PROBLEMAS PARA RESOLVER CON COMPUTADORA

MATEMÁTICAS, PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA, QUÍMICA, FÍSICA, BIOLOGÍA Y ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS

Donald D. Spencer

LIMUSA

Los problemas que se incluyen están agrupados por los siguientes temas:

- Algebra
- Geometría
- Trigonometría
- Probabilidad
- Estadística
- Teoría de los Números
- Química
- Física
- Administración
- Juegos con la computadora

PROBLEMAS PARA RESOLVER CON COMPUTADORA

(Matemáticas, Probabilidad y Estadística, Química, Física, Biología y Administración de Negocios.)

PROBLEMAS PARA RESOLVER CON COMPUTADORA

(Matemáticas, Probabilidad y Estadística, Química, Física, Biología y Administración de Negocios.)

Donald D. Spencer

EDITORIAL LIMUSA
MEXICO•ESPAÑA•VENEZUELA•ARGENTINA
COLOMBIA•PUERTO RICO

Versión autorizada en español de la obra publicada en inglés por Hayden Book Company, Inc., con el título PROBLEMS FOR COMPUTER SOLUTION, Segunda edición. © by Hayden Book Company, Inc.

Versión española:

Guillermo García Talavera

Ingeniero en Comunicaciones y Electrónica y ex-profesor de Teoría de Circuitos Eléctricos en el Instituto Politécnico Nacional de México.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial. Registro No. 121

Primera edición: 1985
Impreso en México
(3913)

ISBN 968-18-1813-X

PROLOGO

El propósito de este libro es reunir en un volumen una amplia relación de problemas para complementar los diversos textos de lenguajes para programación. Con mucha frecuencia los textos de programación no contienen suficientes problemas para otorgar a los estudiantes neófitos la práctica que requieren.

Este libro se escribió específicamente para servir como un complemento para cualquier texto de lenguaje para programación (BASIC, FORTRAN, APL, PL/1, etc.). La obra completa es independiente de cualquier lenguaje de programación particular.

Los problemas presentados aquí se distribuyeron por temas. Se incluyeron problemas provenientes de la mayoría de las disciplinas matemáticas (álgebra, geometría, trigonometría, matemáticas avanzadas, probabilidad, estadística y teoría de los números); de ciencias químicas, físicas, biológicas, administrativas y teoría de juegos.

En cada capítulo se intentó disponer los problemas según su grado de dificultad; sin embargo, como la dificultad de cualquier problema depende de las bases y aptitudes de quien pretenda resolverlo, la distribución de los problemas debe verse con reservas. Por consiguiente, no debe suponerse que a un cierto problema van a sucederle otros de mayor dificultad. Algunos problemas incluyen diagramas como ayuda al lector.

El libro puede ser utilizado lo mismo por estudiantes que por profesores. El autor considera que la programación no puede aprenderse simplemente leyendo una descripción sobre cómo hacerla, sino que más bien se aprende experimentando y realizando. La gama amplia de problemas proporcionará material bastante para ejercicios de los estudiantes y estimulará su interés por la computación. El profesor puede, por ejemplo, utilizar el libro como una "fuente" de ejercicios, de temas de evaluación, de asignación de tareas, etc.

Haremos una advertencia a los estudiantes que vean el libro: cerciórense de haber entendido completamente el problema antes de intentar resolverlo; desarrollen luego un algoritmo y tracen un diagrama de flujo. Después de esto, estarán ustedes listos para escribir un programa de computadora para resolver el problema.

¡Feliz solución de problemas!

Donald D. Spencer

CONTENIDO

CAPITULO 1

PROBLEMAS INTRODUCTORIOS

Este capítulo contiene una miscelánea de problemas introductorios adecuados para solucionarse con computadora. Aunque muchos de ellos no son más que meros ejercicios, estos problemas son ideales como "problemas iniciales" para estudiantes que están aprendiendo a usar la computadora.

1. Imprimir los enteros del 9 al 43.

2. Imprimir los enteros impares del 7 al 51.

3. Imprimir los enteros pares del 2 al 48.

4. Imprimir los enteros del 1 al 30, apareados con sus recíprocos.

5. Imprimir una tabla de potencias del 2 que no exceda al 1,000.

6. Convertir pulgadas a yardas, y pies a pulgadas.

7. Determinar si un número dado es divisible entre 14.

8. Determinar si un entero dado es un múltiplo de 6.

9. Introducir y determinar si es "par" o "impar"

10. Escribir un programa que acepte 25 enteros positivos como datos y describir cada uno como "impar"o "par".

11. Introducir un conjunto de 25 números. Determinar la cantidad de números positivos y negativos del conjunto.

12. Encontrar el entero positivo mayor en una lista de quince enteros, algunos de los cuales son impares.

13. Determinar el segundo entero más grande en un conjunto de quince enteros positivos suministrados como datos.

14. Determinar cuál cantidad es mayor: 3^{75} ó 2^{100}.

15. Imprimir la tabla de sumar hasta 12 + 12.

16. Imprimir la tabla de multiplicar hasta 12 x 12.

17. Calcular e imprimir la suma de los enteros del 1 al 20.

18. Encontrar la suma de 35 enteros.

19. Encontrar la suma de los enteros del 1 al 1,000.

20. Encontrar la suma de todos los enteros pares del 2 al 2,000.

21. De dos números cualesquiera, encontrar la suma e indicar si es positiva, negativa o cero.

22. Introducir un entero positivo N. Encontrar la suma de los N enteros. Imprimir cada uno de los enteros y la suma.

23. Introducir N enteros. Calcular e imprimir el producto de los números pares.

24. Calcular e imprimir una tabla de dos columnas que muestre, en la primera, los enteros del 1 al n, y en la segunda a n^2. No utilizar un entero mayor que 30 para n.

25. La tabla siguiente muestra las potencias cuartas de los números del 1 al 5. Calcular e imprimir una tabla similar que contenga las potencias cuartas de los primeros cincuenta enteros.

Números	Potencia cuarta
1	1
2	16
3	81
4	256
5	625

26. Imprimir una tabla de raíces cuadradas de los números 100, 101, 102, ..., 120.

27. Encontrar la suma de los cuadrados de los enteros del 1 al N. Es decir, su programa calculará: $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + N^2$.

28. Calcular la suma de las raíces cuadradas de los números impares que hay entre 1 y 1,000.

29. Convertir dólares en forma decimal al equivalente en monedas.

30. Convertir P libras inglesas a D dólares y C centavos. Usar el tipo de cambio \$2.80 = 1 libra.

31. Convertir P libras inglesas, S chelines y E peniques a D dólares y C centavos. (1 libra = 20 chelines; 1 chelín = 12 peniques).

32. Determinar si un entero dado es divisible entre 2 y 5.

33. Imprimir la suma y el producto de todos los posibles pares diferentes de enteros del 15 al 20.

34. Determinar si la suma $3^{1974} + 3^{1974} + 3^{1974}$ es igual a 3^{1975}.

35. Escribir un programa que determine las constantes W, X, Y y Z en la ecuación WX + Y = YZ — Z, e imprimir la solución.

36. Calcular z de acuerdo con la fórmula siguiente. Asignar las variables numéricas aprobadas. Sean a = 4, b = 6, x = 8, y = 2, y c = 5 cuando "corra" su programa:

$$z = (a+b)^3 - (x+y)^2 (a-c)^4 + 1/2 (c+x).$$

37. Encontrar el mayor número entre N números no nulos. Su programa calculará N, contando el número de valores no nulos que precede a un cero final.

38. Introducir 12 valores de A y 10 de B. Calcular la suma de los valores A, la de los B, y la suma de los productos AB.

39. Dados diez enteros, imprimir sólo el mayor. No suponer que los números están enlistados en los datos de un orden especial. Puede suponerse que no hay dos números iguales.

40. Una pulgada equivale a 2.5 cm., calcular el número de cm en 32 pulgadas.

41. Una fórmula para cambiar Kgrs. a libras es P = 2.2 K, donde P son libras y K kilogramos. Calcular el número de libras en 212 kilogramos.

