

குறியீடுகள்

=	சமம் (equal to)	$P(A)$	A இன் நிகழ்தகவு (probability of A)
\neq	சமமில்லை (not equal to)	\parallel^{ly}	இதேபோன்று (similarly)
<	விடக் குறைவு (less than)	Δ	சமச்சீர் வித்தியாசம் (symmetric difference)
\leq	குறைவு அல்லது சமம் (less than or equal to)	\mathbb{N}	இயல் எண்கள் (Natural numbers)
>	விட அதிகம் (greater than)	\mathbb{W}	முழு எண்கள் (Whole numbers)
\geq	அதிகம் அல்லது சமம் (greater than or equal to)	\mathbb{Z}	முழுக்கள் (integers)
\approx	சமானமான (equivalent to)	\mathbb{R}	மெய்யெண்கள் (Real numbers)
\cup	சேர்ப்பு (union)	Δ	முக்கோணம் (Triangle)
\cap	வெட்டு (intersection)	\angle	கோணம் (Angle)
\perp	அனைத்துக் கணம் (universal set)	\perp	செங்குத்து (perpendicular to)
\in	உறுப்பு (belongs to)	\parallel	இணை (parallel to)
\notin	உறுப்பல்ல (does not belong to)	\Rightarrow	உணர்த்துகிறது (implies)
\subset	தகு உட்கணம் (proper subset of)	\therefore	எனவே (therefore)
\subseteq	உட்கணம் (subset of or is contained in)	\because	ஏனெனில் (since (or) because)
$\not\subset$	தகு உட்கணமல்ல (not a proper subset of)	$ $	தனிமதிப்பு (absolute value)
$\not\subseteq$	உட்கணமல்ல (not a subset of or is not contained in)	\simeq	தோராயமாகச் சமம் (approximately equal to)
$A' \text{ (or) } A^c$	A இன் நிரப்புக்கணம் (complement of A)	$\cong \text{ (or) } \equiv$	சர்வ சமம் (congruent)
$\emptyset \text{ (or) } \{ \}$	வெற்றுக்கணம் அல்லது இன்மைக் கணம் (empty set or null set or void set)	\equiv	முற்றொருமை (identically equal to)
$n(A)$	A என்ற கணத்தின் ஆதி எண் அல்லது செவ்வெண் (number of elements in the set A)	π	பை (pi)
Σ	கூடுதல் (summation)	\pm	மிகை அல்லது குறை (plus or minus)

பொருளடக்கம்

இயல்	தலைப்பு	பக்க எண்	மாதம்
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1-36	
1.1	அறிமுகம்	1	ஜூன்
1.2	வரிசைச் சோடி	2	
1.3	கார்டீசியன் பெருக்கல்	2	
1.4	உறவுகள்	7	
1.5	சார்புகள்	11	
1.6	சார்புகளைக் குறிக்கும் முறை	16	
1.7	சார்புகளின் வகைகள்	18	
1.8	சார்புகளின் சிறப்பு வகைகள்	24	
1.9	சார்புகளின் சேர்ப்பு	27	
1.10	நேரிய, இருபடி, முப்படி மற்றும் தலைகீழ்ச் சார்புகளுக்கான வரைபடங்களை அடையாளம் காணுதல்	30	
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	37-85	
2.1	அறிமுகம்	38	ஜூன்
2.2	யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்	38	
2.3	யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறை	40	
2.4	அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம்	44	
2.5	மட்டு எண்கணிதம்	47	
2.6	தொடர்வரிசைகள்	52	
2.7	கூட்டுத்தொடர் வரிசை	56	ஜூலை
2.8	தொடர்கள்	63	
2.9	பெருக்குத்தொடர் வரிசை	68	
2.10	பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல்	73	
2.11	சிறப்புத் தொடர்கள்	77	
3	இயற்கணிதம்	86-164	
3.1	அறிமுகம்	86	ஜூலை
3.2	மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்	88	
3.3	பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம	94	
3.4	விகிதமுறு கோவைகள்	99	ஆகஸ்டு
3.5	பல்லுறுப்புக் கோவையின் வர்க்கமூலம்	105	
3.6	இருபடிச் சமன்பாடுகள்	108	
3.7	மாறுபாடுகளின் வரைபடங்கள்	125	செப்டம்பர்
3.8	இருபடிச் சமன்பாடுகளின் வரைபடங்கள்	132	அக்டோபர்
3.9	அணிகள்	139	



4	வடிவியல்	165-209	
4.1	அறிமுகம்	165	ஜினை
4.2	வடிவொத்தவை	166	
4.3	தேல்ஸ் தேற்றமும், கோண இருசமவெட்டித் தேற்றமும்	176	ஆகஸ்டு
4.4	பிதாகரஸ் தேற்றம்	189	அக்டோபர்
4.5	வட்டங்கள் மற்றும் தொடுகோடுகள்	194	
4.6	ஒருங்கிசைவுத் தேற்றம்	201	
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	210-246	
5.1	அறிமுகம்	210	ஆகஸ்டு
5.2	முக்கோணத்தின் பரப்பு	212	
5.3	நாற்கரத்தின் பரப்பு	213	
5.4	கோட்டின் சாய்வு	219	
5.5	நேர்க்கோடு	228	
5.6	நேர்க்கோட்டு சமன்பாட்டின் பொது வடிவம்	237	
6	முக்கோணவியல்	247-276	
6.1	அறிமுகம்	247	செப்டம்பர்
6.2	முக்கோணவியல் முற்றொருமைகள்	250	நவம்பர்
6.3	உயரங்களும் தொலைவுகளும்	258	
7	அளவியல்	277-308	
7.1	அறிமுகம்	277	நவம்பர்
7.2	புறப்பரப்பு	278	
7.3	கன அளவு	290	
7.4	இணைந்த உருவங்களின் கன அளவு மற்றும் புறப்பரப்பு	299	
7.5	திண்மங்களை கனஅளவுகள் மாறாமல் மற்றொரு உருவத்திற்கு மாற்றி அமைத்தல்	303	
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	309-346	
8.1	அறிமுகம்	309	டிசம்பர்
8.2	பரவல் அளவைகள்	311	
8.3	மாறுபாட்டுக் கெழு	323	
8.4	நிகழ்தகவு	326	
8.5	நிகழ்ச்சிகளின் செயல்பாடுகள்	336	
8.6	நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றம்	337	
	விடைகள்	347-357	
	கணிதக் கலைச் சொற்கள்	358-359	



மின் நூல்



மதிப்பீடு



இணைய வளங்கள்





3. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால்,

(i) $f(0)$ (ii) $f(3)$ (iii) $f(a+1)$ ($a \geq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றை காண்க.

4. $A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ என்க. மற்றும் $f: A \rightarrow N$ ஆனது $f(n) = n$ -ன் அதிகப்பட்சப் பகா காரணி ($n \in A$) என வரையறுக்கப்பட்டால் f -ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக மற்றும் f -ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

5. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$ என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க.

6. $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x - 2$ எனில், $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிறுவுக.

7. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில், $A \times C$ ஆனது $B \times D$ உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க.

8. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \neq -1$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $f(f(x)) = -\frac{1}{x}$ எனக் காட்டுக.

9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$; $g(x) = \frac{x-2}{3}$ எனில்,
(i) $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ -யின் மதிப்பைக் காண்க. (ii) $gf(x)$ -ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.

10. பின்வருவற்றின் மதிப்பகங்களை எழுதுக.

