

## Challenge Sprint 2 – 1º Semestre

**Disciplina:** Estatística para Soluções em TI

**Professor:** Ismael De Araújo Silva

<b>TURMA:</b> 2SIS	
<b>NOME DA EQUIPE:</b> Tech Trend	
Indicar o nome completo e o RM de cada integrante da equipe.	
(Máximo de cinco integrantes por equipe)	
<b>Nome:</b> Enzo Luciano Duarte	<b>RM:</b> 552486
<b>Nome:</b> Francisco Henrique Lima	<b>RM:</b> 99545
<b>Nome:</b> João Victor Oliveira Avellar	<b>RM:</b> 550283
<b>Nome:</b> Murilo Santini Chequer	<b>RM:</b> 550198
<b>Nome:</b> Ronaldo Kozan Júnior	<b>RM:</b> 98865

**RM escolhido para realização da avaliação:** 98865.

São Paulo

2024

## Preparativos para a execução!

Baseando-se nas orientações fornecidas no enunciado pelo professor Ismael, é realizado os seguintes preparativos:

### Tabela referência

Utilizaremos da tabela a seguir para desenvolver as soluções dos futuros exercícios.

 1.o Trimestre 2024	
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura
	38A
	34B
	43C
	28D
	43E
	26A
	19B
	22C
	15D
	13E
	11A
TOTAL	-

**Observação:** “38A” é um número de três algarismos, no qual o algarismo das centenas é 3, o algarismo das dezenas é 8 e o algarismo das unidades é A.

Por exemplo, se A for igual a 5, então  $38A = 385$  (trezentos e oitenta e cinco). Esse critério deverá ser aplicado para os demais valores correspondentes ao “Número de consultoras de beleza Natura”, na tabela fornecida.

## Conversão do RM escolhido:

**RM (Registro de Matrícula) de um dos Integrantes da Equipe = ABCDEF**

**A:** é o primeiro algarismo do seu RM, da esquerda para direita;

**B:** é o segundo algarismo do seu RM, da esquerda para direita;

**C:** é o terceiro algarismo do seu RM, da esquerda para direita;

**D:** é o quarto algarismo do seu RM, da esquerda para direita;

**E:** é o quinto algarismo do seu RM, da esquerda para direita;

**F:** é o sexto algarismo do seu RM, da esquerda para direita, caso exista;

Obs.: “F” não foi utilizado na avaliação.

Portanto, de acordo com o RM escolhido, chega-se em:

A	→	9
B	→	8
C	→	8
D	→	6
E	→	5

## Determina-se o valor de “S” (Soma):

**S** é a soma dos **cinco primeiros** algarismos do RM, da esquerda para direita, ou seja:

$$S = A + B + C + D + E \rightarrow S = 9 + 8 + 8 + 6 + 5 \rightarrow S = 36$$

## Determina-se o valor de “li” (Limite inferior da 1ª classe):

**li** =  $R\$ 3.S$  (Três vezes o valor de **S**) é o **limite inferior da primeira classe** de dados da tabela.

Portanto, se **S** = 36, então **li** =  $3.(36) = R\$ 108,00$ .

**Determina-se o valor de “h” (Amplitude de cada classe):**

**h** = R\$ 15.**S** (Quinze vezes o valor de **S**) é a **amplitude de cada uma das classes** de dados da tabela.

Portanto, se **S** = 36, então **h** = 15.(36) = R\$ 540,00.

## **Adaptaremos à tabela referência ao nosso contexto!**


Ao aplicar o exemplo do tópico “Observação” presente na página de número 2 ao nosso contexto, é possível obter o seguinte resultado:

 Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	1º Trimestre 2024 Número de Consultoras de Beleza Natura
	389
	348
	438
	286
	435
	269
	198
	228
	156
	135
	119
<b>TOTAL</b>	-

Dessa forma, de maneira mais precisa, é possível saber quais são os números exatos que representam as **Consultoras de Beleza Natura** no 1º trimestre de 2024.

É válido ressaltar, que se pode considerar esses valores como “fi”, isto é, **frequências absolutas**, o que será muito oportuno nas futuras resoluções.