42. Convertir libras y onzas a kilogramos.

43. Si una impresora mueve papel con una rapidez de 1,000 pies por minuto, ¿cuál es su rapidez en centimetros por segundo?

44. Si un cierto tipo de tapete se vende a $9 por yarda cuadrada, ¿cuál es su precio por metro cuadrado?

45. La velocidad de la luz es 2.99776×10^8 m/seg. Calcular el número de metros en un año-luz.

46. La densidad media de la Tierra es 5.522 g/cm^3. Determinar la masa de la Tierra en gramos.

47. Un marco es 8 cm más largo que el doble de su anchura (W). Expresar la longitud del marco en cm.

48. Escribir un programa que convierta los pesos de los miembros del equipo de futbol escolar de libras a kilogramos. (Sugerencia: 1 kg = 2.204623 libras).

49. El *Mariner 9* empleó 167 días para ir de la Tierra a Marte, que se encuentra a una distancia de 34,900,000 millas, aproximadamente.

Expresar esta distancia en km. ¿Cuál fue su velocidad promedio en km/h?

50. En Miami, Florida, Lulú Rocket se presenta en varios actos sociales como "Señorita Métrica". Su "estadística vital" es 89-58-89 cm. Mide 170 cm y pesa 53 kg. Imprimir sus medidas en pulgadas, su estatura en pies y pulgadas, y su peso en libras.

51. Calcular e imprimir el número de segundos que hay en una semana, en tres semanas, en un mes y en un mes y tres días.

52. Calcular e imprimir el número de segundos en D días, H horas, M minutos, y S segundos. Por ejemplo: en 4 días, 6 horas, 24 minutos y 11 segundos hay 368 651 segundos.

53. Encontrar e imprimir la suma:

$$1 + 3 + 5$$
$$1 + 3 + 5 + 7$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + \ldots + (N-1) + N$$

54. Leer N y una lista de N números. Imprimirlos en orden de magnitud creciente.

55. Suponer que toda la gente duerme alrededor de 1/3 del tiempo (8 horas de 24). Calcular cuántas horas ha dormido una persona durante su vida. Un año tiene 365 días (no considerando años bisiestos).

56. Se dispone de una lista que contiene los exámenes de grado finales para una clase de 20

alumnos. Contar las calificaciones abajo de 65 e imprimir este número.

57. Encontrar el promedio de N números. Insertar en primer lugar el valor de N, seguido por los N números.

58. Invertir un número es escribirlo hacia atrás. (Por ejemplo, el inverso de 123456 es 654321). Introducir un número de seis dígitos y encontrar su inverso. Imprimir el resultado en la forma siguiente:

EL INVERSO DE 123456 es 654321.

59. Encontrar el valor absoluto de un número. Si el número es cero, imprimir CERO. Si no es cero, imprimir su valor absoluto. El programa puede usar los siguientes enteros como datos de prueba: 26, –400, 0, 216, –34.

60. Imprimir el valor absoluto de –6, 0, 25, – 143, – 42.

61. Nancy presentó cuatro pruebas. Sus calificaciones fueron 95, 68, 92 y 88. ¿Cuál fue su calificación promedio?

62. Encontrar la media de los siguientes diez números 75, 88, 84, 70, 65, 99, 91, 76, 43, 69. El programa los sumará y dividirá el resultado entre 10 para obtener la media aritmética o promedio de los números.

63. Reordenar una lista de veinte enteros intercambiando los primeros diez con los últimos diez.

64. Calcular n factorial: $n! = 1 \times 2 \times 3 \ldots (n-1) \times n$, donde n es cualquier entero del 1 al 7.

65. Escribir un programa que acepte tres enteros positivos X, Y y Z como datos y calcular el número $X! + Y! + Z!$

66. Encontrar el valor de $x^4 - 8x^2 - 14x + 7$ para $x = 2,4,6,8,\ldots, 40$.

67. Introducir un entero positivo N requerido por N número del Seguro Social (NIMSS). Cada NIMSS se introducirá en tres partes: un número de tres dígitos seguido por uno de dos y éste por uno de cuatro. Imprimir la lista de los NIMSS como números de nueve dígitos.

68. Introducir un entero positivo $N < 75$ seguido por N números reales. Imprimir cada uno de los números y su promedio; imprimir en seguida todos los números que queden dentro de un rango de cinco unidades del promedio.

69. En el villancico "los 12 días de Navidad", se distribuyen regalos a la cantante de acuerdo al siguiente orden: el primer día recibe una perdiz en un árbol de peras; el segundo, dos tórtolas y una perdiz en un árbol de peras; el tercero, tres pollitas, dos tórtolas y una perdiz en un árbol de peras. Al cabo del día doceavo, recibió $12 + 11 + \ldots + 2 + 1$ regalos. ¿Cuántos regalos fueron en total?

70. Arreglar un conjunto de tres números en orden descendente. Por ejemplo, para los valores 12, −7, 32, imprimir 32, 12, −7.

71. Escribir un programa que imprima 40 enteros K, seleccionados al azar, siendo

$$-100 < K < 100.$$

72. Generar 20 conjuntos de 50 números al azar, cada uno con valor de 1 a 55. Imprimir el número mayor al azar, obtenido en cada conjunto de 10.

73. Generar X números de dos dígitos al azar e imprimir todos los números menores a su edad, donde X y su edad sean entradas.

74. Generar veinte números al azar, en el rango 1 100. Imprimirlos conforme se generan y enseguida en el orden siguiente: el número mayor, el número menor, el segundo mayor, el segundo menor, y así sucesivamente hasta que se hayan impreso los diez pares.

75. Imprimir el patrón:

```
1 0 0 1 0 1
1 0 0 0 0 1
0 1 1 1 0 1
```

Enseguida, cambiar la dimensión de 3 por 6 a 6 por 3 e imprimir nuevamente.

CAPITULO 2

ALGEBRA

Programar un problema estimula al estudiante a comprender lo que está haciendo, más que si sólo confía en la lectura de problemas de muestra. Además, la computadora, al realizar los cálculos aritméticos, permite que el estudiante se concentre en el problema y en el método de solución, sin pérdida de tiempo.

La computadora no domina o decide e currículum, más bien sirve como auxiliar en la enseñanza para alcanzar las metas y objetivos propuestos, sobre los cuales se sustenta un programa de matemáticas moderno. Se ha tratado, por lo tanto, de seleccionar problemas que se encuentran normalmente en cursos de álgebra elementales e intermedios.

En este capítulo se encontrarán problemas relacionados con desigualdades, oraciones verbales, potencias y raíces, funciones, gráficas, sistemas de ecuaciones lineales, polinomios, ecuaciones cuadráticas, números irracionales, exponentes, funciones circulares, números complejos, funciones exponenciales y logarítmicas, secuencias y series, programación lineal y otras áreas de los cursos de álgebra.

1. Dada una desigualdad $Ax + B > C$ (A, B, C son números reales), resolver para X. Por ejemplo, si la desigualdad es $4x + 14 > 34$, imprimir $x > 5$.

2. Encontrar el conjunto de soluciones de cualquier desigualdad de la forma $ax^2 + bx + c < 0$ para valores cualesquiera de a, b y c. Probar su programa con las siguientes desigualdades:

   $x^2 + 12x + 35 < 0$
   $x^2 + x + 3 < 0$ $\qquad$ $- x + 3x + 2 < 0$

3. Evaluar la expresión racional:

   $$(2ab + 3b^2 + b)/(a^2b^3 - 368)$$

   donde $a = 5$ y $b = 12$. El problema deberá imprimir la respuesta en forma fraccionaria y decimal.

4. Introducir un entero N positivo e imprimir el producto P de los cuatro enteros consecutivos $N, N + 1, N + 2$ y $N + 3$. $P + 1$ será un cuadrado perfecto.

5. Encontrar la media aritmética de los números 60 y 68.

6. Encontrar las raíces cuadradas de los enteros del 9 al 25. Imprimir el entero y su raíz cuadrada.

7. Introducir dos enteros y sin multiplicarlos realmente, determinar si su producto es positivo, negativo o cero.

8. Imprimir un número real N, su inverso aditivo y su multiplicativo inverso (si lo tiene).

9. Calcular el cuadrado, cubo, raíz cuadrada y raíz cúbica de los enteros del 1 al 1,000. Imprimir los resultados en forma tabular.

