

# Wie beeinflusst der Goldene Schnitt die Ziehungswahrscheinlichkeit unter zwei Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49?

*Shirin Shahidi, Matrikelnummer 455612*

*2019-07-22*

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>2</b>
1.1. Forschungsfrage . . . . .	2
1.2. Ziel der Studie/ Analyse . . . . .	3
<b>2. Methodik</b>	<b>3</b>
2.1. Studiendesign . . . . .	3
2.2 Angewandte statistische Methoden . . . . .	3
<b>3. Ergebnisse</b>	<b>4</b>
3.1 Kennzahlen der Stichprobe . . . . .	4
3.2 explorative Statistik . . . . .	4
3.3 deskriptive Statistik . . . . .	6
3.4 Inferenzstatistik . . . . .	9
<b>4. Diskussion</b>	<b>14</b>
<b>5. Schlussfolgerungen</b>	<b>14</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>14</b>

# 1. Einleitung

“Das, wobei unsere Berechnungen versagen, nennen wir Zufall.” - Albert Einstein (zitate.net, 2019, o.S.).

Im deutschen Lotto 6 aus 49 lassen sich Erfolgswahrscheinlichkeiten errechnen, nicht jedoch künftige Ziehungen vorhersagen. Tendenzen, dass spezifische Ereignisse eintreten, können auf Basis bereits vergangener Ziehungen statistisch ermittelt werden (vgl. Ute Sproesser et al., 2014, S.33).

“Etwas hat Gestalt, weil es auf Zahlen beruht[...]” (Jonak, 2018, S.136).

Die menschliche Gestaltwahrnehmung bevorzugt Vollkommenheit, Symmetrie und bestimmte Proportionen wie etwa den Goldenen-Schnitt. Diese Wahrnehmungspräferenzen von Gestalten lassen sich auch im Tierreich beobachten, bei dem Gestaltwahrnehmung instinktiv zu einer Reaktion führt(vgl. Oerter, 2014, S.252).

Auf Basis dieser Tatsachen stellt sich die Frage, ob die Gestalt der Lottoziehungen bestimmte Proportionen bevorzugt oder ob Ziehungen bestimmter Zahlenkombinationen rein zufällig erfolgen. Konzentriert man sich auf die Proportion des Goldenen Schnittes, so wird dieser gemäß aktuellem Forschungsstand durch die Formel  $\frac{\sqrt{5}+1}{2} \sim 1,618$  errechnet (vgl. Kohn, 2019, S.160). Leonardo of Pisa, auch unter dem Namen Fibonacci bekannt, veröffentlichte 1202 das Werk *Liber Abbaci*(vgl. Hannah, 2007, o.S.). In diesem führt er zur Fibonacci-Sequenz hin, welche im Tierreich die Vermehrung von Hasen in Zahlen beschreibt(vgl. Fibonacci, 1987, S.18). Im Lotto 6 aus 49 sind die ersten acht Fibonacci-Zahlen (1,2,3,5,8,13,21,34) enthalten(vgl. Kohn, 2019, S.159). Dividiert man zwei aufeinander folgende Fibonacci-Zahlen, so konvergieren diese gegen den Goldene-Schnitt(vgl. Knebl & Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2019, S.29).

Um zur Forschungsfrage hinführen zu können, wird im Folgenden auf die beliebteste Lotterie namens Lotto 6 aus 49 unter den Einwohnern Deutschlands eingegangen(vgl. Lotto.de, 2019, o.S.). Spielberechtigt sind dabei erwachsene Personen ab 18 Jahren, da gemäß Jugendschutzgesetz § 6 Spielhallen, Glücksspiele Minderjährigen das Glücksspiel mit Chance auf hohe Geldbeträge untersagt ist(vgl. JuSchG, 2019, o.S.). Ziel eines Lottospieles ist es 6 zufällig gezogene Gewinnzahlen aus 1-49 vorgegeben Ziffern vorherzusagen. Dabei wird ein Lotto-Schein mit 12 möglichen Tippfeldern und jeweils 49 Zahlen ausgefüllt. Pro Tippfeld werden 6 Zahlen angekreuzt. Jeder Lotto-Schein enthält eine Spielscheinnummer, deren letzte Ziffer die Superzahl darstellt. Diese Superzahl wird neben den 6 Gewinnzahlen zufällig aus den Ziffern 0-9 ermittelt. Es müssen minimal 2 Ziffern und eine Superzahl korrekt prophezeit werden um einen Gewinn zu erzielen. Der maximale Gewinn stellt 6 richtige Gewinnzahlen und die korrekte Superzahl dar. Der halbierte Spieleinsatz stellt die Gewinnsumme dar, welche sich auf 9 Gewinnklassen aufteilen lässt. Zusätzlich können die Lotterien Spiel 77 und SUPER 6 sowie die GlücksSpirale im Lotto-Schein ausgewählt werden. Ein Tippfeld im Lotto 6 aus 49 kostet 1,0€ zzgl. Bearbeitungsgebühren. Die Ziehungen finden wöchentlich mittwochs um 18:25 Uhr und samstags um 19:25 Uhr unter [www.lotto.de](http://www.lotto.de) statt(vgl. Lotto.de, 2019, o.S.). Die Wahrscheinlichkeit, zwei konkrete Zahlen im Lotto zu ziehen beträgt  $1 : ((\frac{49}{6}) * (\frac{48}{5})) \sim 0.01276$ (vgl. Lottozahlen.com, 2019, o.S.).

## 1.1. Forschungsfrage

Betrachtet man die bereits genannten Fibonacci Zahlen im Lotto 6 aus 49 und die Konvergenz gegen den Goldenen Schnitt, lässt sich die Forschungsfrage wie folgt ableiten:

*Wie beeinflusst der Goldene Schnitt die Ziehungswahrscheinlichkeit unter zwei Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49?*

In einer ersten Hypothese soll geprüft werden, ob eine Fibonacci Zahl unter allen Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49 am häufigsten mit ihrer Goldenen-Schnitt Zahl gezogen wird. Im Anschluss daran soll geprüft werden, ob eine Fibonacci Zahl unter allen Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49 am häufigsten mittwochs mit ihrer Goldenen-Schnitt Zahl gezogen wird. Dieser Tag wird mit den Samstagsziehungen und den davon abweichenden Wochentagen verglichen. Die Hypothesen lassen sich wie folgt formulieren:

*H1: Fibonacci-Zahlen 1,2,21 und 34 werden unter allen Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49 am häufigsten mit ihren Goldenen-Schnitt Zahlen gezogen*

In Form eines Punktschätzers kann H1 wie folgt mathematisch formuliert werden:

*H1:  $p1 >$*

*H2: Fibonacci-Zahlen 1,2,21, und 34 werden unter allen Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49 am häufigsten samstags mit ihrer Goldenen-Schnitt Zahl gezogen.*

*H1:  $p2 >$*

## **1.2. Ziel der Studie/ Analyse**

Das Untersuchungsziel der Studie ist deskriptiv ausgerichtet mit der Anforderung an exakte Ergebnisse und eine repräsentative Stichprobe sowie der Beschreibung der Grundgesamtheit mit ihren wesentlichen Merkmalen.(vgl. Kuß, 2012, S.15) Ziel der Studie soll sein, herauszufinden, ob Fibonacci-Zahlenpaare, die dividiert den Goldenen-Schnitt ergeben im Lotto 6 aus 49 häufiger zusammen gezogen werden als Fibonacci-Zahlenpaare ohne den Goldenen-Schnitt Proportionen. Hierzu sollen nur die Gewinnzahlen ohne Superzahl in Betracht gezogen werden, da die Superzahlziehung eine abweichende Wahrscheinlichkeit von  $\frac{1}{10}$  aufweist. Es werden die Häufigkeiten der Fibonacci-Zahlen, sowie jeglicher Fibonaccipaar-Ziehungen unter allen Lotto-Ziehungen von 1955 bis Ende Juni 2019 betrachtet. Sollte sich herausstellen, dass Zahlenpaare aus dieser Auswahl am häufigsten zusammen auftreten, so werden diese mit Hilfe der Inferenzstatistik genauer betrachtet um einen Einfluss des Goldenen-Schnittes auf diese Zahlenpaare ausfindig machen zu können.