Com os valores de “**S**” (Soma), “**li**” (Limite inferior da 1ª classe) e “**h**” (Amplitude de cada classe) descobertos, será possível determinar as classes que integram a coluna “**Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)**” na tabela a seguir:

 natura	1º Trimestre 2024
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura
[108, 648[	389
[648, 1188[	348
[1188, 1728[	438
[1728, 2268[	286
[2268, 2808[	435
[2808, 3348[	269
[3348, 3888[	198
[3888, 4428[	228
[4428, 4968[	156
[4968, 5508[	135
[5508, 6048]	119
<b>TOTAL</b>	<b>-</b>

### Explicação:

Na página de **número 3**, foi descoberto o valor do **Limite inferior da 1ª classe (li)**. O que corresponde a: R\$ 108,00.

Na página de **número 4**, foi descoberto o valor da **Amplitude de cada uma das classes (h)**. O que equivale a: R\$ 540,00.

Sabe-se que a **Amplitude do intervalo de uma classe** é a diferença entre o **limite superior (Li)** e **inferior (li)** da classe, como já temos a amplitude e o limite inferior definidos, pode-se realizar a substituição na fórmula e a operação inversa para determinarmos o **limite superior** da **1ª classe** da tabela:


$$h = Li - li \rightarrow 540 = Li - 108 \rightarrow Li = 540 + 108 \rightarrow Li = R\$ 648,00.$$

Com isso, temos o **limite superior** da **1ª classe** (648) e o **limite inferior** da **2ª classe** (648) definidos, agora é só realizar o mesmo procedimento até completar a tabela.

# Exercícios

[ANÁLISE 1] [Valor: 25 pontos] Determinar a **Renda Mensal Média (Aritmética)**, em reais.

Para determinar a Renda Mensal Média (Aritmética), em reais, é necessário utilizar a tabela que completamos anteriormente:

	1º Trimestre 2024
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura
[108, 648[	389
[648, 1188[	348
[1188, 1728[	438
[1728, 2268[	286
[2268, 2808[	435
[2808, 3348[	269
[3348, 3888[	198
[3888, 4428[	228
[4428, 4968[	156
[4968, 5508[	135
[5508, 6048]	119
TOTAL	-

Ao observarmos com atenção, pode-se aproveitar o **limite inferior** e **limite superior** de cada classe, para determinar os seu respectivo **Ponto Médio**.

O **Ponto Médio da classe** nada mais é que o ponto que divide o intervalo de classe em duas partes iguais.


Fórmula: 
$$X_i = \frac{l_i + L_i}{2}$$

## Demonstração:

Para exemplificar, foi aplicada a fórmula na primeira classe da tabela: **[108, 648[**. O que nos gera o seguinte desenvolvimento:

$$X_i = \frac{l_i + L_i}{2} \rightarrow X_i = \frac{108 + 648}{2} \rightarrow X_i = \frac{756}{2} \rightarrow X_i = 378.$$

Nessa mesma linha de pensamento, agora é só replicar com as demais classes integrantes da tabela. Segue a tabela com a coluna de pontos médios já completa:

	1º Trimestre 2024	
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Pontos Médios das clases (Xi)
[108, 648[	389	378
[648, 1188[	348	918
[1188, 1728[	438	1458
[1728, 2268[	286	1998
[2268, 2808[	435	2538
[2808, 3348[	269	3078
[3348, 3888[	198	3618
[3888, 4428[	228	4158
[4428, 4968[	156	4698
[4968, 5508[	135	5238
[5508, 6048]	119	5778
TOTAL	-	


Agora acrescentaremos a quarta coluna chamada: **Apoio para cálculo da média “Xi.fi”**. As linhas dessa coluna serão preenchidas pelo resultado da multiplicação de “Xi = ponto médio” por “fi = frequência absoluta”.

