電磁気学

あお

2019 年 5 月 27 日

概要

このファイルは高校生を対象に電磁気学を学んでもらうためのものです。当然ですがこのファイルの複製及びコピー及び他人への譲渡は筆者の許可のない限り禁止いたします。この文書を読むために必要な知識は日本語とベクトルまでの知識です。

目次

第 1 章

ベクトル解析

1.1 ベクトル関数

具体的な成分をもつ、例えば次のような定まったベクトル

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1.1.1}$$

をここでは **定ベクトル** と呼ぶことにする。[†1]これに対して、各成分が関数となったベクトルは **ベクトル関数** と呼ぶ。例えば、次のようなものである。$f(x), g(x), h(x)$ を、それぞれ「x を具体的に与えたら値が定まる関数」として、

$$\begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \\ h(x) \end{pmatrix} \tag{1.1.2}$$

もちろん、次のようなベクトルもベクトル関数である。

$$\begin{pmatrix} f(x,y,z) \\ g(x,y,z) \\ h(x,y,z) \end{pmatrix} \text{とか、} \begin{pmatrix} f(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon) \\ g(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon) \\ h(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon) \end{pmatrix} \tag{1.1.3}$$

左側はそれぞれの成分が x, y, z の関数 ($x, y, z3$ つの具体的な値を代入したら値が定まる) である。右側は、$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon 5$ つの具体的な値を代入したら各成分値が定まる。

Exercise1.1

$x = 1, y = 2, z = 3$ における次のベクトル関数の値を求めよ。

$$\begin{pmatrix} x^2 + 3y + z \\ y^3 + x^5 \\ x + y + z \end{pmatrix}$$

式 (1.1.2) や (1.1.3) のようにいちいちかくのは面倒なのでまとめて次のようにベクトルを太文字 (これまでは読者は $\vec{A}$ と書くことが多かったかもしれない) で書いて必要な時 (計算する時) だけ成分に分ければよい。

$$\begin{pmatrix} f(x) \\ g(x) \\ h(x) \end{pmatrix} = \boldsymbol{A}(x), \begin{pmatrix} f(x,y,z) \\ g(x,y,z) \\ h(x,y,z) \end{pmatrix} = \boldsymbol{B}(x,y,z), \begin{pmatrix} f(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon) \\ g(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon) \\ h(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon) \end{pmatrix} = \boldsymbol{C}(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon) \tag{1.1.4}$$

[†1] 別に三次元に定まらない。n 次元でもよい。

1.2　曲線、曲面

1.2.1　曲線

曲線とはなにか。

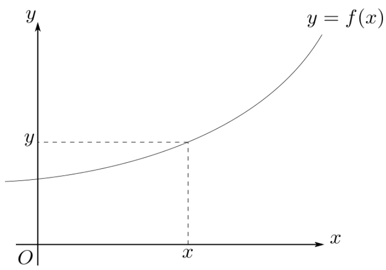

図 1.1　二次元空間における曲線

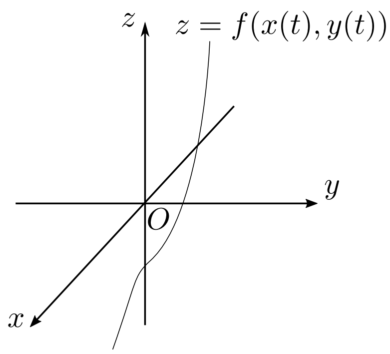

図 1.2　三次元空間における曲線

ここで考える曲線というのは、ただ一つのパラメータ t を与えればその形が定まるようなものを指す。[†2]乃ち、曲線上の点の座標が、

$$
\begin{cases}
x = x(t) & (1.2.1a) \\
y = y(t) & (1.2.1b) \\
z = z(t) & (1.2.1c)
\end{cases}
$$

というふうに共通の変数（パラメータ）により表現されるものである。[†3]上の図の関数も、二次元なら、$x = t$ と考えれば $y = f(t)$ となるし、三次元なら、t の関数 x, y から構成される関数 z も t の関数である[†4]。

[†2] 曲線を表現するのにはパラメータひとつで十分であるが、場合によってあたかもパラメータが二つ以上必要なように見えることもある。

[†3] x, y, z は t の関数であるともいえる。

[†4] t の関数を変数にもつ関数は当然 t の関数である。

Exercise1.2

次の曲線をかけ。

$$(1)\quad \begin{cases} x = t & (1.2.2\text{a}) \\ y = t^2 & (1.2.2\text{b}) \end{cases}$$

$$(2)\begin{cases} x = \cos t & (1.2.3\text{a}) \\ y = \sin t & (1.2.3\text{b}) \\ z = t & (1.2.3\text{c}) \end{cases}$$

1.2.2 曲面

曲線はひとつのパラメータにより表現した。曲面はふたつのパラメータにより表現される。

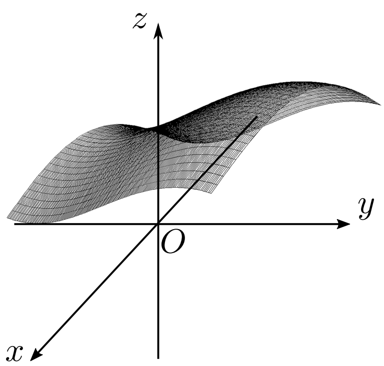

図 1.3 三次元空間における曲面

1.2.3 関数の表現

次の関数は、曲線か、曲面か？

$$z = f(x, y) \tag{1.2.4}$$