## **2. Methodik**

Um die Methodik festlegen zu können, wird auf das Studiendesign, sowie die Datenerhebung und die angewandten statistischen Methoden genauer Bezug genommen (vgl. Kuß, 2012, S.13).

### **2.1. Studiendesign**

Das Studiendesign wird definiert durch die Art der Datenerhebung und Ziehung der Stichprobe. Die vorliegende Studie basiert auf den Sekundärforschungen der Westdeutsche Lotterie GmbH & Co. oHG, sowie den Datenerhebungen unter [www.lottozahlenonline.de](http://www.lottozahlenonline.de) durch Gustav Zygmund. (vgl. Kuß, 2012, S.15)

#### **2.1.1 Datenerhebung**

Da es sich um die Beschreibung der Veränderungen der Lotto-Ziehungen im Zeitablauf von 1955 bis 2019 handelt, wurden die in der Studie verwendeten Sekundärdaten in Form von Längsschnitt-Untersuchungen als Beobachtung erhoben. Da das Forschungsproblem auf Basis von Sekundärdaten bearbeitbar ist, wird in dieser Studie auf die Erhebung von Primärdaten verzichtet. Die bereits vorhandenen Daten werden für die Studie neu aufbereitet und analysiert. (vgl. Kuß, 2012, S.16)

#### **2.1.2 Stichprobe**

Die erhobenen Sekundärdaten stellen alle Ziehungen seit Anbeginn des Lottos 6 aus 49 von 1955 bis zum Zeitpunkt der Studienanalyse tabellarisch dar. Werden potenzielle Ungenauigkeiten wie etwa Tipp- oder Eingabefehler in den bereits vorhandenen Sekundärdaten vernachlässigt, kann von einer Totalerhebung der Daten ausgegangen werden. Dies führt dazu, dass Stichprobenfehler die Aussagekraft nicht einschränken können.(vgl. Kuß, 2012, S.43 f.)

## **2.2 Angewandte statistische Methoden**

Um die Daten hinsichtlich ihrer Eignung für statistische Methoden zu überprüfen, wird eine explorative Datenanalyse zur Verdichtung der Daten durchgeführt. Da es sich um Häufigkeitsbeobachtungen der Fibonacci-Zahlenpaare in der Stichprobe handelt, werden Schätzverfahren angewandt, um Annahmen über entsprechende Wahrscheinlichkeitsverteilungen in der Grundgesamtheit treffen zu können (vgl. Kuß, 2012, S.193 f.). Eine Annahme oder Ablehnung der Hypothesen erfolgt mittels der Zweiseitigen Fragestellung (vgl. Hellbrück, 2009, S.73–76). Um den Datensatz auf Linearität zu überprüfen wird anschließend eine lineare

Regression durchgeführt (vgl. Hellbrück, 2009, S.250). Für die Ergebnisse der statistischen Methoden wird die Programmiersprache R verwendet. Diese ermöglicht den Einsatz moderner Verfahren der Datenanalyse und ist reproduzierbar, automatisierbar, quelloffen, kostenlos und grafisch abbildbar. (vgl. Sauer, 2018, S.16 f.) Für den Datensatz wurden die Ergebnisse der Lotto-Ziehungen aus den Quellen Westdeutsche Lotterie GmbH & Co. oH.

### 3. Ergebnisse

Um zu den Ergebnissen der Studie hinführen zu können werden die bereits genannten statistischen Methoden im Folgenden anhand von R-Syntax-Abschnitten (sogenannten Chunks) erklärt, sowie grafisch veranschaulicht (vgl. Sauer, 2018, S.26).

#### 3.1 Kennzahlen der Stichprobe

Um einen Überblick über die Kennzahlen der Stichprobe zu erhalten, wird die Bibliothek “mosaic” geladen und der R-Befehl “inspect” ausgeführt:

```
##
## categorical variables:
##      name  class levels    n missing
## 1 Wochentag factor      6 4295      0
##                                distribution
## 1 Samstag (65.3%), Mittwoch (22.6%) ...
##
## quantitative variables:
##      name  class min Q1 median Q3 max    mean    sd    n missing
## 1 GewZahl_1 integer  1 12    25 37  49 24.64331 14.31717 4295      0
## 2 GewZahl_2 integer  1 12    24 37  49 24.64983 14.25556 4295      0
## 3 GewZahl_3 integer  1 13    25 37  49 25.11665 13.86886 4295      0
## 4 GewZahl_4 integer  1 13    25 37  49 25.06682 13.98750 4295      0
## 5 GewZahl_5 integer  1 13    26 38  49 25.45285 14.06999 4295      0
## 6 GewZahl_6 integer  1 13    26 38  49 25.46123 14.44079 4295      0
```

Die Stichprobe des Datensatzes Lotto 6 aus 49 von 1955 bis 2019 enthält 6 numerisch diskrete und eine kategoriale Variable. Insgesamt enthält die Stichprobe 4295 Beobachtungen. Die numerischen Variablen stellen die Gewinnzahlen kategorisiert nach Ziehungsrunde dar. Das Minimum liegt bei der Ziffer 1 und das Maximum bei Ziffer 49. Die kategoriale Variable nennt den Wochentag, an dem die Beobachtungen aufgezeichnet wurden. Die Lagemaße und Streumaße sind unterschiedlich ausgeprägt, wie anhand der Werte von Quantil 1 und 3 sowie der Mittelwerte und dem Median zu erkennen ist. Die Standardabweichung fällt ebenfalls unterschiedlich aus. Die Variablennamen werden wie folgt ausgegeben: GewZahl\_1, GewZahl\_2, GewZahl\_3, GewZahl\_4, GewZahl\_5, GewZahl\_6, Wochentag. Insgesamt sind keine fehlenden Angaben vorhanden. Einen Überblick über die letzten 6 Beobachtungen des Datensatzes verschafft der Befehl “tail”:

```
##      GewZahl_1 GewZahl_2 GewZahl_3 GewZahl_4 GewZahl_5 GewZahl_6 Wochentag
## 4290         3         11         15         18         33         45   Samstag
## 4291         3         13         25         27         32         48   Mittwoch
## 4292         5          6         14         16         31         48   Samstag
## 4293         3         22         24         25         43         45   Mittwoch
## 4294         5         14         32         37         46         47   Samstag
## 4295        10         15         31         34         35         45   Mittwoch
```

#### 3.2 explorative Statistik

Anhand der explorativen Statistik sollen Häufigkeitsverteilungen der Fibonacci-Zahlen betrachtet werden. Hierzu wird der Datensatz nach Fibonacci-Zahlen mittels R-Skript (“\_01\_Sort\_by\_Fibo.R”) sortiert und