### Demonstração:

Para exemplificar o que será feito, utilizaremos o **ponto médio** da primeira classe ([108, 648[), que é **378**, e multiplicaremos pela **frequência absoluta** dessa classe, que é **389**. Assim, obteremos o valor do Apoio para o cálculo da Média da primeira classe. O desenvolvimento é o seguinte:

$$X_i . f_i \rightarrow 378 . 389 \rightarrow 147042$$

Dessa forma, agora é só replicar o procedimento para as demais classes da tabela. Observa-se então o seguinte resultado:

 1º Trimestre 2024			
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Pontos Médios das clases (Xi)	Apoio para o cálculo da Média (Xi.fi)
[108, 648[	389	378	147042
[648, 1188[	348	918	319464
[1188, 1728[	438	1458	638604
[1728, 2268[	286	1998	571428
[2268, 2808[	435	2538	1104030
[2808, 3348[	269	3078	827982
[3348, 3888[	198	3618	716364
[3888, 4428[	228	4158	948024
[4428, 4968[	156	4698	732888
[4968, 5508[	135	5238	707130
[5508, 6048[	119	5778	687582
<b>TOTAL</b>			

A partir de agora, com o que foi descoberto, será possível entrar na fase final do exercício 1.

### Fase Final – Exercício 1

Para calcularmos a **Renda Mensal Média (Aritmética)**, em reais, é necessário que utilizemos da fórmula da **Média Aritmética Ponderada para Distribuição de Frequências com classes**. Temos a seguinte fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k X_i . f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

#### Legenda:

- **Xi** é o ponto médio de cada classe;
- **fi** é a frequência absoluta de cada classe;
- **Σ** é a somatória.

Ao se observar a tabela mais recente contida na página de **número 8**, é possível notar que temos tanto os valores de **fi**, quanto os valores de **Xi**. Além disso, também temos o resultado da multiplicação entre ambos de acordo com cada classe, localizados na **quarta coluna**.

Dessa forma, prosseguiremos da seguinte maneira:

1. Já temos todas as multiplicações de  **$X_i$  por  $f_i$** , ou seja, já é pertinente realizar a **somatória  $\Sigma$** :

Apoio para o cálculo da Média ( $X_i.f_i$ )
147042
319464
638604
571428
1104030
827982
716364
948024
732888
707130
687582
<b>7400538,000000</b>

$$147042 + 319464 + 638604 + 571428 + 1104030 \\ + 827982 + 716364 + 948024 + 732888 + 707130 + 687582$$



**7400538**

2. Como temos o valor de todas as frequências absolutas ( **$f_i$** ), já podemos realizar a **somatória  $\Sigma$** :

Número de Consultoras de Beleza Natura ( $f_i$ )
389
348
438
286
435
269
198
228
156
135
119
<b>3001</b>

$$389 + 348 + 438 + 286 + 435 + 269 + 198 \\ + 228 + 156 + 135 + 119$$



**3001**

**Substituindo os resultados na fórmula:**


$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k X_i . f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \rightarrow \bar{x} = \frac{7400538}{3001} \rightarrow \bar{x} = 2466,023992 \rightarrow \bar{x} \cong 2466,02$$

**Resposta:** A Renda Mensal Média (Aritmética), em reais, é equivalente a R\$ 2.466,02.



[ANÁLISE 2] [Valor: 25 pontos] Determinar a **Renda Mensal Modal de Czuber**, em reais.

Para calcularmos a **Renda Mensal Modal de Czuber**, é necessário utilizarmos os dados da seguinte tabela:

 Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	1º Trimestre 2024 Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)
[108, 648[	389
[648, 1188[	348
[1188, 1728[	438
[1728, 2268[	286
[2268, 2808[	435
[2808, 3348[	269
[3348, 3888[	198
[3888, 4428[	228
[4428, 4968[	156
[4968, 5508[	135
[5508, 6048]	119
TOTAL	3001

E logicamente, faremos uso da fórmula de **Czuber**:


**Moda de Czuber** (Emanuel Czuber, 1851-1925, matemático austríaco)

$$Mo_{(Czuber)} = l_i + \left( \frac{f - f_{ant}}{(f - f_{post}) + (f - f_{ant})} \right) \cdot h$$

classe modal: classe com a maior frequência absoluta  
 $l_i$  = limite inferior da classe modal  
 $L_i$  = limite superior da classe modal  
 $h$  = amplitude da classe modal  $\Rightarrow h = L_i - l_i$   
 $f$  = frequência absoluta da classe modal  
 $f_{post}$  = frequência absoluta posterior à classe modal  
 $f_{ant}$  = frequência absoluta anterior à classe modal