(i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$ (ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$ (iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$ (iv) $h(x) = x+6$

நினைவில் கொள்ளவேண்டியவை



- A உடன் B -க்கான கார்டீசியன் பெருக்கலை $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$ என வரையறுக்கலாம்.
- A -லிருந்து B -க்கான உறவு R ஆனது, $A \times B$ -யின் உட்கணமாகும். அதாவது, $R \subseteq A \times B$.
- X லிருந்து Y க்கான உறவு f -ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ உண்டு எனில், அதை சார்பு என்கிறோம்.
- ஒரு சார்பைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்
 - (i) அம்புக் குறி படம்
 - (ii) அட்டவணை முறை
 - (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
 - (iv) வரைபட முறை
- சில வகையான சார்புகளாவன
 - (i) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
 - (ii) மேல் சார்பு
 - (iii) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு
 - (iv) உட்சார்பு
- சமனிச் சார்பு $f(x) = x$.
- தலைகீழ் சார்பு $f(x) = \frac{1}{x}$.
- மாறிலிச் சார்பு $f(x) = c$.
- நேரியச் சார்பு $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$.
- இருபடிச் சார்பு $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.
- முப்படிச் சார்பு (கனச்சார்பு) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$.



- A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று வெற்றில்லா கணங்கள், $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ ஆகியவை இரண்டு சார்புகள் எனில், $g \circ f: A \rightarrow C$ என்ற f மற்றும் g சார்புகளின் சேர்ப்பை $g \circ f(x) = g(f(x))$ (அனைத்து $x \in A$) என வரையறுக்கலாம்.
- f, g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில், பொதுவாக $f \circ g \neq g \circ f$.
- f, g மற்றும் h ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில் $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

இணையச் செயல்பாடு (ICT)

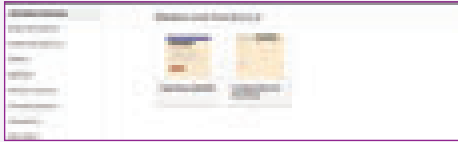


ICT 1.1

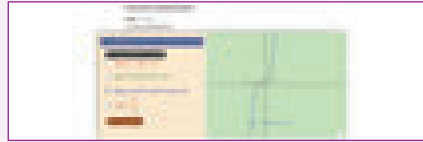
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைத் தட்டச்சு செய்க அல்லது துரித துலங்கள் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க. Geogebra –வின் Relations and Functions பக்கத்திற்குச் செல்க. பணித்தாளின் இடப்பறம் பல செயல்பாடுகள் உறவுகளும் சார்புகளும் என்ற தலைப்பிற்கு தொடர்புடையதாக இருக்கும். அவற்றில் Functions Identification என்ற பணித்தாளை தேர்வு செய்யவும்.

படி 2: இடப்பறம் கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் ஒவ்வொரு சார்பிற்கும் உரிய பெட்டியைத் தேர்ந்தெடுக்க. அதற்கான வரைபடம் வலப்பறம் இருப்பதைக் காணலாம். ஒவ்வொரு வரைபடத்தையும் புரிந்து கொண்டபின் New functions கிளிக் செய்க. தொடர்க.

படி 1



படி 2



முடிவுகள்

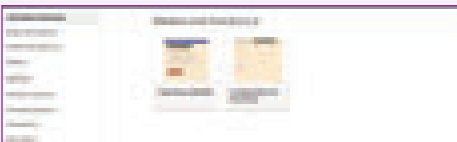


ICT 1.2

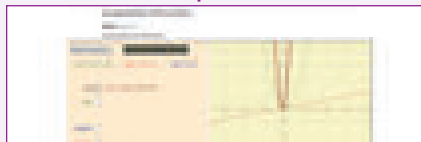
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைத் தட்டச்சு செய்க அல்லது துரித துலங்கள் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க. Geogebra –வின் Relations and Functions பக்கத்திற்குச் செல்க. பணித்தாளின் இடப்பறம் பல செயல்பாடுகள் உறவுகளும் சார்புகளும் என்ற தலைப்பிற்கு தொடர்புடையதாக இருக்கும். அவற்றில் Compositions of functions என்ற பணித்தாளை தேர்வு செய்யவும்.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் New problem என்பதை சொடுக்குவதன் மூலம் பணித்தாளின் கேள்வியை மாற்ற முடியும். பின்னர் வலை நகர்த்தி கணக்கின் படிக்களைக் காணலாம். சரிபார்க்கும் பெட்டியைச் சொடுக்கி சரியான விடையைப் பார்க்கவும்.

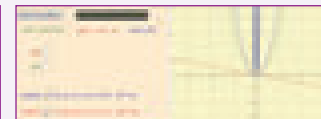
படி 1



படி 2



முடிவுகள்



இந்தப் படிக்களைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்க.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/356191>

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.



B371_10_MATHS_TM



7. இரண்டு கூட்டுத் தொடர்வரிசைகள் ஒரே பொதுவித்தியாசம் கொண்டுள்ளன. ஒரு தொடர்வரிசையின் முதல் உறுப்பு 2 மற்றும் மற்றொரு தொடர்வரிசையின் முதல் உறுப்பு 7. இரு தொடர்வரிசைகளின் 10வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம், 21-வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்திற்குச் சமம் என நிரூபித்து உள்ளது. இந்த வித்தியாசம் அந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளின் பொது வித்தியாசத்திற்குச் சமமாக உள்ளது என நிறுவுக.
8. ஒரு நபர் 10 வருடங்களில் ₹16500 ஐ சேமிக்கிறார். ஒவ்வொரு வருடமும் அவர் சேமிக்கும் தொகையானது அதற்கு முந்தைய வருடம் சேமிக்கும் தொகையை விட ₹100 அதிகம். அவர் முதல் வருடம் எவ்வளவு சேமித்திருப்பார்?
9. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் 2-வது உறுப்பு $\sqrt{6}$ மற்றும் 6-வது உறுப்பு $9\sqrt{6}$ எனில் அந்தத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.
10. ஒரு வாகனத்தின் மதிப்பு ஒவ்வொரு ஆண்டும் 15% குறைகிறது. வாகனத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ₹45000 எனில், 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு வாகனத்தின் மதிப்பு என்ன?

நினைவில் கொள்ள வேண்டியவை



- **யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்**

a மற்றும் b என்பன இரு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r$, $0 \leq r < |b|$ என்றவாறு q, r எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.

- **அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம்**

எல்லாப் பகு எண்களும் தனித்த பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாகக் காரணிப்படுத்த இயலும், பகா எண்களின் வரிசை மாறலாம்.

- **கூட்டுத் தொடர்வரிசை**

(i) கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொதுவடிவம் $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$
 n -வது உறுப்பு $t_n = a + (n - 1)d$

(ii) கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

(iii) கடைசி உறுப்பு l (n வது உறுப்பு) கொடுக்கப்பட்டால் $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

- **பெருக்குத் தொடர்வரிசை**

(i) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் பொது வடிவம் $a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$.
 n -வது உறுப்பு $t_n = ar^{n-1}$

(ii) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$
 இங்கு, $r \neq 1$

(iii) $r = 1$ எனில், $S_n = na$

(iv) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $a + ar + ar^2 + \dots$
 $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$, இங்கு, $-1 < r < 1$

● சிறப்புத் தொடர்கள்

(i) முதல் n இயல் எண்களின் கூடுதல் $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

(ii) முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(iii) முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

(iv) முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

இணையச் செயல்பாடு (ICT)



ICT 2.1

படி 1 உலாவியைத் திறந்து கீழ்க்கண்ட URL இணைப்பைத் தட்டச்சு செய்யும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டை scan செய்யும். Numbers and Sequences என்ற ஜியோஜீப்ரா பயிற்சி ஒரு திறக்கப்படும். பயிற்சி ஏட்டின் இடது பக்கத்தில் எண்களும் தொடர்வரிசைகளும் பாடம் சார்ந்த பல செயல்பாடுகள் இருக்கும். அதில் Euclid's lemma Division என்ற பயிற்சித்தானை தேர்ந்தெடுக்கவும்.