10. Imprimir una tabla de valores para $y = a^x$.

11. Imprimir una tabla de cuadrados, cubos y raices cuartas de los veinte primeros enteros.

12. Encontrar la solución para la ecuación exponencial $A^x = B$, donde $A = 3$ y $B = 81$.

13. Dados los valores de las constantes a, b, c y d, y de la variable x, que se introducirán al programa, escribir un programa que calcule la función definida para:

$$f(x) = \begin{matrix} ax^2 + bx + c & \text{si } x < d \\ 0 & \text{si } x = d \\ -ax^2 + bx - c & \text{si } x > d \end{matrix}$$

14. Para cada una de las siguientes parejas de números, encontrar el máximo común divisor: 60, 12; 35, 10; 28, 32; 65, 179; 210, 1036.

15. Que la computadora genere parejas de enteros. Encontrar el máximo común divisor.

16. Encontrar el máximo común divisor de un conjunto de tres números.

17. Hacer que la computadora genere conjuntos de tres enteros y encontrar el máximo común divisor.

18. Para cada una de las siguientes parejas de enteros, encontrar el mínimo común múltiplo: 25, 645; 132, 360; 192, 24.

19. Generar parejas de enteros y encontrar el mínimo común múltiplo.

20. Encontrar el mínimo común múltiplo de cinco números.

21. Factorizar los siguientes trinomios:

(a) $6x^2 + 11x + 3$
(b) $5x^2 + 31x + 6$
(c) $10x^2 + 6x - 24$
(d) $2x^2 - 41x - 336$

22. Factorizar el trinomio $3x^2 + 4x - 48$ en factores primos.

23. Dado el número de triunfos y derrotas de un equipo de beisbol, calcular su porcentaje de ganancias. Suponer que no hubo empates.

24. Suponer que un artesano trabaja a razón de 75 centavos por hora hasta las 10 p.m. y de esa hora en adelante a razón de un dólar. Conocidas las horas en que comienza y termina de trabajar, calcular el costo de una noche de trabajo.

25. La Cámara de Comercio de una ciudad está patrocinando una lotería numérica con billetes numerados del 1 al 1,500. Introducir un número de billete y verificar la lista de 12 números premiados para ver si el número introducido está

entre ellos. Usar números al azar para seleccionar los 12 premiados.

26. Esteban tiene algunos libros de historietas, exactamente tres veces más que Miguel y cuatro más que Laura. Entre los tres tienen menos de 200 libros. ¿Cuántos tendrá cada uno? Mostrar todas las posibilidades.

27. Los jitomates cuestan 25 cts. por libra más que las papas. Si éstas cuestan x cts. por libra, expresar el costo de 6 libras de papas y 3 de jitomates.

28. Un granjero va al mercado con $100 para comprar 100 cabezas de ganado. Los precios son los siguientes: becerros, $10 c/u; cerdos, $3 c/u; pollos, $5 c/u. Adquiere 100 cabezas con sus $100. ¿Cuántas compró de cada una?

29. Encontrar la velocidad a la que debe viajar una persona para alcanzar a otra que dejó el mismo lugar un cierto tiempo antes.

30. Encontrar el tiempo que requiere una persona para alcanzar a otra si ambas parten en tiempos diferentes, con velocidades diferentes, pero viajan en la misma dirección.

31. Una piscina rectangular mide 40 x 13 m. Una persona que está en la esquina A quiere ir a la C en el menor tiempo posible. Tiene las opciones de rodear la piscina, nadar en diagonal o combinar caminata con nado. Decide que el camino más rápido es la combinación. Su rapidez en carrera es de 1 m/seg y de nado 5 m/seg. Encontrar la distancia nadada y la distancia corrida para ir de A a C en el menor tiempo. El promedio debe dar la distancia corrida, la distancia nadada y el tiempo mínimo.

32. Resolver el siguiente problema: un bote navega a razón de 6 millas por hora en aguas tranquilas. Si necesita 4 h para recorrer 12 millas contra la corriente, determinar la rapidez de la corriente del río.

33. Encontrar la distancia entre dos personas que parten del mismo punto al mismo tiempo, pero viajan en direcciones opuestas y con velocidades diferentes.

34. Si cinco parejas de pájaros empollan 3 huevecillos hasta la madurez y mueren enseguida, dejando 15 pájaros para acoplarse y empollar también 3 huevos por pareja hasta la madurez, para morir luego, etc., ¿cuántos pájaros habrá al término de 5 años?

35. Roberto hace 50% más trabajo que Guillermo y 25% más que Samuel. Trabajando juntos requieren 15 días para construir una piscina. Encontrar el tiempo que requeriría cada uno si trabajara solo.

36. El propietario de una candilería no puede conceder un aumento a un dependiente, por lo que acuerdan el siguiente plan, sugerido por el empleado: "trabajaré de lunes a sábado durante tres semanas. El primer día me pagará un penique, el segundo dos centavos y el tercero cuatro centavos. Cada día me pagará el doble del anterior". Encontrar un programa para encontrar la cantidad total que gana el dependiente durante las tres semanas.

37. Ordenar los dígitos del 1 al 9, usando sólo adición y sustracción, hasta completar 100. Por ejemplo:

$$1 + 23 - 4 + 56 + 7 + 8 + 9 + 100$$

$$12 + 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + 89 = 100$$

Imprimir todas las combinaciones posibles.

38. Un camión carguero, completamente cargado, lleva suficiente gasolina para recorrer medio desierto. Si el camión puede regresar al punto de partida cuando es necesario, hacer un programa que determine la cantidad mínima de combustible requerida para cruzar todo el desierto. Suponer que cualquier cantidad de combustible puede retirarse del camión en cualquier punto del desierto y ocultarla y que allí permanecerá sin disminuir hasta que sea recogida posteriormente.

39. Calcular la presión sanguínea sistólica de personas cuyas edades son 25, 35, 47, 51.5 y 60. Usar la fórmula $P = 100 \times 1/2\, A$, donde A representa la edad.

40. Calcular la altura (h) para t segundos de un cuerpo lanzado hacia arriba a una velocidad inicial r:

$$h = rt - 16t^2$$

En este ejemplo, $t = 2$ y $r = 32$.

41. Si dos ciudades están a 80 km una de otra y usted conduce a 90 km/h ¿cuántos minutos necesitará para ir de una ciudad a otra?

42. Una Liga de Futbol Internacional arranca en competencia directa con la Liga Nacional de Futbol. Usted adquiere una exención en la asociación formada recientemente y se le informa

que su ganancia puede proyectarse para los 8 años próximos mediante la fórmula

$$p = t^3 - 5t^2 + 10t - 51$$

(p representa su ganancia y t el tiempo en años). En $t = 0$, cuando se compra la exención, $p = 51$. El costo de su exención es por lo tanto de \$51,000, que es una ganancia negativa, lo que significa una pérdida. Determinar su ganancia o pérdida total para los 8 años acumulativos.

43. El atleta estrella de la Escuela Secundaria de Medio Oeste lanza una pelota de futbol, de beisbol y una medicinal hacia arriba. Una función cuadrática da la altura en metros respecto al tiempo en segundos como sigue:

Futbol: $f(t) = -16t^2 + 43t + 8$
Beisbol: $b(t) = -16t^2 + 100t + 12.5$
Pelota medicinal: $m(t) = -16t^2 + 1.5t + 2$

Imprimir el tiempo t en segundos y la altura de cada pelota después de t segundos, donde t es un entero entre 0 y 10 inclusive.

