

**ENTREGÁVEL 3 (“SPRINT 3”) - 2.o SEMESTRE 2024**

**DISCIPLINA: Estatística para Soluções em T.I.**


**PROFESSOR: Ismael De Araújo Silva**

<b>TURMA: 2SIS</b>	
<b>NOME DA EQUIPE: Tech Trend</b>	
<b>Indicar o nome completo e o RM de cada integrante da equipe.</b>	
<b>(Máximo de cinco integrantes por equipe)</b>	
<b>Nome:</b> Enzo Luciano Duarte	<b>RM:</b> 552486
<b>Nome:</b> Francisco Henrique Lima	<b>RM:</b> 99545
<b>Nome:</b> João Victor Oliveira Avellar	<b>RM:</b> 550283
<b>Nome:</b> Murilo Santini Chequer	<b>RM:</b> 550198
<b>Nome:</b> Ronaldo Kozan Júnior	<b>RM:</b> 98865

**Enunciado:**

“Em uma reunião realizada junto a administradores da Natura, sobre a renda\* mensal bruta das CBs (Consultoras de Beleza) ativas, no segundo trimestre de 2024, considere que a equipe de vocês conseguiu obter a seguinte “Tabela 1” de dados correspondente a uma determinada categoria do plano de carreira Natura:”

**\* obtida com a venda de produtos Natura**

	
2.o Trimestre 2024	
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	18A
	32B
	46C
	59D
	72E
	87A
	115B
	132C
	141D
	154E
	163F
TOTAL	-

**Orientações para realização da avaliação:**

**RM (Registro de Matrícula) de um dos Integrantes da Equipe = ABCDEF**

- A:** é o primeiro algarismo do seu RM, da esquerda para direita;
- B:** é o segundo algarismo do seu RM, da esquerda para direita;
- C:** é o terceiro algarismo do seu RM, da esquerda para direita;
- D:** é o quarto algarismo do seu RM, da esquerda para direita;
- E:** é o quinto algarismo do seu RM, da esquerda para direita;
- F:** é o sexto algarismo do seu RM, da esquerda para direita. Caso **não exista** o algarismo F, adote F = 0 (zero).

- **S** é a soma de todos os algarismos do RM, da esquerda para direita, ou seja: **S = A + B + C + D + E + F**.

- **$l_1 = R\$ 2.S$**  (Duas vezes o valor de **S**) é o **limite inferior da primeira classe** de dados da tabela.

(Por exemplo, se  $S = 28$ , então  $l_1 = 2.(28) = R\$ 56,00$ .)

- **$h = R\$ 12.S$**  (Doze vezes o valor de **S**) é a **amplitude de cada uma das classes** de dados da tabela.

(Por exemplo, se  $S = 23$ , então  $h = 12 \text{ vezes } 23 = R\$ 276,00$ .)

- “18**A**” é um número de três algarismos, no qual o algarismo das centenas é 1, o algarismo das dezenas é 8 e o algarismo das unidades é **A**. Por exemplo, se **A** for igual a 5, então  $18A = 185$  (cento e oitenta e cinco). Esse critério deverá ser aplicado para os demais valores correspondentes ao “Número acumulado de consultoras de beleza Natura”, na tabela fornecida.
- “115**B**” é um número de quatro algarismos, no qual, o algarismo da unidade de milhar é 1, o algarismo das centenas é 1, o algarismo das dezenas é 5 e o algarismo das unidades é **B**. Por exemplo, se **B** for igual a 2, então  $115B = 1152$  (mil cento e cinquenta e dois). Esse critério deverá ser aplicado para os demais valores correspondentes ao “Número acumulado de consultoras de beleza Natura”, na tabela fornecida.

## Aplicação das Orientações...

O RM escolhido para tabela de número um foi o “**98865**”.

Entretanto, o RM em questão, apresenta cinco dígitos, o que nos gera uma conversão, da esquerda para direita, apenas das letras “A”, “B”, “C”, “D” e “E”.

Resta determinar um valor para letra “F”, que é equivalente ao sexto dígito, da esquerda para direita.

Para resolver essa situação, será necessário tomar o valor de “F” como zero. Dessa forma, será possível prosseguir com as questões que utilizarão o RM abordado.

### Visualização:

RM: 98865		
A	=	9
B	=	8
C	=	8
D	=	6
E	=	5
F	=	0

Ao prosseguir, nos é informado que “**S**” é a soma de todos os algarismos do RM, da esquerda para direita, ou seja:

$$S = 9 + 8 + 8 + 6 + 5 + 0$$

$$S = 36.$$

Também é informado que **l1**= R\$ 2.S (Duas vezes o valor de **S**) é o limite inferior da primeira classe de dados da tabela, isto é:

$$l1 = R\$ 2.36$$

$$l1 = R\$ 72,00.$$

É avisado que  $h = R\$ 12.S$  (Doze vezes o valor de **S**) é a amplitude de cada uma das classes de dados da tabela, o que gera:

$$h = R\$ 12.36$$

$$h = R\$ 432,00.$$

Agora, com as informações que temos, será viável determinar os valores da tabela que nos foi concedida pelo enunciado que contextualizou a Sprint 3.