படி 2 பயிற்சித்தாளில் Dragme என்ற புள்ளியை இழுத்து தேவையான புள்ளியில் வைக்கவும் இப்போது பாடப்புத்தகத்தில் படித்த வகுத்தல் வழிமுறையை ஒப்பிடவும்.

படி 1



படி 2



முடிவுகள்

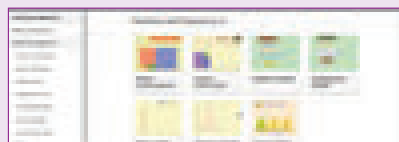


ICT 2.2

படி 1 உலாவியைத் திறந்து கீழ்க்கண்ட URL இணைப்பைத் தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை scan செய்யவும் Numbers and sequences என்ற ஜியோஜீப்ரா பயிற்சி ஒரு திறக்கப்படும். பயிற்சி ஏட்டின் இடது பக்கத்தில் எண்களும் தொடர்வரிசைகளும் பாடம் சார்ந்த பல செயல்பாடுகள் இருக்கும் அதில் Bouncing ball problem என்ற பயிற்சித்தானை தேர்ந்தெடுக்கவும்.

படி 2 பயிற்சித்தாளில் height number of bounces மற்றும் debounce ratio ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை மாற்றவும். Get ball மற்றும் Drop என்பதை click செய்யவும். நீங்கள் பதிவிட்ட மதிப்புகளுக்குத் தகுந்தவாறு பந்து குதித்து மேலெழும்பும். வலதுபக்கத்தில் தொடர் வரிசைகளின் கூடுதல் கண்டறிவதை காணலாம்.

படி 1



படி 2



முடிவுகள்



இந்தப் படிகளைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்யு.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/356192>

அல்லது விரைவுச் செயலியை ஸ்கேன் செய்யவும்



17. திலகன், கௌசிகன் என்ற இரு விவசாயிகள் அரிசி, கோதுமை மற்றும் கேழ்வரகு ஆகிய மூன்று தானியங்களைப் பயிரிட்டனர். ஏப்ரல் மாதத்தில் இருவருக்குமான தானியங்களின் விற்பனை விலை கீழ்க்கண்ட அணியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$A = \begin{pmatrix} 500 & 1000 & 1500 \\ 2500 & 1500 & 500 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{திலகன்} \\ \text{கௌசிகன்} \end{matrix}$$

மேலும் மே மாத விலை ஏப்ரல் மாத விலையின் இருமடங்கு எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை காண்க.

- (i) ஏப்ரல், மே மாதங்களின் சராசரி விற்பனை யாது?
- (ii) இதேபோல் விலை தொடர்ந்து வரும் மாதங்களில் ஏற்றமடைந்தால் ஆகஸ்ட் மாத விலையைக் காண்க.
18. $\cos \theta \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} + \sin \theta \begin{pmatrix} x & -\cos \theta \\ \cos \theta & x \end{pmatrix} = I_2$ எனில், x -ஐக் காண்க.
19. $A = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -q \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $BA = C^2$ எனில், p, q -ஐக் காண்க.
20. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், $CD - AB = 0$ எனுமாறு அணி D -ஐக் காண்க.

நினைவு கூர்வதற்கான கருத்துகள்



- மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்குப் பின்வருமாறு தீர்வுகள் அமையலாம்.
(i) ஒரே ஒரு தீர்வு (ii) எண்ணற்ற தீர்வு (iii) தீர்வு இல்லை
- கோவையின் படி இரண்டாக இருப்பின் அக்கோவையை இருபடி கோவை என அழைக்கிறோம். ஓர் இருபடி கோவைக்கு அதிகபட்சமாக இரண்டு பூச்சியங்கள் உண்டு. மேலும் இந்தப் பூச்சியங்கள் X அச்சைச் சந்திக்கும்.

- $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின்.

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல்} \quad \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-x\text{-யின் கெழு}}{x^2\text{-யின் கெழு}}$$

$$\text{மூலங்களின்பெருக்கற்பலன்} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{மாறிலி உறுப்பு}}{x^2\text{-யின் கெழு}}$$

- α, β -வை மூலங்களாக உடைய இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$.



- ஓர் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களை பற்றி தன்மை காட்டி மூலம் ($\Delta = b^2 - 4ac$) பின்வருமாறு அறியலாம்.
 - (i) $\Delta > 0$ எனில், மூலங்கள் மெய், சமமல்ல.
 - (ii) $\Delta = 0$ எனில், மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்.
 - (iii) $\Delta < 0$ எனில், மூலங்கள் மெய் எண்கள் அல்ல.
- இருபடிச் சமன்பாட்டை வரைபடம் மூலம் தீர்த்தல்.
- செவ்வக வடிவில் நிரை மற்றும் நிரல்களால் உறுப்புகளை வரிசைப்படுத்தும் அமைப்பு அணி எனப்படும்.
- 'A' என்ற அணியில் m நிரைகளும் n நிரல்களும் இருப்பின் 'A' -யின் வரிசை (நிரைகளின் எண்ணிக்கை) \times (நிரல்களின் எண்ணிக்கை) ஆகும். இதனை $m \times n$ என எழுதலாம். $m \times n$ என்பது m மற்றும் n -யின் பெருக்கற்பலன் அல்ல என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.
- அணிகளின் வகைகள்
 - (i) ஓர் அணியில் ஒரே ஒரு நிரையும், பல நிரல்களும் இருந்தால் அவ்வணி நிரை அணி எனப்படும். நிரை அணியை நிரை வெக்டர் (row vector) எனவும் கூறலாம்.
 - (ii) ஓர் அணியில் ஒரே ஒரு நிரலும், பல நிரைகளும் இருந்தால், அவ்வணி நிரல் அணி எனப்படும். நிரல் அணியை நிரல் வெக்டர் எனவும் கூறலாம்.
 - (iii) ஓர் அணியின் நிரைகளின் எண்ணிக்கையானது நிரல்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருப்பின் அவ்வணி சதுர அணி எனப்படும்.
 - (iv) ஓர் அணியிலுள்ள அனைத்து உறுப்புகளும் பூச்சியம் எனில், அந்த அணி பூச்சிய அணி அல்லது வெற்று அணி எனப்படும்.
 - (v) A என்ற அணியின் நிரைகளை நிரல்களாகவும் அல்லது நிரல்களை நிரைகளாகவும் மாற்றக் கிடைக்கும் அணி A-யின் நிரை நிரல் மாற்று அணி எனப்படும். இதனை A^T எனக் குறிக்கலாம்.
 - (vi) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலை விட்டத்திற்கு மேலேயும் கீழேயும் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளும் பூச்சியங்கள் எனில் அந்த அணி மூலைவிட்ட அணி எனப்படும்.
 - (vii) ஒரு மூலைவிட்ட அணியில் முதன்மை மூலைவிட்ட உறுப்புகள் அனைத்தும் சமமாக இருப்பின் அந்த அணி திசையிலி அணி எனப்படும்.
 - (viii) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலைவிட்ட உறுப்புகள் ஒவ்வொன்றும் 1 ஆகவும் மற்ற அனைத்து உறுப்புகளும் பூச்சியம் எனில், அந்த அணி சமனி அணி அல்லது அலகு அணி எனப்படும்.
 - (ix) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலைவிட்டத்திற்கு மேலே உள்ள உறுப்புகள் அனைத்தும் பூச்சியம் எனில், அந்த அணி கீழ்முகக்கோண அணி எனப்படும். ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலைவிட்டத்திற்குக் கீழே உள்ள உறுப்புகள் அனைத்தும் பூச்சியமாக இருந்தால் அந்த அணி மேல் முக்கோண அணி எனப்படும்.
 - (x) அணிகள் A மற்றும் B ஆகியவற்றின் வரிசைகள் மற்றும் A-யில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் B-யில் உள்ள ஒத்த உறுப்புகளுக்குச் சமம் எனில், A மற்றும் B ஆகியவை சம அணிகள் எனப்படும். அதாவது, $a_{ij} = b_{ij} \quad \forall i, j$.