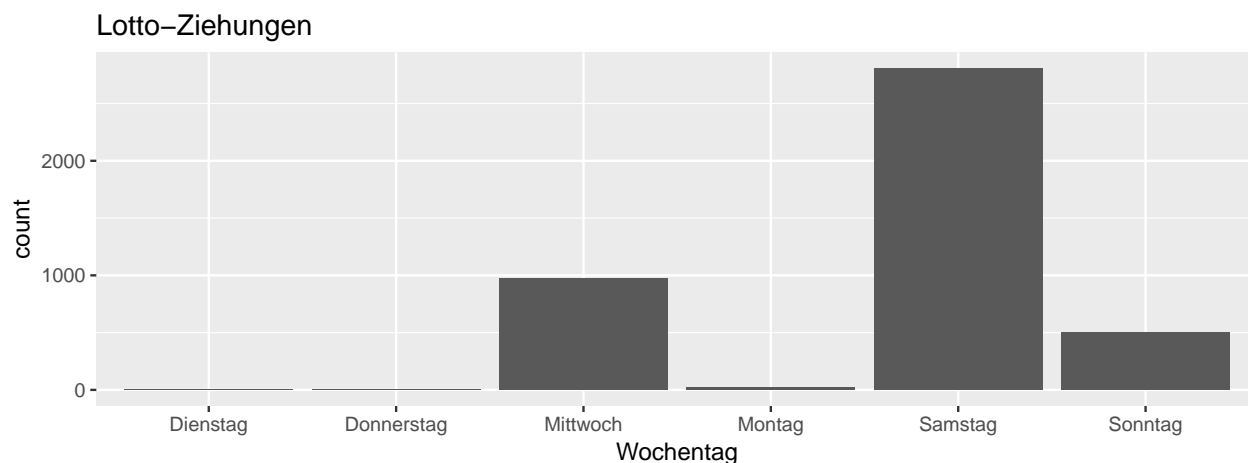


Abbildung 1: Die Lotto-Ziehungen von 1955 bis 2019 fanden am häufigsten samstags statt.

gefiltert. Die daraus gewonnen Daten werden auf Fibonacci-Zahlenpaare im Goldenen-Schnitt Verhältnis und deren Häufigkeitsverteilung überprüft und nach Häufigkeit der Ziehung betrachtet. Dadurch zeigt sich, welche Fibonacci-Zahlen mit welchen Fibonacci-Zahlen am häufigsten gemeinsam in einer Ziehung auftreten (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1: Die Tabelle zeigt zeilenweise, welche Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49 seit 1955 bis 2019 mit welchen Fibonacci-Zahlen wie häufig (in Ziehungen) gemeinsam gezogen wurden. Die häufigsten Beobachtungen wurden fett markiert. Es wird ersichtlich, dass die 1, 2, 21 und 34 am häufigsten mit ihren goldenen Schnitt Zahlen gezogen wurden.

	Fibonacci Zahl 1	Fibonacci Zahl 2	Fibonacci Zahl 3	Fibonacci Zahl 5	Fibonacci Zahl 8	Fibonacci Zahl 13	Fibonacci Zahl 21	Fibonacci Zahl 34
Fibonacci Zahl 1		<b>59</b>	57	54	47	44	56	45
Fibonacci Zahl 2	<b>59</b>		55	53	57	42	54	58
Fibonacci Zahl 3	57	55		52	48	56	<b>57</b>	49
Fibonacci Zahl 5	54	53	52		55	<b>57</b>	54	45
Fibonacci Zahl 8	47	57	48	55		38	41	<b>57</b>
Fibonacci Zahl 13	44	42	56	<b>57</b>	38		56	47
Fibonacci Zahl 21	56	54	57	54	41	56		<b>63</b>
Fibonacci Zahl 34	45	58	49	45	57	47	<b>63</b>	

Aus Tabelle 1 ergibt sich die erste Hypothese: Die Fibonacci-Zahlen 1, 2, 21 und 34 werden unter allen Fibonacci-Zahlen im Lotto 6 aus 49 am häufigsten mit ihren goldenen Schnitt Zahlen gezogen.

Die Verteilung der Wochentage im Lotto lässt sich anhand Abbildung 1 veranschaulichen. Betrachtet man die Häufigkeitsverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 1&2 sowie 21&34 hinsichtlich der Wochentage ergibt sich Abbildung 2.

Die Häufigkeitsverteilungen können tabellarisch festgehalten werden.

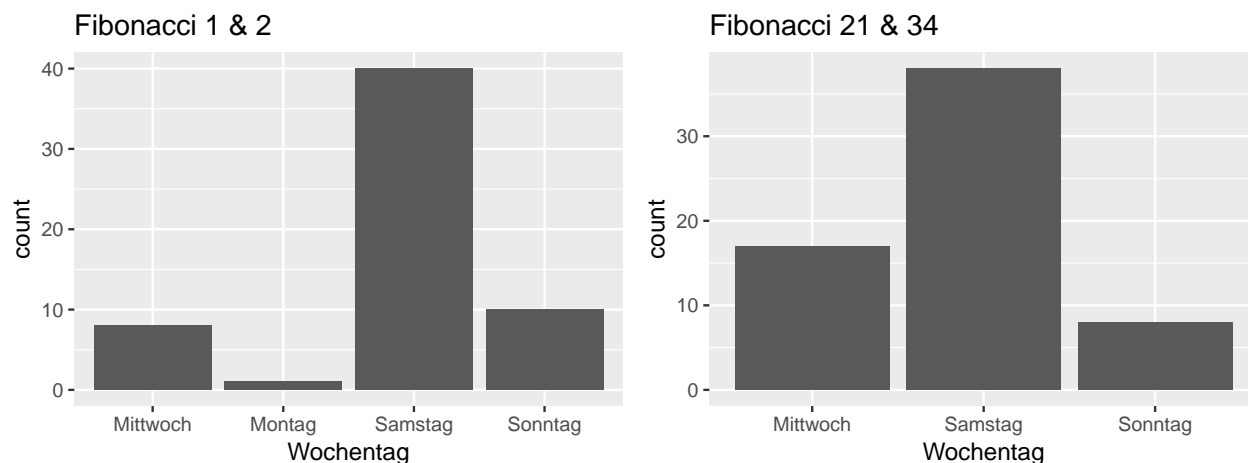


Abbildung 2: Die Fibonacci Zahlen 1, 2, 21 und 34 werden samstags am häufigsten mit ihren Goldenen-Schnitt Zahlen gezogen.

Tabelle 2: Die Samstagsziehungen machen ca. 65% der Lottoziehungen aus. Das Fibonacci Zahlenpaar 21&34 wird um 4 zusätzliche Ziehungen häufiger als das Zahlenpaar 1&2 gezogen. Samstags wird das Zahlenpaar 1&2 um 2 Ziehungen häufiger als das Zahlenpaar 21&34 gezogen. Fibonacci-Zahlenpaare im Goldenen-Schnitt werden mit <1,5% relativ selten im Lotto 6 aus 49 gezogen.

Ereignis	absolute Häufigkeit (Ziehungsanzahl)	relative Häufigkeit (in %)
Samstagsziehungen Gesamt	2805	65.3085 %
Fibonacci Zahlenpaar 1&2	59	1.37369 %
Fibonacci Zahlenpaar 21&34	63	1.466822 %
Samstagsziehungen Fibonacci Zahlenpaar 1&2	40	1.426025 %
Samstagsziehungen Fibonacci Zahlenpaar 21&34	38	1.354724 %

Aus diesen Beobachtungen lässt sich die Hypothese ableiten, dass die Fibonacci Zahlen 1,2,21 und 34 samstags am häufigsten mit ihren Goldenen-Schnitt Zahlen gezogen werden.

### 3.3 deskriptive Statistik

Die deskriptive Statistik beschäftigt sich mit den Lage- und Streuparametern des Datensatzes. Die Lagemaße spiegeln die Verteilung der Daten wieder, wohingegen die Streuungsmaße die Unterschiedlichkeiten in den Daten wiedergeben. (vgl. Sauer, 2018, S.104–105) Die Lagemaße der Fibonacci Zahlenpaare 1&2 werden durch folgenden Boxplot gekennzeichnet (siehe Abbildung 3).