**Observações:**

1. Na página de **número 4**, foi determinado o valor de **h** que representa a amplitude de cada uma das classes. Ao nosso contexto, o **h** é equivalente a: R\$ 540, 00.
2. Repare que a fórmula de Czuber impõe uma condição antes que possamos substituir os valores da tabela no modelo matemático. Ela pede que usemos como referência à classe com a maior **frequência absoluta (fi)**, pois então, na tabela a seguir foi grifada a classe em questão:

	1º Trimestre 2024
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)
[108, 648[	389
[648, 1188[	348
[1188, 1728[	438
[1728, 2268[	286
[2268, 2808[	435
[2808, 3348[	269
[3348, 3888[	198
[3888, 4428[	228
[4428, 4968[	156
[4968, 5508[	135
[5508, 6048]	119
<b>TOTAL</b>	<b>3001</b>

### Aplicando:

$$Mo(Czuber) = l_i + \left( \frac{f - f_{ant}}{(f - f_{post}) + (f - f_{ant})} \right) \cdot h$$

$$Mo(Czuber) = 1188 + \left( \frac{438 - 348}{(438 - 286) + (438 - 348)} \right) \cdot 540$$

$$Mo(Czuber) = 1188 + \left( \frac{90}{(152) + (90)} \right) \cdot 540$$

$$Mo(Czuber) = 1188 + \left( \frac{90}{242} \right) \cdot 540$$

$$Mo(Czuber) = 1188 + (0,371900826446281) \cdot 540$$

$$Mo(Czuber) = 1188 + 200,8264462809917$$


$$Mo(Czuber) = 1388,826446280992$$

$$Mo(Czuber) \cong 1388,83.$$


**Resposta:** A Renda Mensal Modal de Czuber, em reais, é equivalente a R\$ 1.388,83.

**[ANÁLISE 3]** [Valor: 25 pontos] Determinar a **Renda Mensal Mediana**, em reais.

Utilizaremos da seguinte tabela para começarmos a desenvolver o exercício:

 Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	1º Trimestre 2024 Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)
[108, 648[	389
[648, 1188[	348
[1188, 1728[	438
[1728, 2268[	286
[2268, 2808[	435
[2808, 3348[	269
[3348, 3888[	198
[3888, 4428[	228
[4428, 4968[	156
[4968, 5508[	135
[5508, 6048]	119
TOTAL	3001

Para aplicarmos a fórmula que permite determinar a **Renda Mensal Mediana**, é necessário antes, aprimorarmos a tabela acima. Acrescentaremos mais duas colunas, começando pela coluna das **Frequências Acumuladas**:

 Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	1º Trimestre 2024 Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Frequências Acumuladas
[108, 648[	389	389
[648, 1188[	348	737
[1188, 1728[	438	1175
[1728, 2268[	286	1461
[2268, 2808[	435	1896
[2808, 3348[	269	2165
[3348, 3888[	198	2363
[3888, 4428[	228	2591
[4428, 4968[	156	2747
[4968, 5508[	135	2882
[5508, 6048]	119	3001
TOTAL	3001	

O procedimento de cálculo dos valores que compõem a coluna “**Frequências Acumuladas**” toma como referência a coluna que contém as **frequências absolutas**, isto é, a coluna com o “**Número de Consultoras de Beleza Natura**”.

A palavra “acumuladas” em seu nome, já diz tudo sobre o funcionamento. Para preenchermos cada linha da coluna “**Frequências Acumuladas**”, iremos somar frequência absoluta com frequência absoluta, ou seja, acumularemos valores.


Tomemos como exemplo a frequência absoluta da primeira classe, o valor é **389**, como se trata do primeiro valor, não tem com o que acumular. Portanto, na coluna de “**Frequências Acumuladas**”, o valor que preenche a lacuna da primeira classe é o mesmo, **389**.

Contudo, para calcular a frequência acumulada da segunda classe, começamos com a frequência absoluta dessa classe, que é **348**. Em seguida, somamos a frequência absoluta da primeira classe, que é **389**. A soma dessas duas frequências é o que nos permite obter a **frequência acumulada** da segunda classe. Temos então:

$$389 + 348 = 737 \text{ (frequência acumulada da segunda classe)}$$

Dessa forma, é só replicarmos o procedimento até preenchermos a coluna “**Frequências Acumuladas**” por completo, exatamente o que foi feito na tabela acima.