- அணி $A_{m \times n}$ -யின் எதிர் அணி $-A_{m \times n}$ என்றவாறு அமையும். $-A$ என்ற அணியில் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளும் A -வில் உள்ள ஒத்த உறுப்புகளின் கூட்டல் நேர்மாறல்களாக இருக்கும்.

- அணிகளின் கூடுதல் மற்றும் கழித்தல்

ஒரே வரிசையுடைய இரு அணிகளைக் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ முடியும். இரு அணிகளைக் கூட்டுவதற்கோ அல்லது கழிப்பதற்கோ அந்த அணிகளில் இருக்கின்ற ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ செய்ய வேண்டும்.

- அணியைத் திசையிலியால் பெருக்குதல்

கொடுக்கப்பட்ட A என்ற அணியின் உறுப்புகளைப் பூச்சியமற்ற k என்ற எண்ணால் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் புதிய அணி kA ஆகும். இதன் உறுப்புகள் அனைத்தும் k ஆல் பெருக்கப்பட்டிருக்கும். $kA = (ka_{ij})_{m \times n}$ என்பது A -யின் திசையிலி அணி பெருக்கல் எனப்படும். $A = (a_{ij})_{m \times n}$ எனில், kA அனைத்து $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$ ஆகும்.

இணையச் செயல்பாடு (ICT)

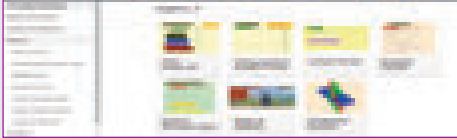


ICT 3.1

படி 1: கீழ்காணும் உரலி/ விரைவுத் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி அல்லது ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம் "Algebra" பக்கத்திற்குச் செல்க "Simultaneous Equations" எனும் பயிற்சித்தாளைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பயிற்சித் தாளில் நீங்கள் மூன்று நேரிய சமன்பாடுகளைக் காணலாம் மற்றும் a, b, c வெவ்வேறு மதிப்புகளைக் கொடுப்பதன் மூலம் சமன்பாடுகளை மாற்றலாம். 3D வரைபடத்திற்குச் சென்று உற்றுநோக்கலாம். சமன்பாடுகளை மாற்றுவதன் மூலம் கிடைக்கும் தீர்வுகளின் தன்மையை உற்றுநோக்கலாம்..

படி 1



படி 2



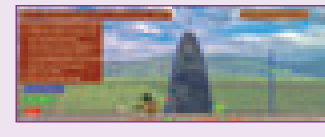
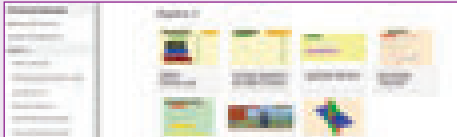
முடிவுகள்



ICT 3.2

படி 1: கீழ்காணும் உரலி/ விரைவுத் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி அல்லது ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம் "Algebra" பக்கத்திற்குச் செல்க "Nature of Quadratic Equations" எனும் பயிற்சித்தாளைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பயிற்சித்தாளில் கொடுக்கப்பட்ட நழுவலை நகர்த்துவதன் மூலம் குணகத்தை மாற்றலாம். 'New Position' - ஐ சொடுக்க, நழுவலை நகர்த்தி எல்லைகளைத் தீர்மானிக்கலாம். Gell ball மற்றும் fire -ஐ சொடுக்கவதன் மூலம் எல்லையைத் தகர்க்கலாம். இங்கு, ஒவ்வொரு கெழு மாறும் போதும் வளைவரை எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதைத் தெரிந்து கொள்ளலாம்..



இந்தப் படிகளைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்க.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/356193>

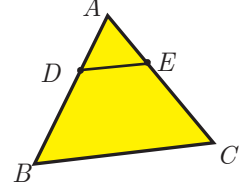
அல்லது விரைவுச் செயலியை ஸ்கேன் செய்யவும்



B371_10_MATHS_TM



4. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC -யில் $AB=AC$ ஆகும். $AD = AE$ என இருக்குமாறு D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -யின் மீது அமைந்துள்ளன. B, C, E மற்றும் D என்ற புள்ளிகள் ஒரே வட்டத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.



5. இரண்டு தொடர்வண்டிகள் ஒரே நேரத்தில் ஒரு தொடர்வண்டி நிலையத்திலிருந்து புறப்படுகின்றன. முதல் வண்டி மேற்கு நோக்கியும், இரண்டாவது வண்டி வடக்கு நோக்கியும் செல்கின்றன. முதல் தொடர்வண்டி 20 கி.மீ/மணி வேகத்திலும், இரண்டாவது வண்டி 30 கி.மீ/மணி வேகத்திலும் செல்கின்றன. இரண்டு மணி நேரத்திற்குப் பின்னர் அவைகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு எவ்வளவு?

6. BC -யின் மையப்புள்ளி D மற்றும் $AE \perp BC$. $BC = a, AC = b, AB = c, ED = x, AD = p$ மற்றும் $AE = h$, எனில்

(i) $b^2 = p^2 + ax + \frac{a^2}{4}$ (ii) $c^2 = p^2 - ax + \frac{a^2}{4}$ (iii) $b^2 + c^2 = 2p^2 + \frac{a^2}{2}$ என நிரூபிக்க

7. 2 மீ உயரமுள்ள மனிதர் ஒரு மரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிட விரும்புகிறார். மரத்தின் அடியிலிருந்து 20 மீ தொலைவில் B என்ற புள்ளியில் ஒரு கண்ணாடி கிடைமட்டமாக மேல் நோக்கி வைக்கப்படுகிறது. கண்ணாடியிலிருந்து 4 மீ தொலைவில் C என்ற புள்ளியில் நிற்கும் மனிதர் மரத்தின் உச்சியின் பிரதிபலிப்பைக் கண்ணாடியில் காண முடிகிறது எனில், மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. (மரத்தின் அடி, கண்ணாடி, மனிதர் ஒரே நேர்க்கோட்டில் உள்ளதாகக் கொள்க).

8. 30 அடி உயரமுள்ள ஒரு தூணின் அடிப்பகுதியிலிருந்து 8 அடி உயரமுள்ள ஒரு ஈழு கோழி விலகி நடந்து செல்கிறது. ஈழு கோழியின் நிழல் அது நடந்து செல்லும் திசையில் அதற்கு முன் விழுகிறது. ஈழு கோழியின் நிழலின் நீளத்திற்கும், ஈழு தூணிலிருந்து இருக்கும் தொலைவிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்க.

9. A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளில் இரு வட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்கின்றன. ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி P -யிலிருந்து வரையப்படும் PAC மற்றும் PBD என்ற கோடுகள் இரண்டாவது வட்டத்தினை முறையே C மற்றும் D -யில் வெட்டுகின்றன எனில், CD -யானது P வழியே வரையப்படும் தொடுகோட்டிற்கு இணை என நிரூபிக்கவும்.