44. Encontrar la potencia de una potencia; es decir, $(a^m)^n$, donde $a = 20$, $m = 3$, $n = 2$.

45. Calcular los valores de $2^2, 2^3, 2^4$ y 2^5; $3^2, 3^3, 3^4$ y 3^5; continuar así hasta $9^2, 9^3, 9^4$ y 9^5.

46. Cambiar el decimal periódico a fracción racional de la forma M/N, donde M y N sean enteros.

47. Probar un número para determinar si es primo. Imprimir PRIMO cuando lo sea y NO PRIMO cuando no lo sea.

48. Determinar el valor absoluto de un número. Usar la función de valor absoluto.

49. Introducir varios valores de A y B para probar la veracidad de la expresión

$$|A + B| + |A| + |B|$$

50. Resolver una ecuación de valor absoluto de la forma $|X\text{-}A| = B$, donde A y B sean números reales.

51. Imprimir los elementos de la función definida por $f(x) = |x|$, para $x = -8, -7, -6, \ldots, +7, +8$.

52. Evaluar la función $y = \sqrt{X}$ cuando x toma valores enteros desde 1 a 10 inclusive.

53. Encontrar la forma general de la ecuación lineal dada por las coordenadas de dos puntos (9, 7) y (5, 4) sobre la línea.

54. Introducir la raíz real R. Determinar por sustitución si R es una raíz de la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C = 0$.

55. Introducir un número real x. Si no es negativo imprimir la principal raíz cuarta de x. Si es negativo, imprimir el mensaje NINGUNA RAIZ CUARTA REAL.

56. Introducir A, B y C (números reales), coeficientes de la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C$. Determinar si la ecuación tiene raíces rea-

les. Imprimir uno de los mensajes: RAICES REALES o NINGUNA RAIZ REAL.

57. Introducir los números reales A, B y C, coeficientes de la ecuación cuadrática $Ax^2-Bx+C=0$. Determinar si la ecuación tiene una o más raíces reales. Si es así, calcúlense e imprímanse.

58. Dado un punto P(x, y), determinar la pareja ordenada del punto que es simétrico a P respecto al eje x.

59. Encontrar dónde cruza al eje de las x la recta representada por la ecuación $y=4x+3$.

60. Trazar la curva $y=x^2$ desde $x=-6$ hasta $x=6$. Rotular las escalas horizontal y vertical.

61. Trazar la curva $y=4x^2-5x+2$, desde $x=-3$ hasta $x=5$. Rotular las escalas horizontal y vertical.

62. Encontrar los ceros de la función cuadrática $f(x)=x^2-4x-165$.

63. Encontrar el vértice de la función cuadrática $f(x)=3x^2+18x+7$.

64. Evaluar el polinomio $f(x)=12x^2+6x+8$ cuando x toma valores desde 1 a 10, en saltos de 0.1.

65. Dada la ecuación lineal $AX+B=C$ (A y B y C son números reales) resolver para X. Por ejemplo, si la ecuación es $6X+12=30$, imprimir $X=3$.

66. Escribir un programa para evaluar la función definida por $y=3x^2+4x-1$ para x, donde $-10 \leq x \leq 2$, con x siendo entero.

67. Encontrar todas las soluciones de $12x-18y + 14 = 0$ para $x = 5, 10, 15, \ldots, 40$.

68. Encontrar todas las soluciones de $5x + y + 17 = 0$, para $x = -8, -2, -1.5, 2, 5, 6, 12, 15$.

69. Encontrar el vértice, eje de simetría y los ceros de la función cuadrática $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$.

70. Factorizar un polinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

71. Encontrar los ceros de la función $y = x - 1/3$.

72. Usar la fórmula cuadrática en su programa para resolver la ecuación $15x^2 - 23x + 41 = 0$.

73. Resolver la siguiente ecuación: $6x^2 - 17x + 5 = 0$.

74. Las dos raíces de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = o$, pueden encontrarse por la fórmula:

$$\text{raíces} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$$

Escribir un programa para encontrar e imprimir las raíces de unas entradas cualesquiera. Si $b^2 - 4ac$ es negativo, imprimir DISCRIMINANTE NEGATIVO.

75. Determinar si enteros cualesquiera de -10 a 10 son soluciones de $x^3 + 2x^2 + 75 = 0$.

76. Cada una de las siguientes ecuaciones tiene dos soluciones reales. Imprimir una tabla que contenga los valores de a, b y c; las dos soluciones; la suma de las soluciones y el producto de ellas:

a) $x^2 - 3x - 54 = 0$
b) $2x^2 + x - 3 = 0$
c) $9x^2 + 45x - 18 = 0$
d) $21x^2 + 11x - 2 = 0$

77. La gráfica de $4x - y - 6 = 0$ intersecta al eje 0y en el punto $(0, -6)$; a este punto se le llama la intercepción y de la línea. La intercepción x es el punto donde la línea corta al eje 0x; la coordenada y de este punto es, por supuesto, 0. La intercepción x de esta línea x es (1. 5, 0). Hacer un programa para encontrar las intercepciones (x, y), de la línea representada por la ecuación $6x - y + 43 = 0$.

78. Determinar las intercepciones x, y, para la ecuación $4x + 3y = 6$.

79. Introducir las coordenadas de un punto y determinar si se encuentra sobre, arriba o abajo de la línea $y = x$. El programa debe imprimir las siguientes coordenadas de puntos: (1, 1); (3, 4); (−3, −4); (−6, 7); (−5, 5); y (−1, 3).

80. Leer las coordenadas de un punto en el plano xy. Identificar el cuadrante donde se halla el punto, o si se encuentra sobre un eje, identificarlo.

81. Imprimir las ecuaciones de las líneas paralelas y perpendiculares a la línea representada por $6x - 18y = 36$, que pasa por el punto (−6, −2).

82. Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (0, −2) y (−68, −15).

83. Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (56, 16) y (−40, 1).

84. Determinar la ecuación de la recta descrita por la pendiente 3 y el punto sobre una recta (8, −4).

85. Imprimir la pendiente de la recta con una intercepción y de (0, 10) y un punto (−3, 0).

86. Encontrar la pendiente y las intercepciones (x, y) de la gráfica de la ecuación $2x + 3y + 8 = 0$

87. Determinar la pendiente y la intercepción y para cada una de las siguientes líneas:

a) $3x + y = 4$
b) $x - y = 2$
c) $5x - 3y = 15$

88. Calcular la pendiente de una línea que pasa por dos puntos. Usar las siguientes parejas de puntos como datos de prueba:

a) (−3, −5) y (0, −2)
b) (−4, 6) y (8, −3)
c) (3, −5) y (3,0)

89. Encontrar la pendiente de la línea que pasa por dos puntos dados en el plano de coordenadas. Incluir la posibilidad de que la pendiente sea indefinida.

90. Escribir un programa para introducir cuatro números; imprimir el inverso aditivo de cada uno, la suma de los cuatro y el inverso aditivo de la suma.

91. Un faro se localiza en las coordenadas (7.64, 12.12). Un bote, localizado inicialmente en (2.00, 0.35) se mueve en una dirección que lo llevará al faro. Después de un minuto, la posi-

ción del bote es (3.37, 1.87). Determinar las coordenadas (x, y) sobre la trayectoria del bote cuando la distancia de éste al faro es un minimo (con dos cifras decimales).

92. Introducir dos parejas de coordenadas. Encontrar la pendiente y la intercepción y de la línea recta que contiene los puntos e imprimir los resultados como números racionales en sus mínimas expresiones. Si el resultado es negativo, hacer que el numerador sea el número negativo.

93. Introducir dos parejas ordenadas e imprimir la ecuación de la bisectriz perpendicular del segmento de línea determinado por esos puntos.

94. Introducir A, B y C para la parábola $y = Ax^2 + Bx + C$, donde $A \neq 0$. Calcular la ecuación de la directriz y las coordenadas del foco.

95. Escribir un programa que trace la ecuación de la recta $y = mx + b$.

96. Escribir un programa que calcule el rango para un dominio y graficar enseguida la función. Producir una solución para la función $y = x^2 + 14x - 1$.

97. Escribir un programa para graficar una parte de la función definida por $y = 0.1x^2 - 0.2x$.

98. Encontrar la ecuación de una recta que sea bisectriz perpendicular de un segmento de recta, cuyas coordenadas extremas sean (2, 3) y (2, 9).