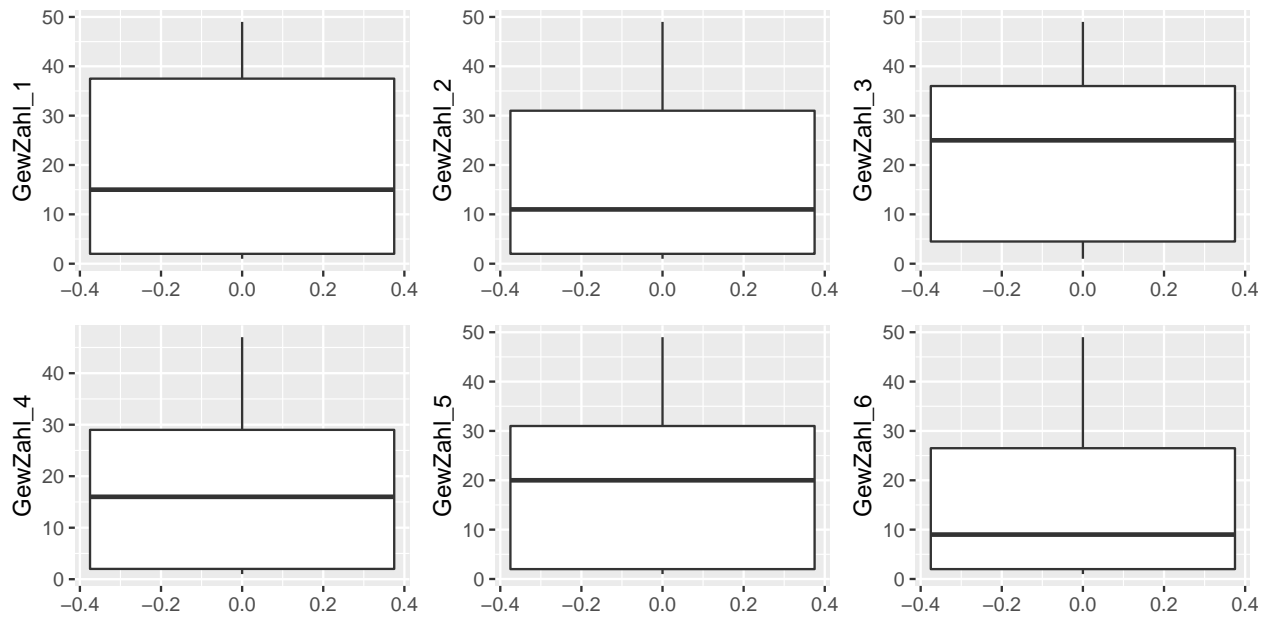


Abbildung 3: Betrachtet man die Reihenfolge der gezogenen Zahlen bei den Ziehungen der Fbonacci Zahlen 1&2, so lässt sich veranschaulichen, dass die Werte je nach Ziehungsrunde variieren. Die unteren 25% enthalten dabei immer (bis auf die dritte Gewinnzahl) die Ziffern 1 und 2.

Die Mittelwerte, der Gewinnzahlen der Fibonacci Zahlenpaare 1&2 werden in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Die Gewinnzahlen der Fibonacci-Ziehungspaare 1&2 unterscheiden sich in ihren Mittelwerten. Gewinnzahl 3 weist den größten Mittelwert mit 22.08475 auf, Gewinnzahl 6 den niedrigsten mit 15.69492.

Gewinnzahl	Mittelwert
Gewinnzahl 1	19.20339
Gewinnzahl 2	16.89831
Gewinnzahl 3	22.08475
Gewinnzahl 4	17.83051
Gewinnzahl 5	17.94915
Gewinnzahl 6	15.69492

Die Lagemaße der Fibonacci-Zahlen 21&34 werden durch die Abbildung 4 dargestellt.

Die Mittelwerte, der Gewinnzahlen der Fibonacci Zahlenpaare 21&34 werden in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Die Gewinnzahlen der Fibonacci-Ziehungspaare 21&34 unterscheiden sich in ihren Mittelwerten. Gewinnzahl 5 weist den größten Mittelwert mit 29.77778 auf, Gewinnzahl 3 den niedrigsten mit 24.01587.

Gewinnzahl	Mittelwert
Gewinnzahl 1	24.95238
Gewinnzahl 2	25.55556
Gewinnzahl 3	24.01587
Gewinnzahl 4	27.39683
Gewinnzahl 5	29.77778
Gewinnzahl 6	26.42857

Zur Bestimmung des Modus der Gewinnzahlen aus den Fibonacci-Zahlenpaaren 1&2 kann folgende Tabelle

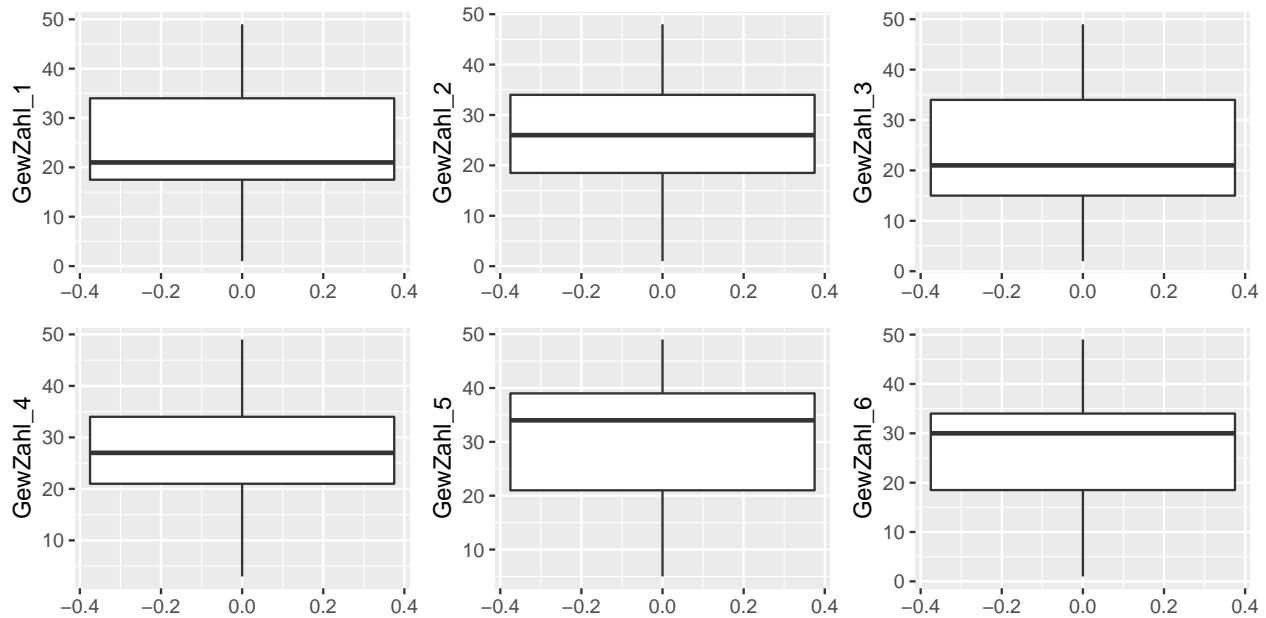


Abbildung 4: Betrachtet man die Reihenfolge der gezogenen Zahlen bei den Ziehungen der Fbonacci Zahlen 1&2, so lässt sich veranschaulichen, dass die Werte je nach Ziehungsrunde variieren. Die unteren 25% enthalten dabei immer (bis auf die dritte Gewinnzahl) die Ziffern 1 und 2.