Agora, partiremos para a segunda coluna a ser adicionada, a coluna “**Ordenação na Fila de Dados**”, não existe muito mistério aqui. Trata-se de uma coluna que tem como função a ordenação dos elementos na fila de dados de forma ordinal. Anexaremos ela as demais colunas, assim teremos um exemplo mais concreto:

 1º Trimestre 2024			
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Frequências Acumuladas	Ordenação na Fila de Dados
[108, 648[	389	389	1º ao 389º
[648, 1188[	348	737	390º ao 737º
[1188, 1728[	438	1175	738º ao 1175º
[1728, 2268[	286	1461	1176º ao 1461º
[2268, 2808[	435	1896	1462º ao 1896º
[2808, 3348[	269	2165	1897º ao 2165º
[3348, 3888[	198	2363	2166º ao 2363º
[3888, 4428[	228	2591	2364º ao 2591º
[4428, 4968[	156	2747	2592º ao 2747º
[4968, 5508[	135	2882	2748º ao 2882º
[5508, 6048]	119	3001	2883º ao 3001º
<b>TOTAL</b>	<b>3001</b>		

**Observação:** Repare que os valores da coluna “Frequências Acumuladas” são utilizados como referencial para a organização da sequência ordinal da coluna “Ordenação na Fila de Dados”.

Existe só mais um passo que antecede a aplicação da fórmula para determinar a **Renda Mensal Mediana**. De acordo com o material disponibilizado pelo professor Ismael, ao adotarmos **N** (N é o somatório das frequências absolutas.) como o número de elementos da base de dados, calculamos **50% de N** (se necessário, arredondando o resultado sempre [para cima] para o próximo número inteiro), para determinar a **posição na fila de dados** e, consequentemente, a **classe que contém a mediana** (chamada de classe mediana).

Em nosso contexto, o valor de N (somatório das frequências absolutas) corresponde a **3001**. Assim teremos o seguinte cálculo:

$$50\% \text{ de } N \rightarrow 50\% \text{ de } 3001 \rightarrow 0,5 \cdot 3001 = 1500,5 \rightarrow 1501^\circ \text{ elemento.}$$

A descoberta da posição na fila de dados nos permitirá determinar a classe que contém a mediana. Segue a tabela indicando a classe em questão:

 Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	1º Trimestre 2024 Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Frequências Acumuladas	Ordenação na Fila de Dados
[108, 648[	389	389	1º ao 389º
[648, 1188[	348	737	390º ao 737º
[1188, 1728[	438	1175	738º ao 1175º
[1728, 2268[	286	1461	1176º ao 1461º
[2268, 2808[	435	1896	1462º ao 1896º
[2808, 3348[	269	2165	1897º ao 2165º
[3348, 3888[	198	2363	2166º ao 2363º
[3888, 4428[	228	2591	2364º ao 2591º
[4428, 4968[	156	2747	2592º ao 2747º
[4968, 5508[	135	2882	2748º ao 2882º
[5508, 6048]	119	3001	2883º ao 3001º
<b>TOTAL</b>	<b>3001</b>		

Com a **classe que contém a mediana**, definida na etapa anterior, aplicamos a fórmula:

$$Md = \ell + \frac{[0,5.N - Fac.ant.]. h}{f}$$

### Legenda:

$Md$  = mediana

$N$  = n.o total de elementos = somatório das frequências absolutas

$Fac.ant.$  = Frequência acumulada anterior à classe mediana

$\ell$  = limite inferior da classe mediana

$h$  = amplitude da classe mediana ( $h = L - \ell$ )

$f$  = frequência absoluta da classe mediana

**Observação:** Na página de **número 4**, foi determinado o valor de **h** que representa a amplitude de cada uma das classes. Ao nosso contexto, o **h** é equivalente a: R\$ 540, 00.