10. ABC என்ற ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் AB, BC, AC -யின் (அல்லது பக்கங்களின் நீட்சி) மீது முறையே D, E, F என்ற புள்ளிகள் உள்ளன. $AD : DB = 5 : 3, BE : EC = 3 : 2$ மற்றும் $AC = 21$ எனில், கோட்டுத்துண்டு CF -யின் நீளம் காண்க.

நினைவில் கொள்ள வேண்டியவை



- இரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை எனில்,
 - (i) அவற்றின் ஒத்த கோணங்கள் சமம்.
 - (ii) அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் சம விகிதத்தில் இருக்கும்.
- சர்வச் சம முக்கோணங்கள் அனைத்தும் வடிவொத்தவை. ஆனால் இதன் மறுதலை உண்மை இல்லை.
- AA வடிவொத்த விதிமுறையானது AAA வடிவொத்த விதிமுறை ஆகும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்திற்குச் சமமாகவும், அவ்விரு முக்கோணங்களில் அக்கோணங்களை உள்ளடக்கிய ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச் சமத்திலும் இருந்தால், அவ்விரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை ஆகும். (SAS)



- இரு முக்கோணங்களில், ஒத்த பக்கங்களின் விகிதங்கள் சமமானால், இரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை. (SSS)
- இரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவையாக இருப்பின், ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் அவற்றின் ஒத்த சுற்றளவுகளின் விகிதத்திற்குச் சமம்.
- இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் விகிதம் அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் விகிதத்திற்குச் சமம்.
- வட்டத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடுகோடு, தொடுபுள்ளி வழிச் செல்லும் ஆரத்திற்குச் செங்குத்தாகும்.
- வட்டத்திற்கு வெளியே அமைந்த புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரையலாம்.
- வெளிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட இரு தொடுகோடுகளின் நீளங்கள் சமம்.
- வட்டங்களுக்கு வரையப்பட்ட இரண்டு பொதுவான தொடுகோடுகளின் நீளங்கள் சமம்

இணையச் செயல்பாடு (ICT)



ICT 4.1

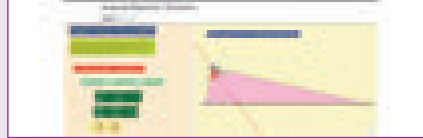
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Geometry" பக்கத்திற்குச் செல்க. "Angular bisector theorem" எனும் பயிற்சித் தாளை தேர்வு செய்க.

படி 2: பயிற்சித் தாளில், புள்ளிகளை மாற்றுவதன் மூலம் முக்கோணம் ABC மற்றும் கோண இரு சமவெட்டி CD ஆகியவற்றில் ஏற்படும் மாற்றங்களை காண்க. இடப்புறத்தில் உள்ள விகிதங்கள் மூலம் தேற்றத்தைப் புரிந்து கொள்ளலாம்.

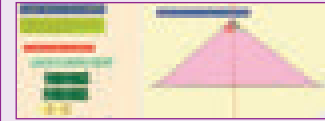
படி 1



படி 2



முடிவுகள்

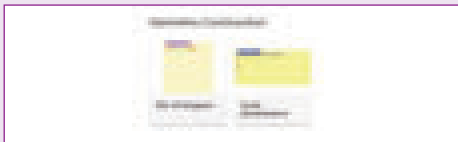


ICT 4.2

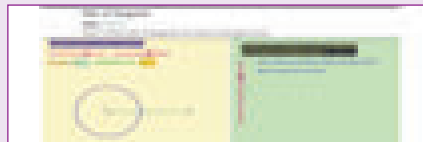
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Geometry" பக்கத்திற்குச் செல்க. "Pair of Tangents" எனும் பயிற்சித் தாளை தேர்வு செய்க.

படி 2: பயிற்சித் தாளில் ஆரம் மற்றும் தொடுகோடுகளின் நீளங்களில் ஏற்படும் மாற்றங்களைக் காண்க.

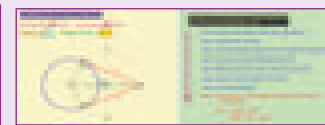
படி 1



படி 2



முடிவுகள்



இந்தப் படிக்களைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்க.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/356194>

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.



B371_10_MATH5_TM





3. $3x + y - 2 = 0$, $5x + 2y - 3 = 0$ மற்றும் $2x - y - 3 = 0$ ஆகிய கோடுகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.
4. $A(-5, 7)$, $B(-4, k)$, $C(-1, -6)$ மற்றும் $D(4, 5)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 72 ச. அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்பைக் காண்க.
5. தொலைவு காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தாமல், $(-2, -1)$, $(4, 0)$, $(3, 3)$ மற்றும் $(-3, 2)$ என்பன இணைகரத்தின் முனைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.
6. இரு வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் முறையே 1, -6 எனில், நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
7. ஒரு பால்கடை உரிமையாளர் 1 லிட்டர் ₹16 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு 1220 லிட்டரும், 1 லிட்டர் ₹14 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு 980 லிட்டரும் விற்பனை செய்கிறார். விற்பனை விலையானது தேவையோடு நேரிய தொடர்பு உடையது என ஊகித்துக் கொண்டால், 1 லிட்டர், ₹17 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு எத்தனை லிட்டர் விற்பனை செய்வார்?
8. $x + 3y = 7$ என்ற நேர்க்கோட்டினைச் சமதள ஆடியாகக் கொண்டு $(3, 8)$ என்ற புள்ளியின் பிம்பப் புள்ளியைக் காண்க.
9. $4x + 7y - 3 = 0$ மற்றும் $2x - 3y + 1 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும், ஆய அச்சுகளின் வெட்டுத் துண்டுகள் சமமானதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
10. $2x - 3y + 4 = 0$ மற்றும் $3x + 4y - 5 = 0$ என்ற நேர்க்கோடுகளால் குறிக்கப்படும் இரண்டு பாதைகள் சந்திக்கும் புள்ளியில் நிற்கும் ஒருவர் $6x - 7y + 8 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டால் குறிக்கப்படும் பாதையைக் குறுகிய நேரத்தில் சென்றடைய விரும்புகிறார் எனில், அவர் செல்ல வேண்டிய பாதையின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

நினைவில் கொள்ளவேண்டியவை



- (x_1, y_1) , (x_2, y_2) மற்றும் (x_3, y_3) ஆகிய புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு $\frac{1}{2} \{ (x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_1 y_3) \}$ ச. அலகுகள்.
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ மற்றும் $C(x_3, y_3)$ என்ற மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்துள்ளது எனில், எனில் (i) $\triangle ABC$ -யின் பரப்பு = 0 அல்லது $x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 = x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_1 y_3$
(ii) AB -யின் சாய்வு = BC -யின் சாய்வு அல்லது AC -யின் சாய்வு
- (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) மற்றும் (x_4, y_4) ஆகிய நான்கு புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் நாற்கரத்தின் பரப்பு $\frac{1}{2} \{ (x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_4 y_3 + x_1 y_4) \}$ ச. அ.
- ஒரு நேர்க்கோடானது மிகை X அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம் θ எனில், அந்நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $m = \tan \theta$ ஆகும்.
- $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் AB என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
- $ax + by + c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $m = \frac{-a}{b}$.





வெவ்வேறு வடிவில் உள்ள நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

வடிவம்	பெயர்	வடிவம்	பெயர்
$ax + by + c = 0$	பொது வடிவம்	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	வெட்டுத்துண்டு வடிவம்
$y - y_1 = m(x - x_1)$	புள்ளி-சாய்வு வடிவம்	$x = c$	Y அச்சுக்கு இணை
$y = mx + c$	சாய்வு-வெட்டுத்துண்டு வடிவம்	$y = b$	X அச்சுக்கு இணை
$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	இரு புள்ளி வடிவம்		

- இரண்டு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணை என இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே அந்நேர்க்கோட்டின் சாய்வுகள் சமம்.
- m_1, m_2 என்ற சாய்வுகள் கொண்ட இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து என இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே $m_1 \times m_2 = -1$.