Tabelle 6: Die Modi der Gewinnzahlen der Fibonacci-Ziehungspaare 1&2 unterscheiden sich in ihren Ziehungshäufigkeiten. Es wird ersichtlich, dass die Ziffern 1 und 2 in jeder Ziehung am häufigsten auftreten.

Gewinnzahl	Am häufigsten gezogene Zahl	Anzahl der Ziehungen
Gewinnzahl 1	21	15x
Gewinnzahl 2	34	12x
Gewinnzahl 3	21	11x
Gewinnzahl 4	34	11x
Gewinnzahl 5	34	9x
Gewinnzahl 6	34	14x

Um zu prüfen, ob die Gewinnzahlen der Fibonacci-Zahlenpaare 1&2 korrelieren wird vorab eine grafische Übersicht mittels des R-Befehls “gf\_point” angewandt um Tendenzen des Zusammenhangs zu erkennen.

Die Korrelationskoeffizienten zeigen keinen Zusammenhang der Gewinnzahlen wie anhand Tabelle 6 veranschaulicht wird (vgl. Sauer, 2018, S.112).

Tabelle 7: Die Korrelationskoeffizienten der Gewinnzahlen liegen nahe bei Null. Es kann kein Zusammenhang unter den Gewinnzahlen festgehalten werden.

Unabhängige Variable	Abhängige Variable	Korrelationskoeffizient
Gewinnzahl 1	Gewinnzahl 2	-0.21260081
Gewinnzahl 2	Gewinnzahl 3	-0.03212074
Gewinnzahl 3	Gewinnzahl 4	-0.2106801
Gewinnzahl 4	Gewinnzahl 5	-0.07762
Gewinnzahl 5	Gewinnzahl 6	-0.05135401



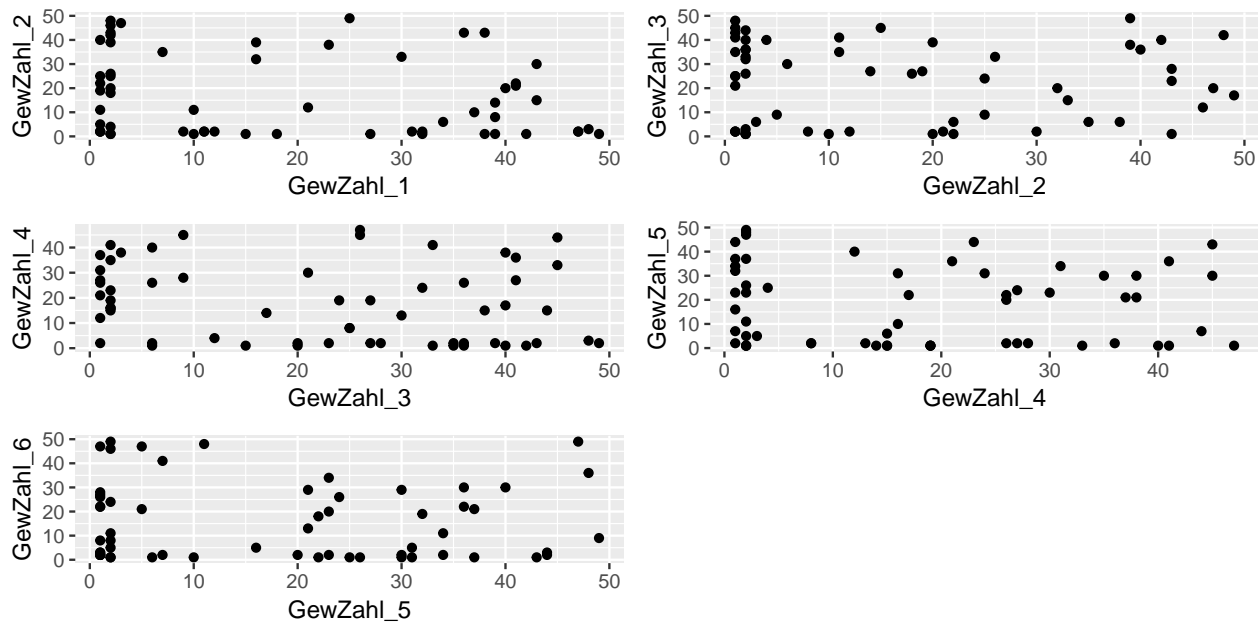


Abbildung 5: Abbildung X zeigt, dass die Gewinnzahlen nicht von ihren vorherigen Gewinnzahlen abhängen. Somit besteht kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Gewinnzahlen.

### 3.4 Inferenzstatistik

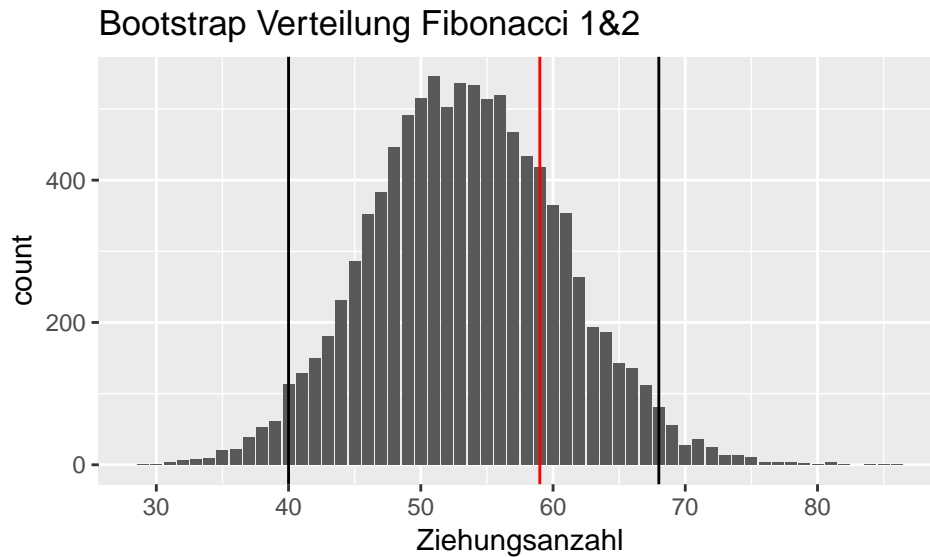
Da sich die bisherige Datenanalyse auf eine einzige Stichprobe bezieht, ist fraglich, wie aussagekräftig die Stichprobe für das Verhalten der Fibonacci-Zahlen im Goldenen Schnitt Verhältnis im Lotto 6 aus 49 ist. (vgl. Sauer, 2018, S.268) Mittels der simulationsbasierten Inferenz und dem Resampling ist es möglich, die Genauigkeit des geschätzten Wertes mittels Bootstrapping und einem Konfidenzintervall zu quantifizieren. (vgl. Sauer, 2018, S.310) Zum Testen der Hypothesen wird die Nullhypothese durch den hypothetischen Wert (siehe Einleitung) sowie durch das Resamplingverfahren mittels Permutation abgebildet. (vgl. Siebertz, Bebbber & Hochkirchen, 2017, S.384) Mittels linearen Regression soll anschließend überprüft werden, ob Werte mittels einer Geraden prophezeit werden können. (vgl. Sauer, 2018, S.322)

#### 3.4.1 Bootstrap

Um die Hypothese prüfen zu können wird im ersten Schritt aus der bereits vorhanden Stichprobe eine Stichprobenverteilung vom Umfang  $n = 10.000$  Stichproben erstellt. Hierzu wird mittels R-Skript “\_03\_Bootstrap\_Lotto\_Gesamt.R” die vorhandene Stichprobe mit 4295 Ziehungen mit Zurücklegen zufällig neu gezogen. Die neu gezogene Stichprobe wird danach auf die Häufigkeitsverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 1&2 sowie 21&34 untersucht. Dieser Vorgang wird 10.000 mal wiederholt. Dabei werden auch die Wochentage berücksichtigt. In Form von Balkendiagrammen werden die Verteilungshäufigkeiten grafisch dargestellt.