99. Encontrar la distancia desde una línea (representada por la ecuación $x + 2y + 3 = 0$) al punto (4, 5).

100. Encontrar las coordenadas X, Y para el punto que divide a un segmento de línea en una razón dada. Por ejemplo, encontrar las coordenadas del punto que divide al segmento de línea cuyos extremos son (0,–2) y (3, 7) en la razón 1:2.

101. La función entera máxima se denota con f(x) = [x]. La función asocia a cada número real x con el entero más grande que no exceda a x. Encontrar el valor de la función entera máxima dado un argumento que sea positivo, negativo o cero.

102. Introducir los enteros positivos A y B y determinar el cociente y el residuo cuando A se divide entre B.

103. Calcular e imprimir el determinante de una matriz 2 x 2.

104. Evaluar el determinante de segundo orden

$$\begin{vmatrix} 7 & 8 \\ 42 & -73.3 \end{vmatrix}$$

105. Escribir un programa que utilice division sintética para encontrar el cociente y el residuo que se tienen cuando un polinomio se divide entre un polinomio lineal de la forma a-b.

106. Escribir un programa que realice división sintética.

107. Se dan dos ecuaciones de la forma

$$4x + 5y = 17 \qquad 3x + 6y = 22$$

Encontrar los valores de x, y.

108. Introducir los coeficientes para el sistema de ecuaciones lineales $Ax + By = C$ y $Dx + Ey = F$. Determinar si se intersecan las gráficas. Si es así, ¿lo hacen en un punto o en una infinidad de puntos?

109. Leer los coeficientes para el sistema de ecuaciones lineales $Ax + By = C$ y $Dx + Ex = F$. Determinar si las gráficas de las ecuaciones son perpendiculares.

110. Introducir los coeficientes para el sistema de ecuaciones lineales $Ax + By = C$ y $Dx + Ey = F$. Determinar si las ecuaciones son consistentes o inconsistentes y dependientes o independientes.

111. Imprimir si las siguientes ecuaciones lineales tienen o no la misma gráfica:

$y = 7x + 9 \qquad 3y - 21x = 12$

112. Imprimir si las líneas determinadas por las ecuaciones

$y = 5x + 19 \qquad y = -4x - 19$

son perpendiculares.

113. Imprimir si las gráficas de las dos ecuaciones siguientes representan la misma recta, rectas paralelas o rectas que se intersecan en un punto:

$5x + y = 12 \qquad 2y = -10x + 24$

114. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$3x + 4y - 6 = 0 \qquad 2x + 3y = 0$$

115. Resolver el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 109x + 71y - 260 &= 0 \\ -89x + 29y + 18 &= 0 \end{aligned}$$

116. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x - 5y - 2z - 5 &= 0 \\ -5x + 2y + 3z - 12 &= 0 \\ 2x + y + 0z - 5 &= 0 \end{aligned}$$

117. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} 2x + 4y - 5z - 3 &= 0 \\ 3x - 2y - 2z + 14 &= 0 \\ -4x + 5y + 3z + 10 &= 0 \end{aligned}$$

118. Escribir un programa que resuelva las tres ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} x + 6y + 1 &= 0 \\ 2x - y + 5 &= 0 \\ -43 + 13y - 6 &= 0 \end{aligned}$$

Sea $x = 2, 4, 6, 8, \ldots 50$.

119. Encontrar el centro y radio de una circunferencia dada por la ecuación cónica $x^2 + y^2 - 144 = 0$.

120. Encontrar el centro y radio de una circunferencia dada por la ecuación cónica $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$.

121. Encontrar el término enésimo y la suma de los N primeros términos de una progresión aritmética. Usar la fórmula $L = A + (N-1)D$ para encontrar el último término y $S = N / 2 (A + L)$ para encontrar la suma de los términos. En este ejemplo, $A = 1$, $N = 2$ y $D = 3$.

122. Encontrar la suma de una serie aritmética $A + (A + D) + (A + 2D) + ... + (A + (N - 1)D)$, para valores dados de A, D y N.

123. Determinar la suma de la serie $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ... + 2^n$ para cualquier valor entero positivo en n.

124. Encontrar la suma de una serie geométrica $A + AR + AR^2 + ... + AR^{N-1}$, para valores de A, R y N.

125. Calcular la suma de 120 términos en una serie aritmética. Usar la fórmula $S = 1 / 2n (n + 1)$. En este problema $n = 120$.

126. Introducir los 30 elementos de un arreglo A. Cambiar posiciones de los siguientes elementos: A(2) y A(16); A(5) y A(25); A(26) y A(12). Imprimir el arreglo.

127. Calcular la suma, diferencia, producto y cociente de parejas de números complejos asignados como datos.

CAPITULO 3

GEOMETRIA

Este capítulo contiene problemas adecuados para usarse en un curso habitual de Geometría. Con la computadora, los estudiantes en la clase de Geometría pueden calcular áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos con gran exactitud; generar tripletas pitagóricas y explorar muchas áreas que eran inaccesibles antes.

1. Dados los tres lados A, B y C, de un triángulo, encontrar los tres ángulos a, b y c. Suponer que todos los ángulos son agudos.

2. Dada una medida angular mayor que 0° pero menor que 180°, clasificar el ángulo como obtuso, recto o agudo.

3. Introducir D, los grados de un ángulo agudo y calcular la medida de su complemento y suplemento.

4. Determinar en ángulo entre dos líneas que se intersecan.

5. Introducir las medidas de dos ángulos interiores opuestos en un triángulo. Determinar la medida de uno de los ángulos externos.

6. Introducir la medida del ángulo del vértice de un triángulo isósceles ABC con AB = AC y determinar la medida del ángulo de la base.

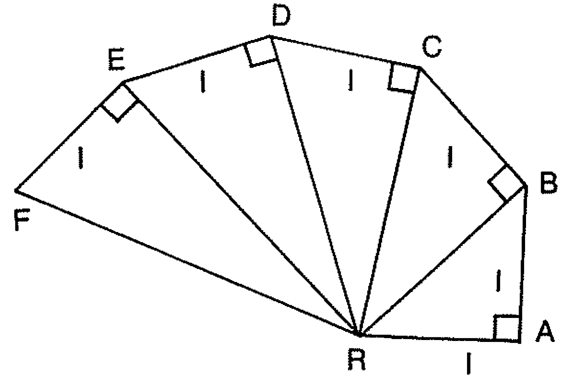
7. La distancia entre dos puntos A y B se define como $|A-B|$. Escribir un programa para comparar $|A-B|$ y $|B-A|$. Usar las siguientes posiciones para A y B en los datos de prueba.

A	12	−5	−2	9
B	10	9	−3	13

8. Encontrar el área de cualquier rectángulo con la fórmula Area = lw, donde l es la longitud y w es el ancho.

9. Encontrar el tercer lado de un triángulo rectángulo mediante el teorema de Pitágoras.

10. Determinar la longitud de la hipotenusa en cada uno de estos triángulos rectángulos: ARB, BRC, CRD, DRE, ERF.



11. Si un patrón de vestido requiere 3.5 yardas de tela de 45 pulgadas de ancho ¿cuántos metros se necesitará de una tela con 110 cm. de anchura?

12. La suma de los ángulos de un triángulo es 180°. Introducir dos ángulos A y B y calcular el valor del tercer ángulo C. El programa debe verificar para un tercer valor que es cero negativo y si cualquiera de ellos existe, imprimir el mensaje NO ES UN TRIANGULO.

13. Un teorema de Geometría fundamental se refiere a las medidas de los tres lados de un triángulo. El teorema establece que la suma de las medidas de los lados de un triángulo debe ser tal que la suma de las medidas de dos cualesquiera de los lados sea mayor que la medida del tercero. Hacer un programa que determine si tres números cualesquiera pueden ser las medidas de los lados de un triángulo.

14. Introducir tres números positivos X, Y y Z. Determinar si pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo recto.

15. Hacer un programa que encuentre los tres ángulos de un triángulo, dados los tres lados.

16. Dados los tres lados de cualquier triángulo ABC, calcular e imprimir el área de ese triángulo.

17. Introducir las longitudes de los lados de un triángulo. Determinar si el triángulo es isósceles, equilatero o escaleno.