**Tabela referência:**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	18A
	32B
	46C
	59D
	72E
	87A
	115B
	132C
	141D
	154E
	163F
TOTAL	-

**Tabela com os dados do RM escolhido:**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos Natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	189
	328
	468
	596
	725
	879
	1158
	1328
	1416
	1545
	1630
TOTAL	-

Com essas informações bem estabelecidas, podemos partir oficialmente para o desenvolvimento da **Análise 1**.

**[ANÁLISE 1]** [Valor: 20 pontos] Determinar a **Renda Mensal Médio-Geométrica** da **Tabela 1**, em reais (ou seja, calcular a média geométrica).

RM utilizado para a **Tabela 1**: “988650”.

**Apresentar:**

(I) (4,0 pontos) a tabela auxiliar com quatro colunas [1) **Classes**, 2) **Pontos médios “xi”**, 3) **Frequências Acumuladas “Fi”**, 4) **Frequências absolutas “fi”**] utilizada para o cálculo da ferramenta estatística solicitada.

Classes	Frequências Absolutas (fi)	Frequências Acumuladas (Fi)	Pontos Médios (xi)
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Frequência Absoluta	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura	Pontos Médios
[ R\$ 72,00 - R\$ 504,00 [	189	189	R\$ 288,00
[ R\$ 504,00 - R\$ 936,00 [	139	328	R\$ 720,00
[ R\$ 936,00 - R\$ 1.368,00 [	140	468	R\$ 1.152,00
[ R\$ 1.368,00 - R\$ 1.800,00 [	128	596	R\$ 1.584,00
[ R\$ 1.800,00 - R\$ 2.232,00 [	129	725	R\$ 2.016,00
[ R\$ 2.232,00 - R\$ 2.664,00 [	154	879	R\$ 2.448,00
[ R\$ 2.664,00 - R\$ 3.096,00 [	279	1158	R\$ 2.880,00
[ R\$ 3.096,00 - R\$ 3.528,00 [	170	1328	R\$ 3.312,00
[ R\$ 3.528,00 - R\$ 3.960,00 [	88	1416	R\$ 3.744,00
[ R\$ 3.960,00 - R\$ 4.392,00 [	129	1545	R\$ 4.176,00
[ R\$ 4.392,00 - R\$ 4.824,00 ]	85	1630	R\$ 4.608,00
<b>TOTAL</b>	<b>1630</b>		

Com o apoio da legenda que contém as fórmulas disponibilizadas pela orientação prévia, será possível demonstrar como foram determinados os valores das colunas que compõem a tabela acima. Assim, temos:

LEGENDA			
Soma de todos os algarismos do RM	$S = A + B + C + D + E + F$	=	36
Limite inferior da primeira classe de dados da tabela	$l1 = R\$ 2.S$ (Duas vezes o valor de S)	=	R\$ 72,00
Amplitude de cada uma das classes de dados da tabela	$h = R\$ 12.S$ (Doze vezes o valor de S)	=	R\$ 432,00

## Passo 01 – Coluna de Classes:

Para descobrir os valores da coluna “**Classes – Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)**”, é necessário que somemos o valor de “**l1**” (Limite inferior da primeira classe de dados da tabela) com o valor de “**h**” (Amplitude de cada uma das classes de dados da tabela) para calcularmos o valor do “**L1**” (Limite superior da primeira classe). Dessa maneira, tem-se o simples cálculo:

$$L1 = l1 + h$$

$$L1 = R\$ 72,00 + R\$ 432,00$$

$$L1 = R\$ 504,00.$$

**Observação:** Ao descobrir o **Limite superior da primeira classe**, também determinamos o **Limite inferior da segunda classe**. Apenas devemos repetir esse processo para preenchermos a coluna “Classes” por completo.

## Passo 02 – Coluna de Pontos Médios:

Para preenchermos a coluna dos “**Pontos Médios (xi)**”, será preciso somarmos o valor de “**l1**” (Limite inferior) com o valor de “**L1**” (Limite superior). Então dividirmos o resultado dessa soma pelo número “**2**”, para calcularmos o valor do “**Ponto Médio**” da respectiva classe.

**Fórmula:**

$$xi = \frac{l1 + L1}{2}$$

Substituindo os valores, temos:

$$xi = \frac{R\$ 72,00 + R\$ 504,00}{2}$$

$$xi = \frac{R\$ 576,00}{2}$$

$$xi = R\$ 288,00.$$

Portanto, “**R\$ 288,00**” corresponde ao **Ponto Médio** da primeira classe da **Tabela 1**.