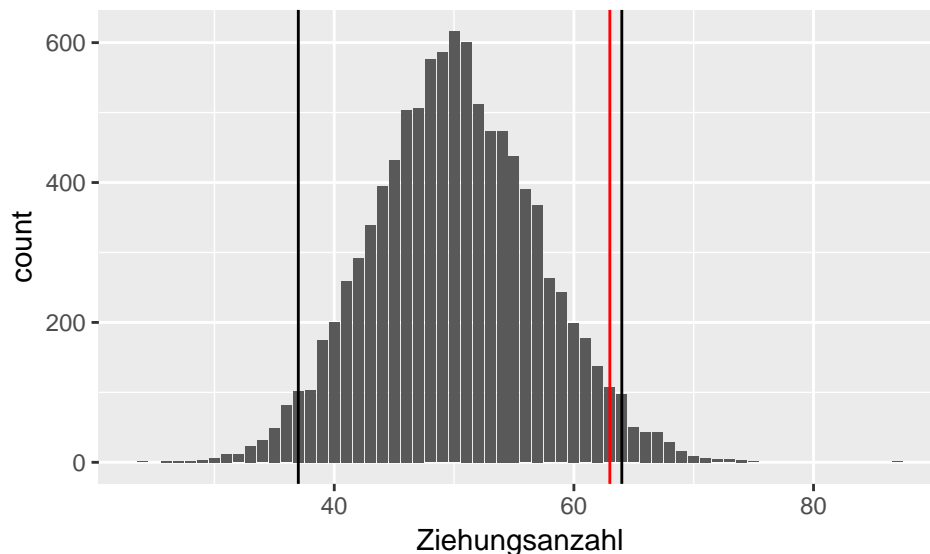
Die Bootstrapverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 1 und 2 kann anhand Abbildung XY visualisiert werden.

`\begin{figure}`



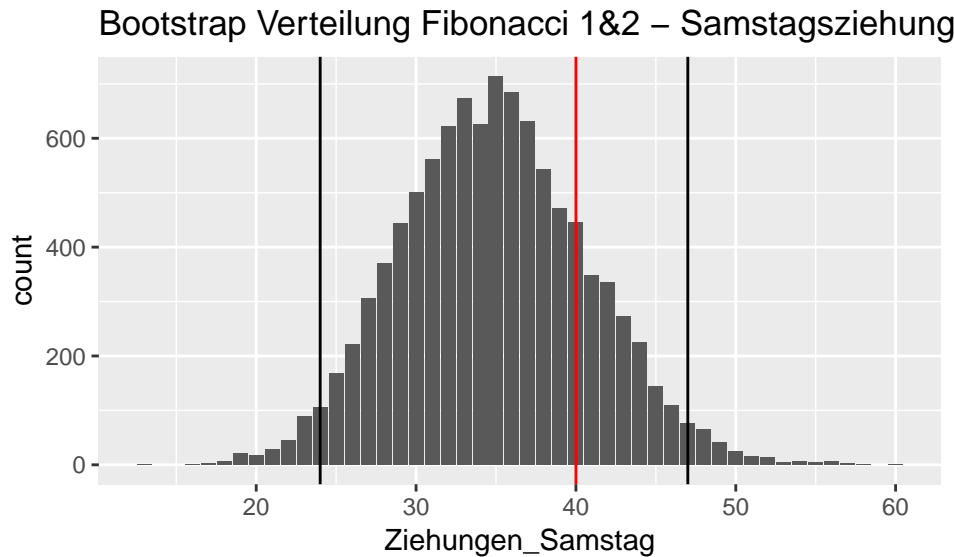
\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 1&2 40 mal gezogen und in 75% der Stichprobenverteilungen 68 mal (schwarze Linien). Der p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 59 auf (rote Linie). Dieser Wert liegt noch innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}

Die Bootstrapverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 21 und 34 kann anhand Abbildung XY visualisiert werden. \begin{figure}



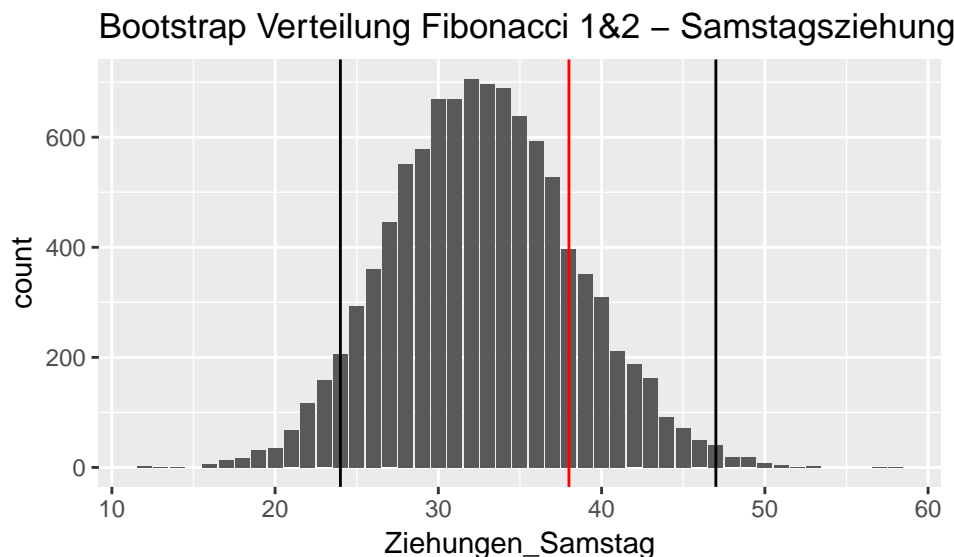
\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 21&34 37 mal gezogen und in 75% der Stichprobenverteilungen 64 mal (schwarze Linien). Der p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 63 auf (rote Linie). Dieser Wert liegt noch innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}

Die Bootstrapverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 1 und 2 samstags kann anhand Abbildung XY visualisiert werden. \begin{figure}



\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 1&2 samstags 24 mal und in 75% der Stichprobenverteilungen 47 mal gezogen (schwarze Linien). Der p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 40 Samstagsziehungen auf (rote Linie). Dieser Wert liegt innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}

Die Bootstrapverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 21 und 34 samstags kann anhand Abbildung XY visualisiert werden. \begin{figure}



\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 21 und 34 samstags 22 mal und in 75% der Stichprobenverteilungen 44 mal gezogen (schwarze Linien). Der p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 38 Samstagsziehungen auf (rote Linie). Dieser Wert liegt noch innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}

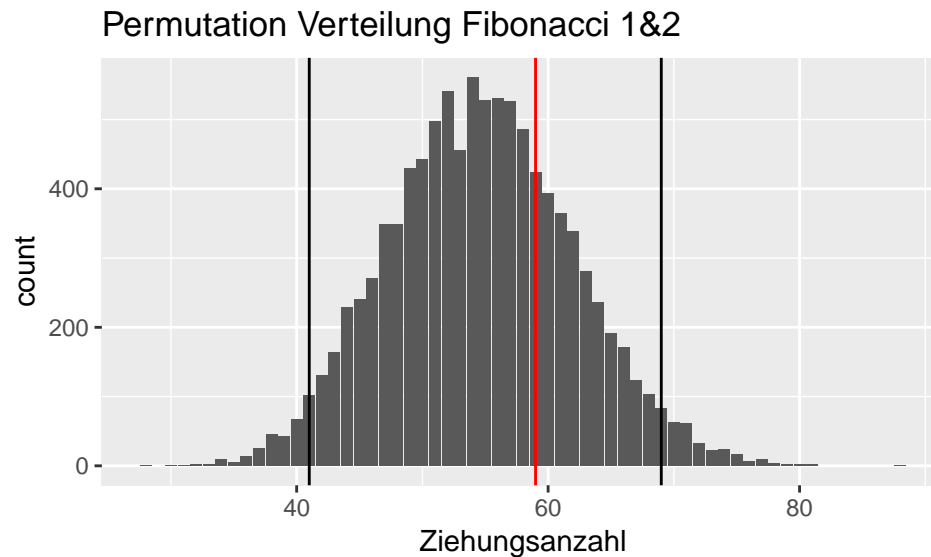
Aus den Grafiken geht hervor, dass sowohl H1 als auch H2 verworfen werden können.