இணையச் செயல்பாடு (ICT)



ICT 5.1

படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி Geogebra-வில் "Co-ordinate Geometry" பக்கத்திற்குச் செல்க. "Area of Quadrilateral" எனும் பயிற்சித் தாளைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: "New problem" ஐ click செய்வதன் மூலம் புதிய கணக்குகளைப் பெற முடியும். கணக்குகளைத் தீர்த்தபின் விடையைச் சரிபார்க்க.

படி 1



படி 2



முடிவுகள்



ICT 5.2

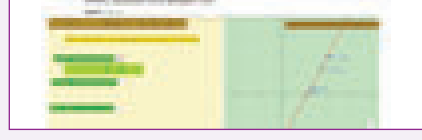
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Geogebra" -வில் "Co-ordinate Geometry" பக்கத்திற்குச் செல்க. "Slope-Equation of a Straight Line" எனும் பக்கத்திற்குச் செல்க.

படி 2: வரைபடத் தாளில் A மற்றும் B எனும் புள்ளிகளை நகர்த்துவதன் மூலம் கோட்டை மாற்றி அமைக்கலாம். இடப்புறமுள்ள பல பெட்டிகளை 'Click' செய்து ஒரே நேர்க்கோட்டின் பல வடிவங்களை காணலாம்.

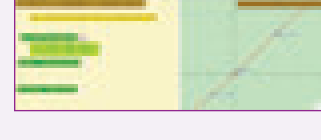
படி 1



படி 2



முடிவுகள்



இந்தப் படிகளைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்க.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/356195>

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும்.



B371_10_MATHS_TM

நினைவில் கொள்ளவேண்டியவை



- முக்கோணவியல் விகிதங்களைக் கொண்ட சமன்பாடானது வரையறுக்கப்பட்ட கோணங்களின் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் மெய்யெனில் அச்சமன்பாட்டை முக்கோணவியல் முற்றொருமை என்கிறோம்.
- முக்கோணவியல் முற்றொருமைகள்
 - (i) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ (ii) $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ (iii) $1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$
- நாம் ஒரு பொருளை உற்றுநோக்கும்போது நமது கண்ணிலிருந்து அப்பொருளுக்கு வரையப்படும் நேர்கோடு பார்வைக்கோடு எனப்படும்.
- கிடைநிலைக் கோட்டிற்கு மேல் பொருள் இருக்கும்போது, பார்வைக் கோட்டிற்கும் கிடைநிலைக் கோட்டிற்கும் இடையேயுள்ள கோணம் ஏற்றக்கோணம் எனப்படும்.
- கிடைநிலைக் கோட்டிற்குக் கீழ் பொருள் இருக்கும்போது, பார்வைக் கோட்டிற்கும் கிடைநிலைக் கோட்டிற்கும் இடையேயுள்ள கோணம் இறக்கக்கோணம் எனப்படும்.
- முக்கோணவியல் விகிதங்கள் மூலம் பொருட்களின் உயரம் அல்லது நீளம் அல்லது பொருட்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவைக் கணக்கிடலாம்.

இணையச் செயல்பாடு (ICT)



ICT 6.1

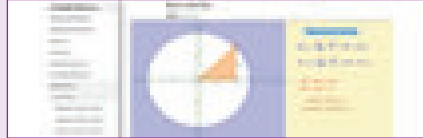
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Trigonometry" பக்கத்திற்கு செல்க. "Basic identity" எனும் பயிற்சித் தாளைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: பயிற்சி தாளில் B என்ற புள்ளியை மாற்றுவதன் மூலம், முக்கோணத்தை மாற்றி அமைக்கலாம்.

படி 1

படி 2

முடிவுகள்



ICT 6.2

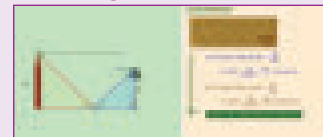
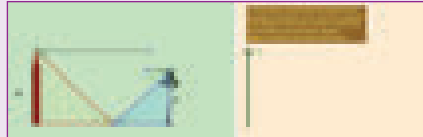
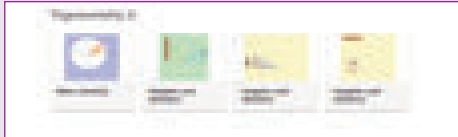
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Trigonometry" பக்கத்திற்குச் செல்க. "heights and distance problem-1" எனும் பயிற்சித் தாளைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: "New problem" –ஐ click செய்வதன் மூலம் புதிய கணக்குகளைப் பெற முடியும். கணக்குகளை தீர்த்த பின் விடையை சரிபார்க்க.

படி 1

படி 2

முடிவுகள்



இந்தப் படிகளைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்க.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/356196>

அல்லது விரைவுச் செயலியை ஸ்கேன் செய்யவும்



B371_10_MATHS_TM



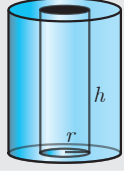
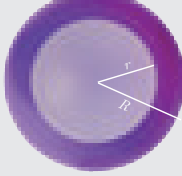
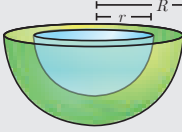
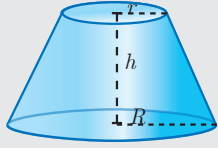
5. உயரம் 10 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 4.5 செ.மீ உடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையை உருவாக்க 1.5 செ.மீ விட்டமும், 2 மி.மீ தடிமன் கொண்ட எத்தனை வட்ட வில்லைகள் தேவை?
6. ஓர் உள்ளீடற்ற உலோக உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் 4.3 செ.மீ, உட்புற ஆரம் 1.1 செ.மீ மற்றும் நீளம் 4 செ.மீ. உலோக உருளையை உருக்கி 12 செ.மீ நீளமுள்ள வேறொரு திண்ம உருளை உருவாக்கப்பட்டால் புதிய உருளையின் விட்டத்தைக் கணக்கிடுக.
7. ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு முனைகளின் சுற்றளவுகள் 18 மீ, 16 மீ மற்றும் அதன் சாயுயரம் 4 மீ ஆகும். ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ₹ 100 வீதம் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பில் வர்ணம் பூச ஆகும் மொத்தச் செலவு என்ன?
8. ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோளக் கிண்ணத்தை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கனஅளவு $\frac{436\pi}{3}$ க. செ.மீ ஆகும். கிண்ணத்தின் வெளிவிட்டம் 14 செ.மீ எனில் அதன் தடிமனைக் கணக்கிடுக.
9. ஒரு கூம்பின் கன அளவு $1005\frac{5}{7}$ க. செ.மீ மற்றும் கீழ் வட்டப்பரப்பு $201\frac{1}{7}$ ச. செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.
10. ஒரு வட்டக்கோண வடிவில் உள்ள உலோகத் தகட்டின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் மையக் கோணம் 216° ஆகும். வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரங்களை இணைத்து உருவாக்கப்படும் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