### Passo 03 – Coluna de Frequências Acumuladas:

A coluna de “**Frequências Acumuladas (Fi) – Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura**” já foi preenchida na etapa de “Aplicação das Orientações”, mais especificamente na página de **número 5**. Todavia, segue o que foi feito:

**Tabela referência (enunciado):**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos Natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	18A
	32B
	46C
	59D
	72E
	87A
	115B
	132C
	141D
	154E
	163F
TOTAL	-

**Tabela com os dados do RM escolhido:**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos Natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	189
	328
	468
	596
	725
	879
	1158
	1328
	1416
	1545
	1630
TOTAL	-

Aqui nada mais aconteceu do que a substituição das letras contidas na tabela do enunciado, pelos dígitos do **RM escolhido** para desenvolver a **Análise 1**.



Conforme a tabela a seguir:

RM: 98865		
A	=	9
B	=	8
C	=	8
D	=	6
E	=	5
F	=	0

#### Passo 04 – Coluna de Frequências Absolutas:

Para descobrirmos os valores da coluna de “**Frequências Absolutas (fi) – Número absoluto de Consultoras de Beleza Natura**”, será necessário utilizar como referência os valores da coluna de “**Frequências Acumuladas (Fi) – Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura**”.

Ao olharmos para a coluna que contém as frequências acumuladas, “puxamos na memória” que a **frequência acumulada (Fi)**, da primeira classe, é equivalente a **frequência absoluta (fi)** da primeira classe.

Dessa acordo com os dados da tabela 1, temos então:

$$Fi = fi$$

$$189 = 189$$

$$Fi = (\text{frequência acumulada da 1ª classe});$$

$$fi = (\text{frequência absoluta da 1ª classe}).$$

Com isso em mente, é possível determinar a **frequência absoluta (fi)** da **segunda classe**. Portanto, agora que se sabe que a **frequência absoluta** da **primeira classe** é de “**189**”, basta subtrair esse valor da **frequência acumulada (Fi)** da **segunda classe** para encontrarmos a **diferença** que corresponde a **frequência absoluta (fi)** da **segunda classe** da **tabela 1**.

Conforme a demonstração a seguir:

$$fi2 = Fi2 - fi1$$

$$fi2 = (\text{frequência absoluta da 2ª classe});$$

$$Fi2 = (\text{frequência acumulada da 2ª classe});$$

$$fi1 = (\text{frequência absoluta da 1ª classe}).$$

**Substituindo:**

$$fi2 = 328 - 189$$

$$fi2 = 139 \text{ (frequência absoluta da 2ª classe).}$$

Aplicando esse procedimento as demais frequências classes com suas respectivas frequências acumuladas, será possível determinar a frequência absoluta de cada classe.

**(III)** (6,0 pontos) o **modelo estatístico utilizado** (a fórmula) para o **cálculo** e a **substituição** dos valores no **modelo estatístico**.

Para determinarmos a **Renda Mensal Médio-Geométrica** da **Tabela 1** (que contém dados agrupados em distribuições de frequências), em reais (ou seja, calcular a média geométrica), utilizaremos do seguinte modelo estatístico:

**Média Geométrica para dados agrupados em distribuições de frequências**

$$M.G. = \sqrt[N]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_K^{f_K}}$$

**M. G** = Média Geométrica;

**N** = Somatório de  $f_1/f_i$  (somatório das frequências absolutas);

**x** = Pontos Médios.

Substituindo na fórmula os **valores da tabela 1**, teremos:

$$M.G. = \sqrt[1630]{288^{189} \times 720^{139} \times 1152^{140} \times 1584^{128} \times 2016^{129} \times 2448^{154} \times 2880^{279} \times 3312^{170} \times 3744^{88} \times 4176^{129} \times 4608^{85}}$$

Com o objetivo de simplificar o cálculo, é possível retirar os números da **raiz de 1630ª**, elevando os mesmos ao inverso de **1630**, o que corresponde à  $\frac{1}{1630}$ .

Portanto, ficaremos com:

$$M.G. = (288^{189} \times 720^{139} \times 1152^{140} \times 1584^{128} \times 2016^{129} \times 2448^{154} \times 2880^{279} \times 3312^{170} \times 3744^{88} \times 4176^{129} \times 4608^{85})^{\frac{1}{1630}}$$

Todavia, pelo fato de que o resultado do cálculo acima ser um número muito grande, onde nem mesmo o software de calculadora do Excel, em condições normais, consegue calcular.