### 3.4.2 Permutation

Mittels der Permutation wird die Nullhypothese simuliert. Hierzu werden zufällig 6 Ziffern aus den vorgegebenen Ziffern 1-49 ohne Zurücklegen gezogen. Die Wochentage werden ebenso ohne Effekt zufällig ohne Zurücklegen gezogen. Der hypothetische Wert wird ebenso in einem zweiten Schritt zu Hypothesentestung verwendet.

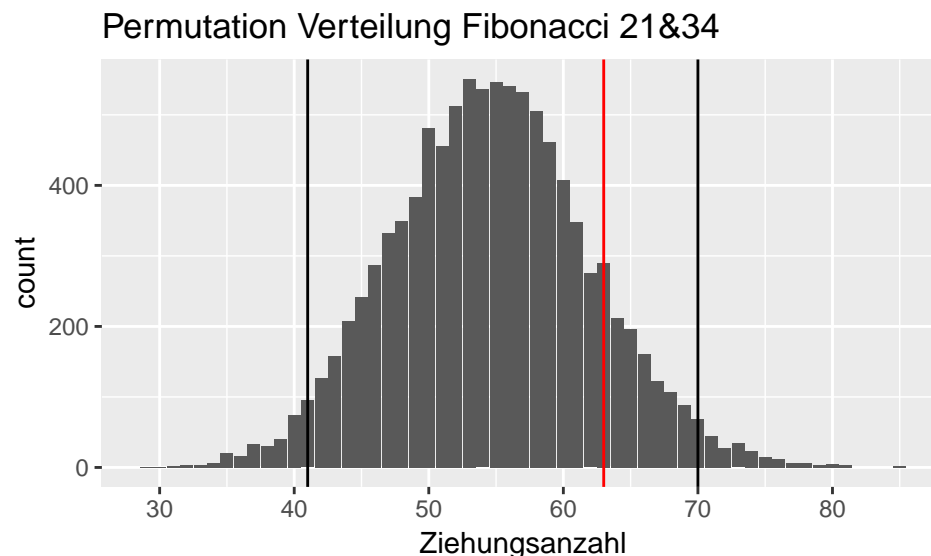
Die Permutationsverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 1 und 2 kann anhand Abbildung XY visualisiert werden.

`\begin{figure}`



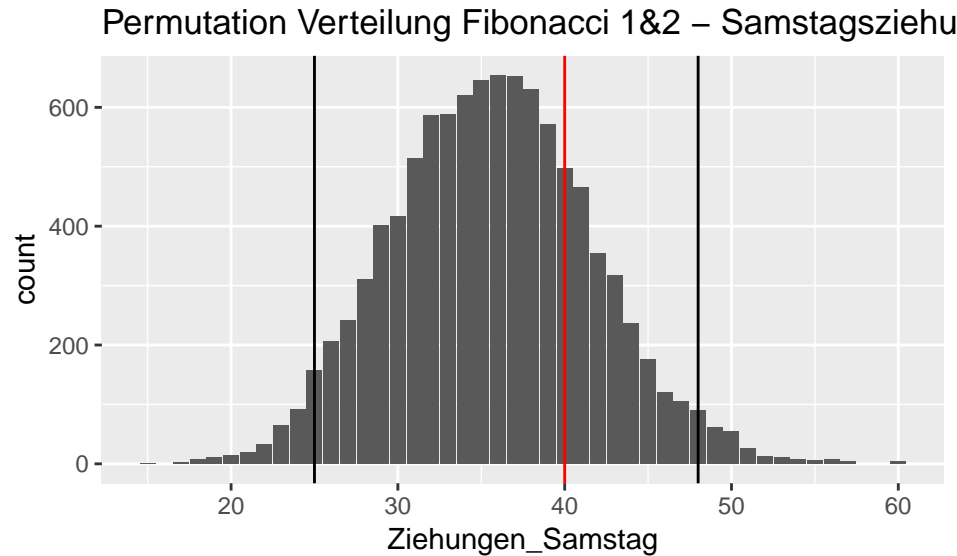
`\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 1&2 40 mal gezogen und in 75% der Stichprobenverteilungen 68 mal (schwarze Linien). Der p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 59 auf (rote Linie). Dieser Wert liegt noch innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}`

Die Permutationsverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 21 und 34 kann anhand Abbildung XY visualisiert werden. `\begin{figure}`



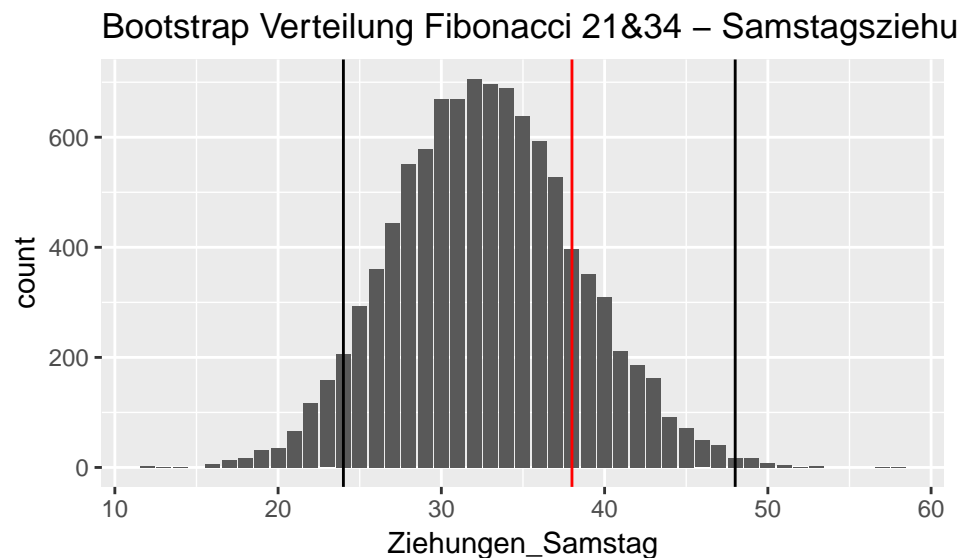
\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 21&34 37 mal gezogen und in 75% der Stichprobenverteilungen 64 mal (schwarze Linien). Der p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 63 auf (rote Linie). Dieser Wert liegt noch innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}

Die Permutationsverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 1 und 2 samstags kann anhand Abbildung XY visualisiert werden. \begin{figure}



\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 1&2 samstags 24 mal und in 75% der Stichprobenverteilungen 47 mal gezogen (schwarze Linien). Der p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 40 Samstagsziehungen auf (rote Linie). Dieser Wert liegt innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}

Die Permutationsverteilung der Fibonacci-Zahlenpaare 21 und 34 samstags kann anhand Abbildung XY visualisiert werden. \begin{figure}



\caption{In 25% der Stichprobenverteilungen des Bootstrap Resamplings wurden die Fibonacci-Zahlen 21 und 34 samstags 22 mal und in 75% der Stichprobenverteilungen 44 mal gezogen (schwarze Linien). Der

p-Wert der Originalstichprobe weist eine Ziehungsanzahl von 38 Samstagsziehungen auf (rote Linie). Dieser Wert liegt noch innerhalb der Quantile und stellt somit einen plausiblen Wert dar. Die Nullhypothese wird zum Signifikanzniveau von 95% angenommen.} \end{figure}

### 3.4.3 Lineare Regression

Gehen Sie hier näher auf die *verwendeten* Variablen ein. In R markdown Dateien können Sie einfach den R Code in Chunks einfügen (sogenannte “Code Chunks”). Entweder über das Menü **Insert -> R** oder über die Tastenkombination **strg+alt+i**.