### Aplicando:

$$Md = l + \frac{[0,5 \cdot N - Fac. ant.] \cdot h}{f}$$

$$Md = 2268 + \frac{[0,5 \cdot 3001 - 1461] \cdot 540}{435}$$

$$Md = 2268 + \frac{[1500,5 - 1461] \cdot 540}{435}$$

$$Md = 2268 + \frac{[39,5] \cdot 540}{435}$$

$$Md = 2268 + \frac{21330}{435}$$

$$Md = 2268 + 49,03448275862069$$

$$Md = 2317,034482758621$$

$$Md \cong 2317,03$$

**Resposta:** A Renda Mensal Mediana, em reais, é equivalente a R\$ 2.317,03.

**[ANÁLISE 4] [Valor: 25 pontos]** Determinar a **Renda Mensal** correspondente ao **3º Quartil** da base de dados, em reais.

Para determinarmos a **Renda Mensal** correspondente ao **3º Quartil** da base de dados, em reais, será utilizada, inicialmente, como referência a seguinte tabela:

 1º Trimestre 2024	
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)
[108, 648[	389
[648, 1188[	348
[1188, 1728[	438
[1728, 2268[	286
[2268, 2808[	435
[2808, 3348[	269
[3348, 3888[	198
[3888, 4428[	228
[4428, 4968[	156
[4968, 5508[	135
[5508, 6048]	119
<b>TOTAL</b>	<b>3001</b>

É válido ressaltar que a separatriz quartil é uma medida estatística utilizada para dividir um conjunto de dados ordenados em quatro partes iguais, cada uma contendo **25%** dos dados. Esses pontos de corte são chamados de quartis e são representados por três valores específicos:

- **Primeiro Quartil (Q1);**
- **Segundo Quartil** ou **Mediana (Q2);**
- **Terceiro Quartil (Q3).**

O enunciado do exercício pede o **3º Quartil**, portanto, iremos nos aprofundar somente nele. O 3º Quartil, também conhecido como quartil superior, é o valor abaixo do qual **75%** dos dados se encontram. Ele divide os **75% menores** dados dos **25% maiores**.

De acordo com as instruções fornecidas pelo professor Ismael em seus materiais de estudo a respeito do **Processo de Cálculo de uma Separatriz**, é preciso seguir alguns passos:

## 1º passo:

Devemos acrescentar mais duas colunas a tabela que usamos como referencial, a coluna de **Frequências Acumuladas** e outra para a **Ordenação na Fila de Dados**. Dessa maneira, temos:

 Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	1º Trimestre 2024 Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Frequências Acumuladas
[108, 648[	389	389
[648, 1188[	348	737
[1188, 1728[	438	1175
[1728, 2268[	286	1461
[2268, 2808[	435	1896
[2808, 3348[	269	2165
[3348, 3888[	198	2363
[3888, 4428[	228	2591
[4428, 4968[	156	2747
[4968, 5508[	135	2882
[5508, 6048]	119	3001
<b>TOTAL</b>	<b>3001</b>	

O procedimento de cálculo dos valores que compõem a coluna “**Frequências Acumuladas**” toma como referência a coluna que contém as **frequências absolutas**, isto é, a coluna com o “**Número de Consultoras de Beleza Natura**”.

A palavra “acumuladas” em seu nome, já diz tudo sobre o funcionamento. Para preenchermos cada linha da coluna “**Frequências Acumuladas**”, iremos somar frequência absoluta com frequência absoluta, ou seja, acumularemos valores.

Tomemos como exemplo a frequência absoluta da primeira classe, o valor é **389**, como se trata do primeiro valor, não tem com o que acumular. Portanto, na coluna de “**Frequências Acumuladas**”, o valor que preenche a lacuna da primeira classe é o mesmo, **389**.

Contudo, para calcular a frequência acumulada da segunda classe, começamos com a frequência absoluta dessa classe, que é **348**. Em seguida, somamos a frequência absoluta da primeira classe, que é **389**. A soma dessas duas frequências é o que nos permite obter a **frequência acumulada** da segunda classe. Temos então:

$$389 + 348 = 737 \text{ (frequência acumulada da segunda classe)}$$

Dessa forma, é só replicarmos o procedimento até preenchermos a coluna “**Frequências Acumuladas**” por completo, exatamente o que foi feito na tabela acima.