நினைவில் கொள்ளவேண்டியவை



திண்மம்	படம்	வளைபரப்பு / பக்கப்பரப்பு (ச.அ)	மொத்தப் புறப்பரப்பு (சதுர அலகுகள்)	கனஅளவு (கன அலகுகள்)
கனச் செவ்வகம்		$2h(l + b)$	$2(lb + bh + lh)$	$l \times b \times h$
கனச் சதுரம்		$4a^2$	$6a^2$	a^3
நேர் வட்ட உருளை		$2\pi rh$	$2\pi r(h + r)$	$\pi r^2 h$
நேர் வட்டக் கூம்பு		πrl $l = \sqrt{r^2 + h^2}$ $l = \text{சாயுயரம்}$	$\pi r(l + r)$	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$
கோளம்		$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
அரைக் கோளம்		$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3} \pi r^3$



உள்ளீடற்ற உருளை		$2\pi(R+r)h$	$2\pi(R+r)(R-r+h)$	$\pi(R^2-r^2)h$
உள்ளீடற்ற கோளம்		$4\pi R^2 =$ வெளிப்புற வளைபரப்பு	$4\pi(R^2+r^2)$	$\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)$
உள்ளீடற்ற அரைக் கோளம்		$2\pi(R^2+r^2)$	$\pi(3R^2+r^2)$	$\frac{2}{3}\pi(R^3-r^3)$
நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக் கண்டம்		$\pi(R+r)l$ இங்கு $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$	$\pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2$	$\frac{1}{3}\pi h[R^2 + r^2 + Rr]$

இணையச் செயல்பாடு (ICT)

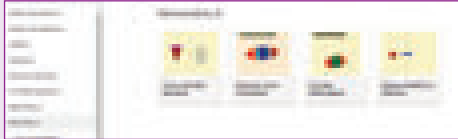


ICT 7.1

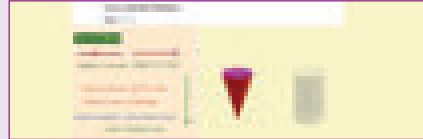
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Geogebra" -வின் "Mensuration_X" பக்கத்திற்குச் செல்க. "Cone-cylinder relation" எனும் பயிற்சித் தாளைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பயிற்சித் தாளில் இடப்புறமுள்ள 'slider' -ஐப் பயன்படுத்திக் கூம்பு-உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரத்தை மாற்றுக. கூம்பு உருளையை நிரப்புவதைக் காண 'Vertical Slider' -ஐ நகர்த்துக. ஆரம் மற்றும் உயரம் சமமெனில், உருளையின் கனஅளவானது கூம்பின் கன அளவைப் போல் மூன்று மடங்கு என நிரூபணமாகிறது.

படி 1



படி 2



முடிவுகள்

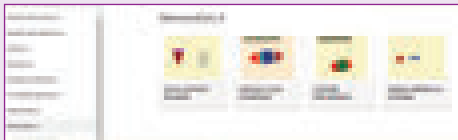


ICT 7.2

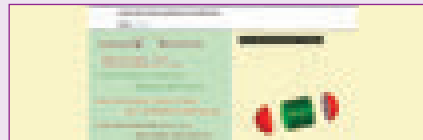
படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி "Geogebra" -வின் "Mensuration_X" பக்கத்திற்குச் செல்க. "Cylinder-Hemisphere" எனும் பயிற்சித் தாளைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பயிற்சித் தாளில் இடப்புறமுள்ள "Slider" -ஐப் பயன்படுத்தி உருளை மற்றும் அரைக்கோளத்தின் ஆரத்தை மாற்றுக. 'Slider' -ஐ முன்பின் நகர்த்தி இணைந்த திண்மங்கள் உருவாவதைக் காண்க. திண்ம உருவங்களை முழுமையாகக் காண அவற்றைச் சுழற்றவும். இடப்புறமுள்ள படிநிலைகள் விடைகளைச் சரிபார்க்க உதவும்.

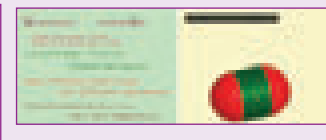
படி 1



படி 2



முடிவுகள்



இந்தப் படிக்களைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்க.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/356197>

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.



B371_10_MATHS_TM



தேர்வில் தேர்ச்சி அடைவதற்கான நிகழ்தகவு 0.75 எனில், தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

12. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக் கட்டில் ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து இராசா, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகள் நீக்கப்படுகின்றன. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) ஒரு டைமண்ட் (ii) ஓர் இராணி (iii) ஒரு ஸ்பேடு (iv) 5 என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு ஆகியனவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

நினைவில் கொள்ள வேண்டியவை



- வீச்சு = $L - S$ (L - மிகப்பெரிய எண், S - மிகச்சிறிய எண்)
- வீச்சுக்கெழு = $\frac{L - S}{L + S}$; விலக்க வர்க்கச் சராசரி $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$
- திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
- திட்டவிலக்கம் (தொகுக்கப்படாதவை)
 - (i) நேரடி முறை $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$ (ii) சராசரி முறை $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}}$
 - (iii) ஊகச் சராசரி முறை $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum d_i}{n}\right)^2}$
 - (iv) படிவிலக்க முறை $\sigma = c \times \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum d_i}{n}\right)^2}$
- முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$
- திட்டவிலக்கம் (தொகுக்கப்பட்டவை)
 - (i) சராசரி முறை $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N}}$ (ii) ஊகச் சராசரி முறை $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2}$
 - (iii) படி விலக்க முறை $\sigma = C \times \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2}$
- மாறுபாட்டுக் கெழு $C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$
- மாறுபாட்டுக் கெழுவின் மதிப்பு சிறியதாக இருந்தால், அத்தரவு அதிக நிலைத் தன்மையுடையது. மாறுபாட்டுக் கெழுவின் மதிப்பு பெரியதாக இருந்தால் அத்தரவு குறைந்த நிலைத் தன்மையுடன் இருக்கும்.
- ஒரு சம வாய்ப்புச் சோதனையில் அனைத்து வாய்ப்புகளையும் அறிந்து கொள்ள முடியும். ஆனால், குறிப்பிட்ட வாய்ப்புகள் அறியப்படாது.
- ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையில் கிடைக்கப்பெறும் அனைத்து சாத்திய விளைவுகளின் தொகுப்பைக் கூறுவெளி என்கிறோம்.
- A, B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில், $A \cap B = \phi$



- E என்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$
- (i) உறுதியாகக் கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது 1 மற்றும் இயலாத நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது 0 ஆகும்.
- (ii) $0 \leq P(E) \leq 1$; (iii) $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$
- A மற்றும் B ஆனவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில்,
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- (i) $P(A \cap \bar{B}) = P(A \text{ மட்டும்}) = P(A) - P(A \cap B)$
(ii) $P(\bar{A} \cap B) = P(B \text{ மட்டும்}) = P(B) - P(A \cap B)$
- A மற்றும் B ஆனவை ஏதேனும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில்,
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் எனில்,
 $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$

இணையச் செயல்பாடு (ICT)



ICT 8.1

படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைத் தட்டச்சு செய்க அல்லது துரித துலங்கள் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க. Probability என்ற தலைப்பில் ஒரு பணித்தாள் தோன்றும். அதில் Probability Addition law என்ற தலைப்பைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் New problem என்பதை சொடுக்குவதன் மூலம் பணித்தாளின் கேள்வியை மாற்ற முடியும். பின்னர் வலை நகர்த்தி கணக்கின் பதிகளைக் காணலாம்.