Dividiremos então todos os “**x (pontos médios)**” por **2000**, e ao final, multiplicaremos a operação completa pelo valor de **2000** também, com a finalidade de contornarmos essa situação. Dessa forma, teremos:

**M. G =**

$$\left( 0,144^{189} \times 0,36^{139} \times 0,576^{140} \times 0,792^{128} \times 1,008^{129} \times 1,224^{154} \times 1,44^{279} \times 1,656^{170} \times 1,872^{88} \times 2,088^{129} \times 2,304^{85} \right)^{\frac{1}{1630}} \times 2000$$

$$M. G \cong 1796,81052157227$$

**(III)** (10,0 pontos) o **resultado obtido**.

**Resposta:** A tabela 1 possui uma **Renda Mensal Médio-Geométrica** de aproximadamente **R\$ 1.796,81**.

**[ANÁLISE 2]** [Valor: 20 pontos] Determinar a **Renda Mensal Médio-Harmônica** da **Tabela 1, em reais** (ou seja, calcular a média harmônica).

**RM** utilizado para a **Tabela 1: “988650”**.

**Apresentar:**

**(I)** (4,0 pontos) a tabela auxiliar com quatro colunas [1) **Classes**, 2) **Pontos médios “xi”**, 3) **Frequências Acumuladas “Fi”**, 4) **Frequências absolutas “fi”**] utilizada para o cálculo da ferramenta estatística solicitada.

Classes	Frequências Absolutas (fi)	Frequências Acumuladas (Fi)	Pontos Médios (xi)
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Frequência Absoluta	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura	Pontos Médios
[ R\$ 72,00 - R\$ 504,00 [	189	189	R\$ 288,00
[ R\$ 504,00 - R\$ 936,00 [	139	328	R\$ 720,00
[ R\$ 936,00 - R\$ 1.368,00 [	140	468	R\$ 1.152,00
[ R\$ 1.368,00 - R\$ 1.800,00 [	128	596	R\$ 1.584,00
[ R\$ 1.800,00 - R\$ 2.232,00 [	129	725	R\$ 2.016,00
[ R\$ 2.232,00 - R\$ 2.664,00 [	154	879	R\$ 2.448,00
[ R\$ 2.664,00 - R\$ 3.096,00 [	279	1158	R\$ 2.880,00
[ R\$ 3.096,00 - R\$ 3.528,00 [	170	1328	R\$ 3.312,00
[ R\$ 3.528,00 - R\$ 3.960,00 [	88	1416	R\$ 3.744,00
[ R\$ 3.960,00 - R\$ 4.392,00 [	129	1545	R\$ 4.176,00
[ R\$ 4.392,00 - R\$ 4.824,00 [	85	1630	R\$ 4.608,00
<b>TOTAL</b>	<b>1630</b>		

(III) (6,0 pontos) o **modelo estatístico utilizado** (a fórmula) para o **cálculo** e a **substituição** dos valores no **modelo estatístico**.

Para determinarmos a **Renda Mensal Médio-Harmônica** da **Tabela 1** (que contém dados agrupados em distribuições de frequências), **em reais** (ou seja, calcular a média harmônica), utilizaremos do seguinte modelo estatístico:

**MÉDIA HARMÔNICA PARA DADOS AGRUPADOS**

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^K \frac{f_i}{x_i}}$$

**M.H** = Média Harmônica;

**N** = Somatório de *f<sub>i</sub>* (frequência absoluta);

$\sum$  = Somatório da divisão da frequência absoluta (*f<sub>i</sub>*) por ponto médio (*x<sub>i</sub>*);

**f<sub>i</sub>** = frequência absoluta;

**x<sub>i</sub>** = ponto médio.

Substituindo na fórmula os **valores da tabela 1**, teremos:

$$M.H = \frac{1630}{\left(\frac{189}{288} + \frac{139}{720} + \frac{140}{1152} + \frac{128}{1584} + \frac{129}{2016} + \frac{154}{2448} + \frac{279}{2880} + \frac{170}{3312} + \frac{88}{3744} + \frac{129}{4176} + \frac{85}{4608}\right)}$$

$$M.H = \frac{1630}{1,39958276718452}$$

$$M.H \cong 1164,63280215931$$

(III) (10,0 pontos) o **resultado obtido**.

**Resposta:** A tabela 1 possui uma **Renda Mensal Médio-Harmônica** de aproximadamente **R\$ 1.164,63**.

## Aplicação das Orientações...

O RM escolhido para tabela de número dois foi o “99545”.

Entretanto, o RM em questão, apresenta cinco dígitos, o que nos gera uma conversão, da esquerda para direita, apenas das letras “A”, “B”, “C”, “D” e “E”.

Resta determinar um valor para letra “F”, que é equivalente ao sexto dígito, da esquerda para direita.

Para resolver essa situação, será necessário tomar o valor de “F” como zero. Dessa forma, será possível prosseguir com as questões que utilizarão o RM abordado.

