8}\frac{1}{a_k}=\frac{\boxed{\text{(다)}}}{45}$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(a)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 b라 할 때, $f(b-14)+g(b-16)$의 값은? [4점]

① 196 ② 197 ③ 198 ④ 199 ⑤ 200

14

▸ 22054-1134

$a>0$, $b\geq\frac{1}{2}$, $c>0$인 세 수 a, b, c와 $-a+c\leq k\leq a+c$인 실수 k에 대하여 $0\leq x\leq 6$에서 정의된 함수 $f(x)=a\sin b\pi x+c$의 그래프와 직선 $y=k$가 만나는 점의 개수를 $g(k)$라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> 보기
>
> ㄱ. $b=m-\frac{1}{2}$ (m은 자연수)일 때
> $g(a+c)=g(-a+c)+1$이다.
>
> ㄴ. $g\left(\frac{a}{2}+c\right)=10$일 때, b의 최솟값은 $\frac{53}{36}$이다.
>
> ㄷ. $c<k<a+c$이고 b가 3 이상의 자연수일 때,
> $\frac{5}{b}\leq x\leq\frac{14}{b}$에서 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 모든 점의 x좌표의 값의 합이 3 이하가 되도록 하는 b의 최솟값은 26이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15

▸ 22054-1135

실수 a에 대하여 곡선 $f(x)=x^3-ax$ 위의 서로 다른 두 점을 P, Q라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 P, Q에서의 두 접선이 모두 직선 PQ와 서로 수직이 되도록 하는 a의 최솟값은? [4점]

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$

④ 2　　⑤ $\sqrt{5}$

단답형

16

▸ 22054-1136

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_5}{a_2}=5,\ a_1+a_4=12$$

일 때, a_7의 값을 구하시오. [3점]

17

▸ 22054-1137

$x\geq0$에서 두 곡선 $y=x^3-12x-3$, $y=x^2+18x-3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

18

▸ 22054-1138

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\ (t\geq 0)$에서의 위치 $f(t)$, $g(t)$가

$$f(t)=t^3+pt,\ g(t)=3t^2+4t+q$$

이다. 두 점 P, Q의 가속도가 서로 같아지는 순간 두 점 P, Q의 위치가 서로 같고 속도도 서로 같다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 상수이다.) [3점]

19

▸ 22054-1139

함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax$에 대하여 $f'(1)=0$일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

20

▸ 22054-1140

첫째항이 -106인 등차수열 $\{a_n\}$과 자연수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_k=-1$

(나) $\displaystyle\sum_{n=k+1}^{2k} a_n-\left|\sum_{n=1}^{k} a_n\right|=114$

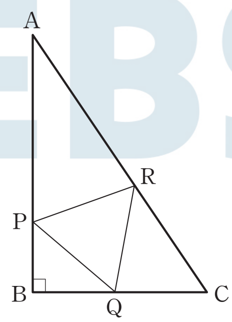
$k+a_{k+1}$의 값을 구하시오. [4점]

21

▸ 22054-1141

그림과 같이 $\overline{AB}=\sqrt{3}$, $\overline{BC}=1$, $\overline{CA}=2$인 직각삼각형 ABC가 있다. 세 변 AB, BC, CA 위에 각각 세 점 P, Q, R가 있고 삼각형 PQR가 정삼각형일 때, 정삼각형 PQR의 넓이의 최솟값은 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22

▸ 22054-1142

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$가

$$g(x)=\int_0^x \{f(t+2\sqrt{3})-f(t)\}dt$$

$$h(x)=\int_{1-x}^{1+x} f(t)dt$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)>0$
(나) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(다) 함수 $g(x)$는 $x=-2\sqrt{3}$과 $x=0$에서 극값을 갖는다.

$\sum_{n=1}^{12} h(n)+\sum_{n=3}^{12} h(-n)=96$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

기하

23

▸ 22056-1143

좌표공간의 점 P$(3, -2, 1)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때, 선분 PQ를 $2:1$로 외분하는 점의 좌표는 (a, b, c)이다. $a+b+c$의 값은? [2점]

① 2　② 4　③ 6
④ 8　⑤ 10

24

▸ 22056-1144

타원 $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=1$의 두 초점을 지나고 중심이 원점인 원이 있다. 이 원 위의 제2사분면의 점 (α, β)에서의 접선이 타원과 접할 때, $\alpha^2-\beta^2$의 값은? [3점]

① 16　② 17　③ 18
④ 19　⑤ 20

25

▸ 22056-1145

초점이 F인 포물선 $y^2=4px$ 위의 제1사분면의 점 P를 중심으로 하고, 두 직선 $x=-p$, $y=-p$에 모두 접하는 원 C가 있다. 원 C의 넓이가 25π일 때, $\overline{\mathrm{OF}}+\overline{\mathrm{PF}}$의 값은?