18. Introducir las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo y calcular el perímetro.

19. Introducir las longitudes de los lados de un triángulo. Encontrar el perímetro.

20. Introducir las longitudes de los tres lados de un triángulo y determinar el área.

21. Dados tres elementos cualesquiera de un triángulo, uno de los cuales debe ser un lado, calcular e imprimir el área.

22. Dados dos lados y el ángulo que forman en cualquier triángulo ABC, calcular e imprimir su área.

23. Determinar el perímetro de un triángulo rectángulo isósceles, dada la longitud de un cateto.

24. Introducir la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles y calcular la longitud de un cateto.

25. Introducir B, la base y H, la altura de un triángulo y determinar el área.

26. Snoopy, un gigante de otro planeta ha decidido invadir la Tierra y regresar luego a su propio planeta. Durante su visita, prefiere ocultar su identidad portando una máscara que le cubra la nariz y la boca. La máscara debe tener una altura (h) de 6.4 m y una base (b) de 14.3 m. Con la ecuación AREA = 1/2 bh, escribir un programa para determinar los metros cuadrados que necesitará el gigante.

27. El área de un triángulo rectángulo es igual a dos veces su perímetro:

$$\tfrac{1}{2}(A \times B) = 2(A + B + C)$$

Los lados del triángulo son enteros, cada uno menor que 100. Encontrar los lados del triángulo.

28. Introducir X, la longitud de un lado de un triángulo equilátero y calcular su perímetro.

29. Determinar el perímetro de un triángulo rectángulo, dadas las longitudes de los catetos.

30. Determinar el perímetro de un triángulo rectángulo, dadas las longitudes de la hipotenusa y la de un cateto.

31. Introducir las longitudes de los lados de un triángulo y las longitudes de los tres lados correspondientes de un segundo triángulo. Determinar si los triángulos son semejantes.

32. Introducir las longitudes de los tres lados de un triángulo y las de los tres lados correspondientes de un segundo triángulo. Determinar si los triángulos son congruentes.

33. Se proporcionan como datos las coordenadas de los vértices de dos triángulos. Determinar si un triángulo está inscrito en el otro.

34 Encontrar el área de un triángulo dadas las coordenadas de los tres vértices.

35. La fórmula de Herón puede usarse para encontrar el área de cualquier triángulo, dadas las medidas de los tres lados. La fórmula es:

$$\text{Area} = \sqrt{s\,(s - a)\,(s - b)\,(s - c)}$$

donde $s = 1/2\,(a + b + c)$. Encontrar el área de un triángulo cuyos lados sean 6, 8 y 10 m.

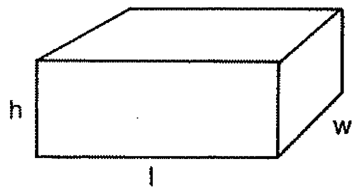
36. Con la fórmula de Herón, encontrar e imprimir los triángulos cuyas áreas sean enteras y cuyos lados sean enteros consecutivos menores que 1000.

37 Encontrar el área de cualquier cuadrado con la fórmula $A = S^2$.

38 Dada la longitud del lado de un cuadrado, calcular el área.

39. Dada la longitud de un lado de un cuadrado, calcular el perímetro.

40 Calcular el área superficial S de un prisma con dimensiones 1, h y w. En este problema, 1 = 10, h = 4 y w = 5.2 m.



41. Una pared con dimensiones del 1, 0.50 y 1.10 m va a cubrirse con azulejos. Cada azulejo es un cuadrado de 11 cm por lado. ¿Cuál es el menor número de azulejos que se necesita?

42. Si una sala tiene dimensiones de 10 x 15 pies ¿cuánto costará alfombrarla, si la alfombra cuesta $9 el metro cuadrado?

43 ¿Habrá algún cambio en el área de un rectángulo si se duplica su longitud y su anchura se divide entre dos?

44. Va a empapelarse una habitación. Sus dimensiones son 4.25, 5.60 y 2.80 m de anchura, largo y altura, respectivamente. En la habitación hay dos puertas de 1 x 2.30 m y una ventana de 1.50 x 2 m. ¿Cuántos metros cuadrados de papel se requerirán? (Recuérdese que una habitación tiene cuatro paredes y que no se necesita papel para las puertas y la ventana).

45. Marlene decidió plantar un vivero rectangular de melón. ¿Cuántos metros de cerca necesitará si el vivero tiene dimensiones de 6.5 y 4.70 m?

46. Una cantante de Nueva Orleans habita en un departamento de 6 x 6 x 6 m. Desea pintar las paredes y el techo con pintura que cubrirá 30 metros cuadrados por galón. Hacer un programa para determinar cuánta pintura debe comprar.

47. El edificio de Artes Médicas consta de cuatro habitaciones, con las siguientes dimensiones:

1a. 3.5 x 4.0 m

2a. 4.5 x 5.5 m

3a. 4.0 x 6.0 m

4a. 5.0 x 8.5 m

Calcular el espacio de piso en este edificio.

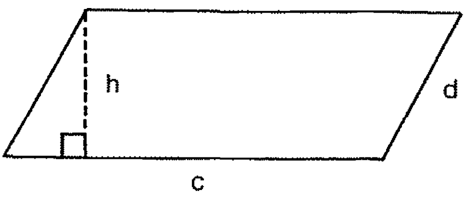
48. Una mesa mide 2.31 m. Si va a seccionarse en cuatro tramos de igual longitud, ¿cuántos centímetros tendrá cada una? Si va a cortarse por la mitad, ¿cuántos centímetros habrá del centro a cada extremo?

49. Un rectángulo de 6 x 3 m tiene un área de 18 metros cuadrados y un perímetro de 18 m. En-

contrar otro rectángulo que tenga un área y un perímetro iguales.

50. Una piscina tiene dimensiones de 7 x 14 m y una profundidad promedio de 1.4 m. ¿Cuál es el peso del agua en la piscina en (a) kg y (b) en toneladas métricas?

51. Calcular e imprimir el área y el perímetro de un paralelogramo con valores de entrada de c = 8, d = 4.2 y h = 4 m.



52. Si un paralelogramo tiene una base de 30 cm y una altura vertical de 15 cm ¿cuál es su área?

53. Los lados de un paralelogramo son de 35 y 50 m y el ángulo menor es de 20°. ¿Cuál es la longitud de la mayor de las dos diagonales?

54. Introducir la altura y la longitud de las bases de un trapezoide y determinar su área.

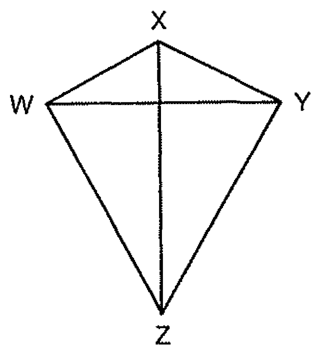
55. Si una esfera tiene un radio de 8 cm, ¿cuál es el área de su superficie?

56. Introducir el radio de una esfera y calcular su área superficial.

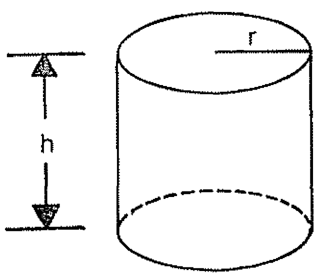
57. Introducir las longitudes de los cuatro lados de un cuadrilátero. Determinar si el cuadrilátero es equilátero.

58. Un papalote tiene la forma de un cuadrilátero con dos pares de lados adyacentes congruentes. Si la diagonal vertical es la bisectriz perpendicular de la diagonal horizontal, determinar el área del papalote.

$WY = 8$
$XZ = 12$



59. Calcular e imprimir el volumen de un cilindro de radio r y altura h. En este problema, $r = 10$ cm y $h = 32$ cm. Usar la fórmula: $V = \pi r^2 h$.