### Visualização:

RM: 99545		
A	=	9
B	=	9
C	=	5
D	=	4
E	=	5
F	=	0

Ao prosseguir, nos é informado que “**S**” é a soma de todos os algarismos do RM, da esquerda para direita, ou seja:

$$S = 9 + 9 + 5 + 4 + 5 + 0$$

$$S = 32.$$

Também é informado que **l1**= R\$ 2.S (Duas vezes o valor de **S**) é o limite inferior da primeira classe de dados da tabela, isto é:

$$l1 = R\$ 2.32$$

$$l1 = R\$ 64,00.$$

É avisado que  $h = R\$ 12.S$  (Doze vezes o valor de **S**) é a amplitude de cada uma das classes de dados da tabela, o que gera:

$$h = R\$ 12.32$$

$$h = R\$ 384,00.$$

Agora, com as informações que temos, será viável determinar os valores da tabela que nos foi concedida pelo enunciado que contextualizou a Sprint 3.

**Tabela referência:**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	18A
	32B
	46C
	59D
	72E
	87A
	115B
	132C
	141D
	154E
	163F
TOTAL	-

**Tabela com os dados do RM escolhido:**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos Natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	189
	329
	465
	594
	725
	879
	1159
	1325
	1414
	1545
	1630
TOTAL	-

Com essas informações bem estabelecidas, podemos partir oficialmente para o desenvolvimento da **Análise 3**.

**[ANÁLISE 3]** [Valor: 40 pontos] Construa uma **Tabela 2**, nas mesmas condições da **Tabela 1**, utilizando **um outro RM (de outro integrante da equipe)**.

**RM** utilizado para a **Tabela 2**: “995450”.

a) Determinar a **Renda Mensal Médio-Geométrica**, em reais, da **Tabela 2**.

**Apresentar:**

**(I)** (4,0 pontos) a tabela auxiliar com quatro colunas [1) **Classes**, 2) **Pontos médios “xi”**, 3) **Frequências Acumuladas “Fi”**, 4) **Frequências absolutas “fi”**] utilizada para o cálculo da ferramenta estatística solicitada.

Classes	Frequência Absoluta (fi)	Frequência Acumulada (Fi)	Ponto Médio (xi)
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Frequência Absoluta	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura	Pontos Médios
[ R\$ 64,00 - R\$ 448,00 [	189	189	R\$ 256,00
[ R\$ 448,00 - R\$ 832,00 [	140	329	R\$ 640,00
[ R\$ 832,00 - R\$ 1.216,00 [	136	465	R\$ 1.024,00
[ R\$ 1.216,00 - R\$ 1.600,00 [	129	594	R\$ 1.408,00
[ R\$ 1.600,00 - R\$ 1.984,00 [	131	725	R\$ 1.792,00
[ R\$ 1.984,00 - R\$ 2.368,00 [	154	879	R\$ 2.176,00
[ R\$ 2.368,00 - R\$ 2.752,00 [	280	1159	R\$ 2.560,00
[ R\$ 2.752,00 - R\$ 3.136,00 [	166	1325	R\$ 2.944,00
[ R\$ 3.136,00 - R\$ 3.520,00 [	89	1414	R\$ 3.328,00
[ R\$ 3.520,00 - R\$ 3.904,00 [	131	1545	R\$ 3.712,00
[ R\$ 3.904,00 - R\$ 4.288,00 ]	85	1630	R\$ 4.096,00
<b>TOTAL</b>	<b>1630</b>		

Com o apoio da legenda que contém as fórmulas disponibilizadas pela orientação prévia, será possível demonstrar como foram determinados os valores das colunas que compõem a tabela acima. Assim, temos:

LEGENDA			
Soma de todos os algarismos do RM	$S = A + B + C + D + E + F$	=	32
Limite inferior da primeira classe de dados da tabela	$l_1 = R\$ 2.S$ (Duas vezes o valor de S)	=	R\$ 64,00
Amplitude de cada uma das classes de dados da tabela	$h = R\$ 12.S$ (Doze vezes o valor de S)	=	R\$ 384,00

## Passo 01 – Coluna de Classes:

Para descobrir os valores da coluna “**Classes – Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)**”, é necessário que somemos o valor de “**l1**” (Limite inferior da primeira classe de dados da tabela) com o valor de “**h**” (Amplitude de cada uma das classes de dados da tabela) para calcularmos o valor do “**L1**” (Limite superior da primeira classe). Dessa maneira, tem-se o simples cálculo:

$$L1 = l1 + h$$

$$L1 = R\$ 64,00 + R\$ 384,00$$

$$L1 = R\$ 448,00.$$

**Observação:** Ao descobrir o **Limite superior da primeira classe**, também determinamos o **Limite inferior da segunda classe**. Apenas devemos repetir esse processo para preenchermos a coluna “Classes” por completo.