படி 1



படி 2



முடிவுகள்

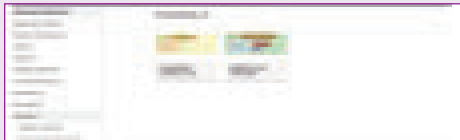


ICT 8.2

படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைத் தட்டச்சு செய்க அல்லது துரித துலங்கள் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க. Probability என்ற தலைப்பில் ஒரு பணித்தாள் தோன்றும். அதில் Addition law mutually exclusive என்ற தலைப்பைத் தேர்வு செய்க.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பணித்தாளில் New problem என்பதை சொடுக்குவதன் மூலம் பணித்தாளின் கேள்வியை மாற்ற முடியும். பின்னர் வலை நகர்த்தி கணக்கின் பதிகளைக் காணலாம். சரிபார்க்கும் பெட்டியைச் சொடுக்கி சரியான விடையைப் பார்க்கவும்.

படி 1



படி 2



முடிவுகள்



இந்தப் பதிகளைக் கொண்டு மற்ற செயல்பாடுகளைச் செய்க.

<https://www.geogebra.org/m/jfr2zzgy#chapter/359554>

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.



B371_10_MATHS_TM



கணித கலைச் சொற்கள்

அச்சு	Axis	ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு	One-one function
அடிப்படை விகித சமம்	Basic proportionality	ஒன்றுவிட்ட துண்டு	Alternate segment
அட்சரேகை	Latitude	ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்	Mutually exclusive events
அட்டவணை முறை	Table form	காதங்கள் (தூரத்தின் அலகு)	Kadhams (unit of distance)
அணிகள்	Matrix	கார்டீசியன் பெருக்கல்	Cartesian product
அதிபரவளையம்	Hyperbola	கிடைமட்ட வரிசை	Horizontal level
அம்புக்குறி படம்	Arrow diagram	கிடைமட்டக் கோட்டுச் சோதனை	Horizontal line test
அரைக் கோளம்	Hemisphere	குத்துக்கோட்டுச் சோதனை	Vertical line test
அலகு அணி	Unit matrix / Identity matrix	குத்துயரம்	Altitude
அளவு	Magnitude	கூட்டுத்தொடர் வரிசை	Arithmetic progression
ஆயக்கூறு அச்சு	Coordinate axes	கூறுபுள்ளி	Sample point
இடைக் கண்டம்	Frustum	கூறுவெளி	Sample space
இணை தளங்கள்	Parallel planes	கோண இருசம வெட்டி	Angle bisector
இணைந்த திண்மங்கள்	Combined solids	சதுர அணி	Square matrix
இருபடி பல்லுறுப்புக் கோவைகள்	Quadratic polynomials	சம அணிகள்	Equal matrices
இருபடிச் சமன்பாடுகள்	Quadratic equation	சமகோணம்	Equiangular
இருபடிச் சார்பு	Quadratic function	சமச்சீர் அச்சு	Axis of symmetry
இருபுறச் சார்பு	Bijection	சமவாய்ப்புச் சோதனை	Random experiment
இறக்கக் கோணம்	Angle of depression	சமனிச் சார்பு	Identity function
உச்சிக் கோணம்	Vertical angle	சாயுயரம்	Slant height
உயரங்களும் தூரங்களும்	Height and distance	சாய்ந்த இடைக் கண்டம்	Oblique frustum
உள்நோக்கிய சார்பு	Into function	சாய்ந்த உருளை	Oblique cylinder
உள்ளீடற்ற	Hollow	சாய்வு	Slope or gradient
எதிர் அணி	Negative of a matrix	சாய்வுக் கோணம்	Inclination
ஏற்றக் கோணம்	Angle of elevation	சாய்வுமானி	Clinometer
ஒத்த நேரிய சமன்பாடுகள்	Simultaneous linear equations	சார்புகளின் இணைக்கம்	Composition of functions
ஒருங்கமைவற்ற	Inconsistent	சார்புகள்	Functions
ஒருங்கமைவுடைய	Consistent	சிதறல் அளவைகள்	Measures of dispersion
ஒருங்கிசையும்	Concurrent	சீரான நாணயங்கள்	Unbiased coins
ஒருங்கிசைவு	Congruence	சுண்டப்படுதல்	Tossed
ஒருங்கிசைவுத் தேற்றம்	Concurrency theorem	சுழற்சி	Revolutions
ஒருபுறச் சார்பு	Injection	சுழி தொடர்பு	Null relation
ஒரேபிரதியிலுள்ள	Concyclic	செங்குத்து சமவெட்டி	Perpendicular bisector
ஒரேயொரு தீர்வு	Unique solution		



தலைகீழ்ச் சார்பு	Reciprocal function
தளமட்டக் கோணமானி	Theodolite
தனித் தன்மை	Uniqueness
தன்மைக் காட்டி	Discriminant
திசையிலி அணி	Scalar matrix
திட்ட விலக்கம்	Standard deviation
திண்மம்	Solid
தீர்க்கரேகை	Longitude
துணை மதிப்பகம்	Co-domain
துணைத் தேற்றம்	Lemma
தொடர்	Series
தொடர்புகள்	Relations
தொடர்வரிசை	Sequence
தொடுகோடுகள்	Tangents
தொடுபுள்ளி	Point of contact
நடுக்கோடு	Median
நிகழ்ச்சி	Event
நிரல் அணி	Column matrix
நிரை அணி	Row matrix
நிரை நிரல் மாற்று அணி	Transpose matrix
நிழல் உரு	Image
நேரிய சமன்பாடுகள்	Linear equations
நேரிய சார்பு	Linear function
நேர்க் குத்தற்ற கோடுகள்	Non-vertical lines
நேர்க் கோட்டமைவு	Collinearity
நேர்வட்ட உருளை	Right circular cylinder
நேர்வட்டக் கூம்பு	Right circular cone
பங்கீட்டுப் பண்பு	Distributive property
படிமுறை	Algorithm
பரவளையம்	Parabola
பரிமாணங்கள்	Dimensions
பலவற்றிற்கொன்றான சார்பு	Many-one function
பல்லுறுப்புக் கோவையின் பூச்சியங்கள்	Zeros of polynomials
பார்வைக் கோடு	Line of sight
பிரித்தல்	Decompose

புவி நிலைப்படுத்தல் அமைப்பு	Geo-positioning system
புறப்பரப்பு	Surface area
பூச்சிய அணி	Null matrix / Zero matrix
பூச்சியமற்ற முழு	Non-zero integer
பூச்சியமற்ற மெய் எண்	Non-zero real number
பெருக்குத்தொடர் வரிசை	Geometric progression
பொது விகிதம்	Common ratio
பொது வித்தியாசம்	Common difference
மட்டு	Modular
மதிப்பகம்	Domain
மாறிலிச் சார்பு	Constant function
மாறுபாட்டுக் கெழு	Coefficient of variation
மீப்பெரு வட்டம்	Great circle
முக்கோண அணி	Triangular matrix
முயற்சி	Trial
முன் உரு	Pre-image
மூலைவிட்ட அணி	Diagonal matrix
மெய்மதிப்புச் சார்பு	Real valued function
மேல் சார்பு	Onto function
மைய நிலைப் போக்கு அளவைகள்	Measures of central tendency
மொத்தப் பரப்பு	Total surface area
வடிவொத்த முக்கோணம்	Similar triangle
வட்ட இயக்கம்	Circular motion
வரிசைச் சோடிகள்	Ordered pair
வரைபடமுறை	Graphical form
வரையறுக்கப்படாதது	Undefined
வர்க்கப் பூர்த்தி முறை	Completing square method
வலமிருந்து இடம்	Counter-clock wise
வளைபரப்பு	Curved surface area
விகிதமுறு கோவை	Rational expression
விலக்க வர்க்க சராசரி	Variance
விளைவுகள்	Outcomes
வீச்சகம் (அ) வீச்சு	Range
வீச்சுக் கெழு	Coefficient of range
வெட்டுக்கோடு	Secant
வெட்டுத்துண்டு	Intercept
வெட்டுப்புள்ளி	Point of intersection