(단, O는 원점이고, $p>0$이다.) [3점]

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

26

▸ 22056-1146

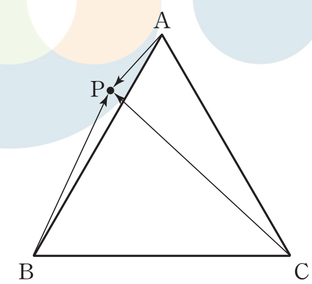
평면에 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 점 P가

$$\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CP}}=0,\ |\overrightarrow{\mathrm{BP}}|=3\sqrt{2}$$

를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|^2-|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|^2$의 값은?

(단, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|<|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|$이고, 점 P는 정삼각형 ABC의 외부에 있다.) [3점]

① $11\sqrt{6}$　② $12\sqrt{6}$　③ $13\sqrt{6}$　④ $14\sqrt{6}$　⑤ $15\sqrt{6}$



27

▸ 22056-1147

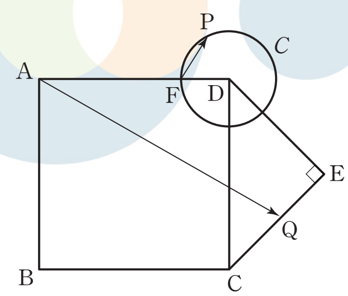
좌표공간에서 7개의 점 O$(0,\ 0,\ 0)$, A$(1,\ 0,\ 0)$, B$(0,\ 1,\ 0)$, C$(0,\ 0,\ 1)$, P$(t,\ 1,\ 0)$, Q$(0,\ t,\ 1)$, R$(1,\ 0,\ t)$가 있다. 네 삼각형 PQR, APR, BQP, CRQ 및 xy평면, yz평면, zx평면으로 둘러싸인 입체도형 OAPBQCR의 부피를 $f(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t^3}$의 값은? (단, $t>1$) [3점]

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{2}$

28

▸ 22056-1148

평면에 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다. 이 정사각형의 외부에 $\angle\mathrm{DEC}=90°$, $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{DE}}$를 만족시키는 점 E를 잡고, 변 AD를 $3:1$로 내분하는 점을 F, 점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원을 C라 하자. 원 C 위의 점 P와 선분 CE 위의 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{FP}}-\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $(M-1)^2+(m+1)^2$의 값은? [4점]



① $\frac{105}{2}$　② 53　③ $\frac{107}{2}$　④ 54　⑤ $\frac{109}{2}$

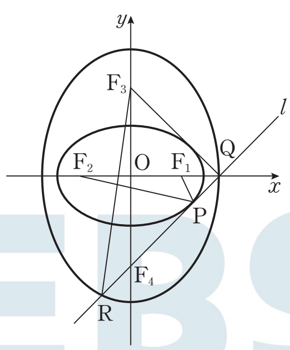
단답형

29

▸ 22056-1149

1보다 큰 실수 a와 $\sqrt{3}$보다 큰 실수 b에 대하여 그림과 같이 두 초점이 F_1, F_2인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$ 위의 점 중 제4사분면에 있는 점 P에서의 접선을 l이라 하고, 두 초점이 F_3, F_4인 타원 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{b^2}=1$과 접선 l이 만나는 두 점을 각각 Q, R라 하자. 접선 l이 점 F_4를 지나고 점 F_3과 접선 l 사이의 거리가 $\sqrt{6}$이다. 삼각형 QF_3R의 둘레의 길이가 $4\sqrt{6}$일 때, 삼각형 PF_1F_2의 둘레의 길이는 $m+n\sqrt{2}$이다. m^2+n^2의 값을 구하시오.

(단, 점 F_3의 y좌표는 양수이고, m과 n은 유리수이다.) [4점]



30

▸ 22056-1150

그림과 같이 한 모서리의 길이가 8인 정사면체 ABCD에서 선분 AD를 3 : 1로 내분하는 점을 E, 선분 CD를 1 : 3으로 내분하는 점을 F, 선분 BD의 중점을 M이라 하고, 선분 AM을 3 : 2로 내분하는 점을 G라 하자. 삼각형 ABC의 평면 EFG 위로의 정사영의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{19}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]