## Passo 02 – Coluna de Pontos Médios:

Para preenchermos a coluna dos “**Pontos Médios (xi)**”, será preciso somarmos o valor de “**l1**” (Limite inferior) com o valor de “**L1**” (Limite superior). Então dividirmos o resultado dessa soma pelo número “**2**”, para calcularmos o valor do “**Ponto Médio**” da respectiva classe.

**Fórmula:**

$$xi = \frac{l1 + L1}{2}$$

Substituindo os valores, temos:

$$xi = \frac{R\$ 64,00 + R\$ 448,00}{2}$$

$$xi = \frac{R\$ 512,00}{2}$$

$$xi = R\$ 256,00.$$

Portanto, “**R\$ 256,00**” corresponde ao **Ponto Médio** da primeira classe da **Tabela 2**.



### Passo 03 – Coluna de Frequências Acumuladas:

A coluna de “**Frequências Acumuladas (Fi) – Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura**” já foi preenchida na etapa de “Aplicação das Orientações”, mais especificamente na página de **número 5**. Todavia, segue o que foi feito:

**Tabela referência (enunciado):**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	18A
	32B
	46C
	59D
	72E
	87A
	115B
	132C
	141D
	154E
	163F
TOTAL	-

**Tabela com os dados do RM escolhido:**

Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos Natura)	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura
	189
	329
	465
	594
	725
	879
	1159
	1325
	1414
	1545
	1630
TOTAL	-

Aqui nada mais aconteceu do que a substituição das letras contidas na tabela do enunciado, pelos dígitos do **RM escolhido** para desenvolver a **Análise 3**.

Conforme a tabela a seguir:

RM: 99545		
A	=	9
B	=	9
C	=	5
D	=	4
E	=	5
F	=	0

## Passo 04 – Coluna de Frequências Absolutas:

Para descobrirmos os valores da coluna de “**Frequências Absolutas (fi) – Número absoluto de Consultoras de Beleza Natura**”, será necessário utilizar como referência os valores da coluna de “**Frequências Acumuladas (Fi) – Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura**”.

Ao olharmos para a coluna que contém as frequências acumuladas, “puxamos na memória” que a **frequência acumulada (Fi)**, da primeira classe, é equivalente a **frequência absoluta (fi)** da primeira classe.

Dessa acordo com os dados da tabela 2, temos então:

$$Fi = fi$$

$$189 = 189$$

$$Fi = (\text{frequência acumulada da 1ª classe});$$

$$fi = (\text{frequência absoluta da 1ª classe}).$$

Com isso em mente, é possível determinar a **frequência absoluta (fi)** da **segunda classe**. Portanto, agora que se sabe que a **frequência absoluta** da **primeira classe** é de “**189**”, basta subtrair esse valor da **frequência acumulada (Fi)** da **segunda classe** para encontrarmos a **diferença** que corresponde a **frequência absoluta (fi)** da **segunda classe** da **tabela 2**.

Conforme a demonstração a seguir:

$$fi2 = Fi2 - fi1$$

$$fi2 = (\text{frequência absoluta da 2ª classe});$$

$$Fi2 = (\text{frequência acumulada da 2ª classe});$$

$$fi1 = (\text{frequência absoluta da 1ª classe}).$$

**Substituindo:**

$$fi2 = 329 - 189$$

$$fi2 = 140 (\text{frequência absoluta da 2ª classe}).$$

Aplicando esse procedimento as demais frequências classes com suas respectivas frequências acumuladas, será possível determinar a frequência absoluta de cada classe.

**(III)** (6,0 pontos) o **modelo estatístico utilizado** (a fórmula) para o **cálculo** e a **substituição** dos valores no **modelo estatístico**.

Para determinarmos a **Renda Mensal Médio-Geométrica** da **Tabela 2** (que contém dados agrupados em distribuições de frequências), em reais (ou seja, calcular a média geométrica), utilizaremos do seguinte modelo estatístico:

### Média Geométrica para dados agrupados em distribuições de frequências

$$M.G. = \sqrt[N]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_K^{f_K}}$$

*M. G = Média Geométrica;*

*N = Somatório de  $f_1/f_i$  (somatório das frequências absolutas);*

*x = Pontos Médios.*

Substituindo na fórmula os **valores da tabela 2**, teremos:

$$M.G. = \sqrt[1630]{256^{189} \times 640^{140} \times 1024^{136} \times 1408^{129} \times 1792^{131} \times 2176^{154} \times 2560^{280} \times 2944^{166} \times 3328^{89} \times 3712^{131} \times 4096^{85}}$$

Com o objetivo de simplificar o cálculo, é possível retirar os números da **raiz de 1630<sup>a</sup>**, elevando os mesmos ao inverso de **1630**, o que corresponde à  $\frac{1}{1630}$ .