Hier stellen und beschreiben Sie die Ergebnisse Ihrer kleinen Studie. Ihre Ergebnisse stellen Sie graphisch und/ oder tabellarisch dar. Ganz allgemein wird im Resultateteil NICHT interpretiert, sondern die Ergebnisse ausschließlich beschrieben.

Der Ergebnisteil kann zur besseren Orientierung und zum besseren Lesen weitere Gliederungspunkte enthalten (z.B. bei Hypothesenwechsel, für jedes Ergebnis o.ä.).

- die Abbildungen werden durchnummeriert (Abbildung 1 bis Abbildung xx) ebenso die Tabellen.
- Jede Abbildung erhält eine Bildunterschrift und jede Tabelle eine Beschreibung (über der Tabelle).
- die Bildunterschrift dürfen Sie mit R markdown machen oder aber in word! Eine Vorlage für eine Bildunterschrift ist im Template enthalten.

Beispiel für Ergebnisbeschreibung und einer Figure caption = Bildunterschrift:

Die Ergebnisse graphisch und tabellarisch dargestellt. Eine tabellarische Darstellung der Ergebnisse ist im Teil der deskriptiven Statistik oft sinnvoll. Sie entscheiden hier was eine sinnvolle Darstellung ist!

Beschreiben Sie das zentrale Ergebnis und Auffälligkeiten.

**Folgendes sollte im Ergebnisteil enthalten/ ver- oder bearbeitet sein:** 1. Kennzahlen 2. explorative / deskriptive Statistik 3. Inferenzstatistik

Beschreiben Sie Ihre Stichprobe und Ihre Variablen. Das ist hilfreich zum Verständnis und Nachvollziehbarkeit Ihrer Studie, der Datenerhebung und der Hypothesentestung.

Gehen Sie hier genauer auf die untersuchten Hypothesen und Modelle ein. Geben Sie zur Methodik 1-3 Literaturquellen an.

## 4. Diskussion

Für die Diskussion setzen Sie das Ergebnis in Kontext zu bereits publizierter Literatur! (hier ist das Lesen und die Angabe (CAVE: richtig zitieren) von Literatur notwendig) Mind. 3 Literaturquellen

## 5. Schlussfolgerungen

“Es steckt oft mehr Geist und Scharfsinn in einem Irrtum als in einer Entdeckung.” - Joseph Joubert

Fassen Sie hier kurz die zentralen Ergebnisse für Ihre Forschungsthematik zusammen. Gehen Sie auch auf die Grenzen Ihrer Analyse ein.

## Literaturverzeichnis

Hier stehen die im Text verwendeten Quellen:

- Nachname Autor1, Anfangsbuchstabe Vorname Autor1, Nachname Autor2, Anfangsbuchstabe Vorname Autor2 1 & Nachname Autor3, Anfangsbuchstabe Vorname Autor3, ... (Jahr der Veröffentlichung). Titel des Beitrags. Journal, Volume, Issue, Seitenzahlen

- Fibonacci, L.P. (1987) INTRODUCTION: A Brief Biography of Leonardo Pisano (Fibonacci) [1170-post 1240]. In: LEONARDO PISANO Fibonacci (Hrsg.). *The Book of Squares*. [Online]. San Diego, Academic Press. S. xv–xx. Available from: doi:10.1016/B978-0-08-088650-3.50005-0 [Zugegriffen: 15 Juli 2019].
- Hannah, J. (2007) False position in Leonardo of Pisa’s Liber Abbaci. *Historia Mathematica*. [Online] 34 (3), 306–332. Available from: doi:10.1016/j.hm.2006.10.004 [Zugegriffen: 15 Juli 2019].
- Hellbrück, R.P. (2009) OCLC: 458747755. *Angewandte Statistik mit R: eine Einführung für Ökonomen und Sozialwissenschaftler*. Lehrbuch. 1. Aufl. Wiesbaden, Gabler.
- Jonak, U. (2018) *Essays zur Architektur*. [Online]. Wiesbaden, Springer Fachmedien Wiesbaden. Available from: doi:10.1007/978-3-658-19129-0 [Zugegriffen: 8 Juli 2019].
- JuSchG (2019) *JuSchG - Jugendschutzgesetz*. [Online]. 2019. Available from: <https://www.gesetze-im-internet.de/juschg/BJNR273000002.html> [Zugegriffen: 16 Juli 2019].
- Knebl, H. & Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH (2019) OCLC: 1098316960. *Algorithmen und Datenstrukturen Grundlagen und probabilistische Methoden für den Entwurf und die Analyse*.
- Kohn, W. (2019) OCLC: 1102475595. *MATHEMATIK FR WIRTSCHAFTSINFORMATIKER: grundlagen und anwendungen*. S.I., SPRINGER.
- Kuß, A. (2012) OCLC: 795116334. *Marktforschung: Grundlagen der Datenerhebung und Datenanalyse*. Springer-Gabler-Lehrbuch. 4., überarb. Aufl. Wiesbaden, Springer Gabler.
- Lotto.de (2019) *LOTTO 6aus49 Spielregeln LOTTO.de*. [Online]. 2019. Available from: <https://www.lotto.de/lotto-6aus49/spielregeln> [Zugegriffen: 16 Juli 2019].
- Lottozahlen.com (2019) *6 aus 49 Wahrscheinlichkeit einfach erklärt. Lottozahlen*. [Online]. 2019. Available from: <https://www.lottozahlen.com/lotto-nachrichten/6-aus-49-wahrscheinlichkeit-einfach-erklart> [Zugegriffen: 16 Juli 2019].
- Oerter, R. (2014) OCLC: 887522626. *Der Mensch, das wundersame Wesen: was Evolution, Kultur und Ontogenese aus uns machen*. Wiesbaden, Springer Spektrum.
- Sauer, S. (2018) *Moderne Datenanalyse mit R: Daten einlesen, aufbereiten, visualisieren und modellieren*. FOM-Edition. 1. Auflage 2019. Wiesbaden, Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH.
- Siebertz, K., Bebbber, D. van & Hochkirchen, T. (2017) OCLC: 1007269389. *Statistische Versuchsplanung: Design of Experiments (DoE)*. VDI-Buch. 2. Auflage. Berlin, Springer Vieweg.
- Ute Sproesser et al. (2014) *Daten, Zufall und der Rest der Welt: didaktische Perspektiven zur anwendungsbezogenen Mathematik*. Research. Silvia Wessolowski & Claudia Wörn (Hrsg.). Wiesbaden, Springer Spektrum.
- zitate.net (2019) *Zufallzitate Top 20 Zitate und Sprüche über Zufälle ... Zitate.net*. [Online]. 2019. Available from: <http://zitate.net/zufall-zitate> [Zugegriffen: 14 Juli 2019].