60. Calcular el volumen de cualquier cilindro si se conocen el radio de la base y la altura del cilindro.

61. Calcular el área superficial de un cilindro con la fórmula: $S = 2\pi(r^2 + h)$.

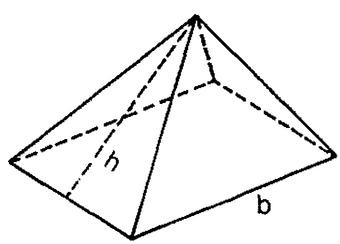
62. Calcular el área de la envoltura de papel de una lata cilíndrica de maíz, que tiene 24 cm de altura y 12 cm de diámetro. La fórmula para calcular el área exterior de un cilindro puede escribirse como:

Area = altura por diámetro $\times \pi$.

63. Introducir la longitud L de la altura y el radio R de la base de un cilindro circular recto. Determinar el volumen, el área superficial total y el área lateral del cilindro.

64. Encontrar la altura oblicua de una pirámide cuadrada regular, dadas la longitud de un lado de la base y la de una arista.

65. Calcular el área superficial de una pirámide regular, donde b es la longitud de cada lado de la base y h es la altura de cada cara triangular. En este problema, $b = 10$ y $h = 17$.



66. Introducir la longitud de un lado de la base y la de una arista de una pirámide cuadrada regular. Determinar el volumen, el área lateral,

el área superficial y la altura oblicua de la pirámide.

67. Introducir N, números de lados de un polígono regular. Determinar la medida de cada ángulo.

68. Leer X, un entero positivo que denota el número de lados de un polígono. Calcular la suma de los ángulos interiores del polígono.

69. Introducir las longitudes de los cinco lados de un pentágono. Determinar si es equilátero.

70. Calcular el área de un polígono. Suponer que el polígono tiene un número conocido pero variable de lados.

71. Calcular el área de un polígono regular, dados el número de lados y las medidas del apotema y de un lado.

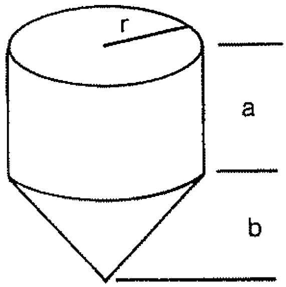
72. Calcular e imprimir el área A y la longitud del perímetro P de un polígono con n lados circunscrito en una circunferencia de radio r. Introducir valores para r y n y sacar los valores A y de P.

73. Calcular el volumen y área de una esfera con las fórmulas $V = 4\pi r^3/3$ y $A = \pi r^2$, donde r es el radio de la esfera. En este problema, $r = 10$ cm.

74. Introducir la longitud L, la anchura W y la altura H de un prisma rectangular. Calcular el volumen y el área superficial total del prisma.

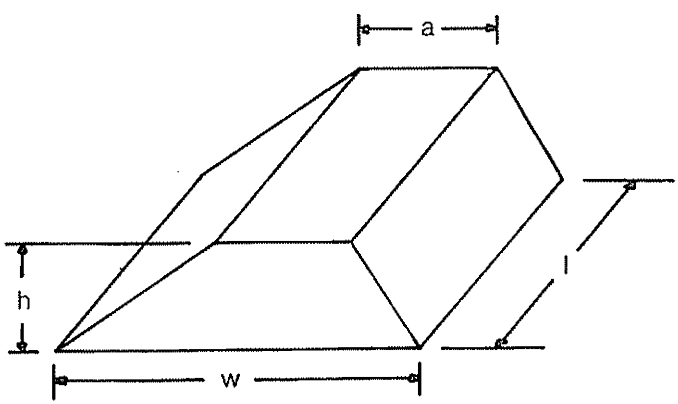
75. Introducir las longitudes de las diagonales y determinar el área de un rombo.

76. Calcular el volumen de un "trompo" para valores de entrada de r, a y b.



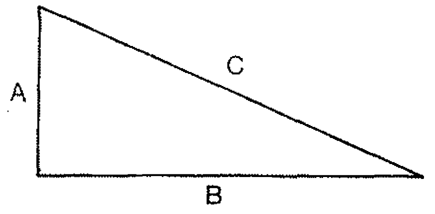
77. Introducir A, la altura y R, el radio de la base de un cono circular recto. Determinar el volumen, área lateral y área superficial total.

78. Un ingeniero que construye presas de tierra necesita un programa para calcular el volumen de tierra requerido para una cierta presa. Todas las presas tienen la forma que se ve abajo y sólo varían en dimensiones. ¿Puede usted ayudar al ingeniero haciendo un programa para calcular el volumen en yardas cúbicas?



79. Una tripleta pitagórica es un conjunto de números que satisface la relación $A^2 + B^2 = C^2$.

Los números (3, 4, 5) y (5, 12, 13) son ejemplos de tripletas pitagóricas, pues $3^2 + 4^2 = 5^2$ y $5^2 + 12^2 = 13^2$. Encontrar 15 tripletas de este tipo.



80. Encontrar todas las tripletas pitagóricas con una hipotenusa menor o igual que 70.

81. Verificar que una tripleta pitagórica es siempre divisible entre 60.

82. Aproximar π tomando la suma de los primeros 25 términos en la fórmula $\pi/4 = (1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - \ldots)$, multiplicándola por cuatro.

83. La distancia d entre dos puntos en el plano de los reales puede determinarse por la fórmula

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ donde (x_1, y_1) y (x_2, y_2) representan los puntos. Imprimir la distancia entre los puntos (14, 16) y (38, 63).

84 Usar la fórmula de la distancia para determinar ésta entre los puntos (15, 16) y (30, 48).

85. Encontrar la distancia entre dos puntos cualesquiera (a, b) y (c, d). Usar los siguientes puntos como datos: (2, 3) y (4, 7); (1, 8) y (–2, 8); (– 3, 6) y (12, – 4); (– 7, 0) y (0, 2).

86. Introducir las coordenadas de dos puntos A y B en el plano coordenado. Determinar la longitud del segmento AB.

87. Introducir las coordenadas de dos puntos A y B en el plano coordenado. Encontrar las coordenadas del punto medio del segmento AB.

88. Usar las coordenadas de dos puntos en el plano y calcular la distancia entre ellos, las coordenadas del punto medio y la pendiente del segmento de recta.

89. Dadas las coordenadas de cuatro puntos en el plano XY, decidir si el cuadrilátero formado por la unión de los puntos ordenadamente es un paralelogramo.

90. Dadas las coordenadas de tres puntos en el plano XY, determinar si son colineales.

91. Determinar la circunferencia de un círculo con cualquier diámetro dado. Probar el programa para los diámetros siguientes: 4, 100, 16.4 y 34,000.

92. El radio de la Tierra es de alrededor de 7,400 km. Calcular la circunferencia de la Tierra.

93. ¿Cuál es el área de un círculo cuyo radio es de 8 cm?

94. Introducir el radio R de un círculo. Determinar el área usando 3 1/7 para π y 3.14159 para π Introducir varios valores de R e imprimir los resultados del cálculo en forma tabular.

95. Dadas las coordenadas del centro y la longitud de su radio, determinar la ecuación de la circunferencia.

96. ¿Cómo se modificaría el área de un círculo si se duplica su radio? ¿Se reduciría a la mitad? ¿Se triplicaría? Hacer y correr un programa que le ayude en su respuesta.

97. Un cilindro tiene 1.1 m de largo y el radio de su base es de 7 cm. ¿Cuál es su volumen a) en cm cúbicos y b) en m cúbicos?

98. Un granjero planta sus cacahuates en un campo semicircular de 61 m de diámetro. Hacer un programa para determinar el área del campo.

99. Dada una circunferencia que pasa por (2.3, −0.3) y (0.1, 0.5) y (1.02, −0.3) encontrar las coordenadas del centro y la medida de su radio.

100. Encontrar el área delimitada por la gráfica de cualquier circunferencia de la forma $X^2 + y^2 = r^2$.

101. Tomás ordenó 36 m de cerca para una jaula rectangular para perro. Muchos rectángulos tienen 36 m de perímetro. Por ejemplo, 6 x 12, 8 x 10, 9 x 9. Determinar el rectángulo de mayor área para su perro.