Agora, partiremos para a segunda coluna a ser adicionada, a coluna “**Ordenação na Fila de Dados**”, não existe muito mistério aqui. Trata-se de uma coluna que tem como função a ordenação dos elementos na fila de dados de forma ordinal. Anexaremos ela as demais colunas, assim teremos um exemplo mais concreto:



	1º Trimestre 2024		
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Frequências Acumuladas	Ordenação na Fila de Dados
[108, 648[	389	389	1º ao 389º
[648, 1188[	348	737	390º ao 737º
[1188, 1728[	438	1175	738º ao 1175º
[1728, 2268[	286	1461	1176º ao 1461º
[2268, 2808[	435	1896	1462º ao 1896º
[2808, 3348[	269	2165	1897º ao 2165º
[3348, 3888[	198	2363	2166º ao 2363º
[3888, 4428[	228	2591	2364º ao 2591º
[4428, 4968[	156	2747	2592º ao 2747º
[4968, 5508[	135	2882	2748º ao 2882º
[5508, 6048]	119	3001	2883º ao 3001º
<b>TOTAL</b>	<b>3001</b>		

## 2º passo:

Adotando-se **N** (**N** é o somatório das frequências absolutas.), como o número de elementos da base de dados, utilizamos **Cs** (é o **percentual abaixo** da separatriz que vamos obter) para calcular **Cs.N** (se necessário, arredondando o resultado sempre [para cima] para o próximo número inteiro), para determinar a **posição na fila de dados** e, conseqüentemente, a **classe que contém a separatriz** (chamada de classe separatriz).

$$Cs . N \rightarrow 75\% \text{ de } 3001 \rightarrow 0,75 . 3001 = 2250,75 \rightarrow \mathbf{2251^\circ \text{ elemento.}}$$

A descoberta da posição na fila de dados nos permitirá determinar a classe que contém a mediana. Segue a tabela indicando a classe em questão:

	1º Trimestre 2024		
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número de Consultoras de Beleza Natura (fi)	Frequências Acumuladas	Ordenação na Fila de Dados
[108, 648[	389	389	1º ao 389º
[648, 1188[	348	737	390º ao 737º
[1188, 1728[	438	1175	738º ao 1175º
[1728, 2268[	286	1461	1176º ao 1461º
[2268, 2808[	435	1896	1462º ao 1896º
[2808, 3348[	269	2165	1897º ao 2165º
[3348, 3888[	198	2363	2166º ao 2363º
[3888, 4428[	228	2591	2364º ao 2591º
[4428, 4968[	156	2747	2592º ao 2747º
[4968, 5508[	135	2882	2748º ao 2882º
[5508, 6048]	119	3001	2883º ao 3001º
<b>TOTAL</b>	<b>3001</b>		

## Observação:

Na página de **número 4**, foi determinado o valor de **h** que representa a amplitude de cada uma das classes. Ao nosso contexto, o **h** é equivalente a: R\$ 540, 00.

O valor de **h** será utilizado no próximo passo, na aplicação da fórmula.

### 3º passo:

Com a **classe que contém a separatriz**, definida na etapa anterior, aplicamos a fórmula:

$$S = \ell + \frac{[Cs.N - Fac.ant.]. h}{f}$$

### Legenda:

*S* = separatriz

*Cs* = coeficiente da separatriz (% → **abaixo** de *S*)

*N* = n.o total de elementos = somatório das frequências absolutas

*Fac.ant.* = Frequência acumulada anterior à classe separatriz

*ℓ* = limite inferior da classe separatriz

*h* = amplitude da classe separatriz (*h* = *L* - *ℓ*)

*f* = frequência absoluta da classe separatriz

### Aplicando:

$$S = \ell + \frac{[Cs . N - Fac. ant. ]. h}{f}$$

$$S = 3348 + \frac{[0,75 . 3001 - 2165]. 540}{198}$$

$$S = 3348 + \frac{[2250,75 - 2165]. 540}{198}$$

$$S = 3348 + \frac{[85,75]. 540}{198}$$

$$S = 3348 + \frac{46305}{198}$$

$$S = 3348 + 233,8636363636364$$

$$S = 3581,863636363636$$

$$S \cong 3581,86$$

**Resposta:** A Renda Mensal correspondente ao 3.o Quartil da base de dados, em reais, é equivalente a R\$ 3.581,86.

**75%** das Consultoras de Beleza Natura recebem **menos R\$ 3.581,86** e **25%** das Consultoras de Beleza Natura recebem **mais**.