Portanto, ficaremos com:

$$M.G. = (256^{189} \times 640^{140} \times 1024^{136} \times 1408^{129} \times 1792^{131} \times 2176^{154} \times 2560^{280} \times 2944^{166} \times 3328^{89} \times 3712^{131} \times 4096^{85})^{\frac{1}{1630}}$$

Todavia, pelo fato de que o resultado do cálculo acima ser um número muito grande, onde nem mesmo o software de calculadora do Excel, em condições normais, consegue calcular.

Dividiremos então todos os “**x (pontos médios)**” por **2000**, e ao final, multiplicaremos a operação completa pelo valor de **2000** também, com a finalidade de contornarmos essa situação. Dessa forma, teremos:

$$M.G = (0,128^{189} \times 0,32^{140} \times 0,512^{136} \times 0,704^{129} \times 0,896^{131} \times 1,088^{154} \times 1,28^{280} \times 1,472^{166} \times 1,664^{89} \times 1,856^{131} \times 2,048^{85})^{\frac{1}{1630}}$$

$$M.G \cong 1598,55114812471$$

**(III)** (10,0 pontos) o **resultado obtido**.

**Resposta:** A tabela 2 possui uma **Renda Mensal Médio-Geométrica** de aproximadamente **R\$ 1.598,55**.

b) Determinar a **Renda Mensal Médio-Harmônica**, em reais, da **Tabela 2**.

**RM** utilizado para a **Tabela 2**: “995450”.

**Apresentar:**

**(I)** (4,0 pontos) a tabela auxiliar com quatro colunas [1) **Classes**, 2) **Pontos médios “xi”**, 3) **Frequências Acumuladas “Fi”**, 4) **Frequências absolutas “fi”**] utilizada para o cálculo da ferramenta estatística solicitada.

Classes	Frequência Absoluta (fi)	Frequência Acumulada (Fi)	Ponto Médio (xi)
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Frequência Absoluta	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura	Pontos Médios
[ R\$ 64,00 - R\$ 448,00 [	189	189	R\$ 256,00
[ R\$ 448,00 - R\$ 832,00 [	140	329	R\$ 640,00
[ R\$ 832,00 - R\$ 1.216,00 [	136	465	R\$ 1.024,00
[ R\$ 1.216,00 - R\$ 1.600,00 [	129	594	R\$ 1.408,00
[ R\$ 1.600,00 - R\$ 1.984,00 [	131	725	R\$ 1.792,00
[ R\$ 1.984,00 - R\$ 2.368,00 [	154	879	R\$ 2.176,00
[ R\$ 2.368,00 - R\$ 2.752,00 [	280	1159	R\$ 2.560,00
[ R\$ 2.752,00 - R\$ 3.136,00 [	166	1325	R\$ 2.944,00
[ R\$ 3.136,00 - R\$ 3.520,00 [	89	1414	R\$ 3.328,00
[ R\$ 3.520,00 - R\$ 3.904,00 [	131	1545	R\$ 3.712,00
[ R\$ 3.904,00 - R\$ 4.288,00 ]	85	1630	R\$ 4.096,00
<b>TOTAL</b>	<b>1630</b>		

(III) (6,0 pontos) o **modelo estatístico utilizado** (a fórmula) para o **cálculo** e a **substituição** dos valores no **modelo estatístico**.

Para determinarmos a **Renda Mensal Médio-Harmônica** da **Tabela 2** (que contém dados agrupados em distribuições de frequências), **em reais** (ou seja, calcular a média harmônica), utilizaremos do seguinte modelo estatístico:

**MÉDIA HARMÔNICA PARA DADOS  
AGRUPADOS**

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^K \frac{f_i}{x_i}}$$

**M.H** = Média Harmônica;

**N** = Somatório de  $f_i$  (frequência absoluta);

$\sum$  = Somatório da divisão da frequência absoluta ( $f_i$ ) por ponto médio ( $x_i$ );

**$f_i$**  = frequência absoluta;

**$x_i$**  = ponto médio.

Substituindo na fórmula os **valores da tabela 2**, teremos:

$$M.H = \frac{1630}{\left(\frac{189}{256} + \frac{140}{640} + \frac{136}{1024} + \frac{129}{1408} + \frac{131}{1792} + \frac{154}{2176} + \frac{280}{2560} + \frac{166}{2944} + \frac{89}{3328} + \frac{131}{3712} + \frac{85}{4096}\right)}$$

$$M.H = \frac{1630}{1,57388436500439}$$

$$M.H \cong 1035,65422990618$$

(III) (10,0 pontos) o **resultado obtido**.

**Resposta:** A tabela 2 possui uma **Renda Mensal Médio-Harmônica** de aproximadamente **R\$ 1.035,65**.

**[ANÁLISE 4]** [Valor: 10 pontos] Determinar:

a) **(2,5 pontos)** o **Nível de Dispersão  $D_1$**  da **Tabela 1**. ( $D_1 = M.G. - M.H.$ ):

$$D_1 = M.G. - M.H.$$

$$D_1 = R\$ 1.796,81 - R\$ 1.164,63.$$

$$D_1 = R\$ 632,18$$

**Resposta:** O **Nível de Dispersão  $D_1$**  da **Tabela 1** é equivalente a **R\$ 632,18**.

b) **(2,5 pontos)** o **Nível de Dispersão  $D_2$**  da **Tabela 2**. ( $D_2 = M.G. - M.H.$ ):

$$D_2 = M.G. - M.H.$$

$$D_2 = R\$ 1.598,55 - R\$ 1.035,65$$

$$D_2 = R\$ 562,90$$

**Resposta:** O **Nível de Dispersão  $D_2$**  da **Tabela 2** é equivalente a **R\$ 562,90**.

c) **(5,0 pontos)** a tabela com a **maior regularidade salarial** mensal (renda mensal).

**Resposta:** Considera-se que a tabela com o **menor Nível de Dispersão (D)** possui a maior regularidade salarial. Isso ocorre porque uma menor dispersão indica que os salários estão mais próximos uns dos outros, mostrando uma distribuição mais regular.

Comparação:  $D_2$  (**R\$ 562,90**) <  $D_1$  (**R\$ 632,18**).

Portanto, a **Tabela 2** possui a maior regularidade salarial mensal, pois tem um Nível de Dispersão menor (**R\$ 562,90**).

**[ANÁLISE 5]** [Valor: 10 pontos] Determinar o valor da **Renda Mensal Médio-Quadrática** da **Tabela 1** (ou seja, calcular a média quadrática).

RM utilizado para a **Tabela 1**: “988650”.

**Apresentar:**

(I) (2,0 pontos) a tabela auxiliar com cinco colunas [1) **Classes**, 2) **Pontos médios “ $x_i$ ”**, 3) **Frequências Acumuladas “ $F_i$ ”**, 4) **Frequências absolutas “ $f_i$ ”**, 5) **Apoio  $(x_i)^2 \cdot f_i$** ] utilizada para o cálculo da ferramenta estatística solicitada.

Classes	Frequência Absoluta ( $f_i$ )	Frequência Acumulada ( $F_i$ )	Ponto Médio ( $x_i$ )	Apoio $(x_i)^2 \cdot f_i$
Renda Mensal Bruta em R\$ (obtida com a venda de produtos natura)	Frequências Absolutas	Número Acumulado de Consultoras de Beleza Natura	Pontos Médios	Apoio $(x_i)^2 \cdot f_i$
[ R\$ 72,00 - R\$ 504,00 [	189	189	288	15676416
[ R\$ 504,00 - R\$ 936,00 [	139	328	720	72057600
[ R\$ 936,00 - R\$ 1.368,00 [	140	468	1152	185794560
[ R\$ 1.368,00 - R\$ 1.800,00 [	128	596	1584	321159168
[ R\$ 1.800,00 - R\$ 2.232,00 [	129	725	2016	524289024
[ R\$ 2.232,00 - R\$ 2.664,00 [	154	879	2448	922876416
[ R\$ 2.664,00 - R\$ 3.096,00 [	279	1158	2880	2314137600
[ R\$ 3.096,00 - R\$ 3.528,00 [	170	1328	3312	1864788480
[ R\$ 3.528,00 - R\$ 3.960,00 [	88	1416	3744	1233543168
[ R\$ 3.960,00 - R\$ 4.392,00 [	129	1545	4176	2249627904
[ R\$ 4.392,00 - R\$ 4.824,00 ]	85	1630	4608	1804861440
<b>TOTAL</b>	<b>1630</b>			<b>11508811776</b>

(III) (3,0 pontos) a **substituição dos valores** no modelo estatístico.

$$Média Quadrática = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((x_i)^2 \cdot f_i)}{\sum_{i=1}^n f_i}} = \sqrt{\frac{(x_1)^2 \cdot f_1 + (x_2)^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n)^2 \cdot f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}}$$

**Obs:**

$x_1, x_2, \dots, x_n$  são os pontos médios de cada uma das classes de dados;

$f_1, f_2, \dots, f_n$  são as frequências absolutas de cada uma das classes de dados.

**Substituindo:**

$$M.Q = \sqrt{\frac{(288)^2 \times 189 + (720)^2 \times 139 + (1152)^2 \times 140 + (1584)^2 \times 128 + \dots + (4608)^2 \times 85}{1630}}$$

$$M.Q = \sqrt{\frac{11508811776}{1630}}$$

$$M.Q = \sqrt{7060620,72147239}$$

$$M.Q \cong 2657,18285435391$$

(III) (5,0 pontos) o resultado obtido.

O valor da **Renda Mensal Médio-Quadrática** da **Tabela 1** (ou seja, a média quadrática) é equivalente a **R\$ 2.657,18**.