102. Un granjero posee un terreno que limita con un río no sinuoso. Tiene 30 m de cerca y desea limitar un área rectangular, utilizando al río como límite a lo largo de un lado del rectángulo y la cerca destinarla a los otros tres lados. Encontrar la forma del rectángulo con área máxima. ¿Cuál es la forma con área máxima si la cerca puede instalarse sólo en tramos de 3 m?

103. Determinar la media geométrica de dos números reales positivos.

104. Se sabe que la serie P (N) = 4 [1 − 1/3 + 1/5 − 1/7 + . . . 1/(2 N − 1) converge a π . Calcular P (N) hasta P(1,000), imprimiendo cada valor centésimo. El milésimo debe salir 3.140578, que ya no coincide en el tercer lugar decimal.

CAPITULO 4

TRIGONOMETRIA

En este capítulo hay problemas adecuados para estudiantes que lleven un curso común en Trigonometría o en otros que la incluyan como parte del curso.

1. Pasar de grados a radianes, usando múltiplos de 10°, desde 0° hasta 360°.

2. Introducir la medida en grados de un ángulo y calcular la medida en radianes.

3. Introducir la medida en radianes de un ángulo y calcular la medida en grados.

4. Encontrar los ángulos de un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5, llegando hasta el minuto más cercano.

5. Encontrar los ángulos de un triángulo rectángulo de lados 5, 12 y 13, hasta el minuto más cercano.

6. Cualquier ángulo cuya medida en grados sea mayor que 90° o menor de 0° tiene un ángulo

de referencia entre 0° y 90°, inclusive. Introducir la medida en grados de un ángulo entre $-360°$ y 360°, inclusive, e imprimir la medida de su ángulo de referencia.

7. Convertir de coordenadas polares a rectángulares las siguientes ecuaciones:

    a) r = cos 3g
    b) = sen 3g
    c) r = sen g + cos g

8. Encontrar el valor de sen x y cos x para x = 30°, 45°, 60°, 90°.

9. Sin usar las funciones ya programadas para senos y cosenos, generar una tabla para estas funciones, con todos los ángulos desde 0° a 90°.

10. Correr un programa que saque en forma de columna el seno, coseno y tangente de x, donde x está en grados. Introducir el ángulo A de partida, el incremento 1 y el ángulo final B.

11. Si los lados de un triángulo son 10, 10 y 4 m, encontrar sus ángulos hasta el minuto más próximo.

12. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 42° 25'' y el lado opuesto a este ángulo mide 25.4 cm. Encontrar los otros lados del triángulo.

13. Determinar el área de un triángulo tomando un medio del producto de dos lados por el seno del ángulo comprendido.

14. Introducir las longitudes de la hipotenusa y un cateto de un triángulo rectángulo. Determinar el seno, coseno y tangente de cualquiera de los ángulos agudos del triángulo.

15. Leer las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo. Calcular e imprimir los valores de las seis funciones trigonométricas de cualquiera de los ángulos agudos del triángulo.

16. Imprimir $\text{sen}^2 x + \cos^2$ por $x = 5°, 10°, 15°, 20°, \ldots, 85°$. Examinar la salida impresa. ¿Qué conclusiones puede sacar usted?

17. Escribir un programa para verificar la validez de la ecuación trigonométrica

    $\text{sen } 2\theta = 2 \text{ sen}\theta \cos \theta$ para diez valores de θ.

18. Si se conocen las longitudes de dos lados de un triángulo y la medida del ángulo comprendido, se puede usar también la ley de los cosenos para determinar la longitud del tercer lado. Para cualquier triángulo ABC, la ley de los cosenos da las siguientes relaciones:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

    Usar la ley de los cosenos para encontrar la longitud de un lado de un triángulo con lados $b = 6$, $c = 8$ y un ángulo de 22° comprendido por estos lados.

19. La ley de los senos establece que para cualquier triángulo ABC, $\frac{a}{\text{sen} A} = \frac{b}{\text{sen} B} = \frac{c}{\text{sen} C}$. Dadas

las medidas de los lados a y b y el ángulo C, con la ley de los cosenos determinar la medida del lado c y los ángulos A y B. La ley de los cosenos establece que para cualquier triángulo ABC,

$$C^2 = a^2 + b^2 - 2\,ab \cos C.$$

20. Dos botes deportivos abandonan un muelle al mismo tiempo. Uno va hacia el norte, a razón de 57 km/h y el otro a 63 km/h, en una dirección de 40° W respecto al N. Después de 2 h, ¿a qué distancia se encuentran entre sí los botes?

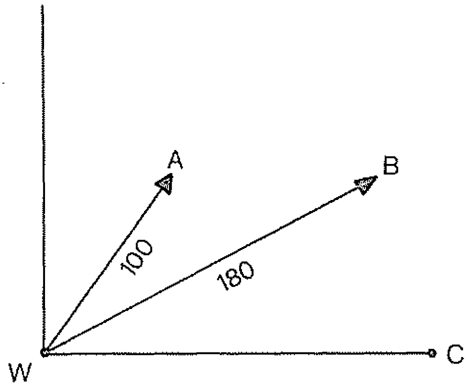
21. Un estudiante avanzado desea conocer la altura del astabandera localizada frente a la oficina. Sus mediciones muestran que a una distancia de 183 m, a la base del asta, el ángulo de elevación del extremo del asta es de 22.5°. Haga un programa para determinar la altura del asta.

22. Calcular el área de un polígono regular de N lados, cada uno de longitud L:

$$\text{Area} = \tfrac{1}{2}\, N^2\, L \cot (180° / N)$$

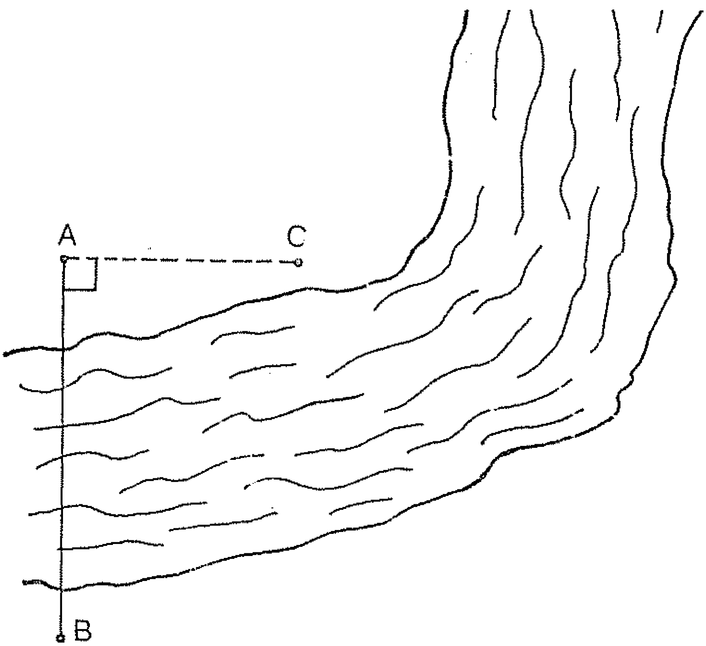
El programa debe introducir valores de N y L.

23. Encontrar la fuerza resultante que actúa sobre P, con la siguiente información: ángulo CWB = 41°; ángulo CWA = 72°.



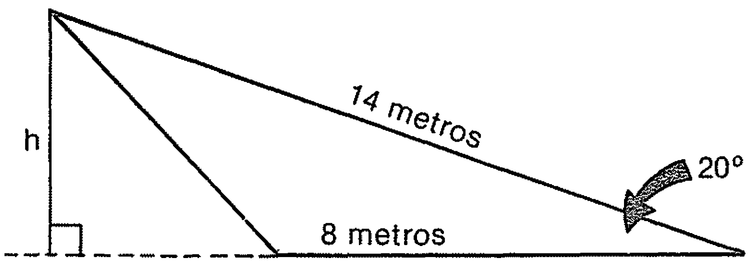
24. A 274 m de la base de un faro, a nivel del piso, el ángulo de elevación es de 8°15'. Encontrar la áltura del faro.

25. Rusbox y Ashville, una firma de Ingeniería Civil, está construyendo un puente a través del río Tomoka, desde el punto A al B. Para en-

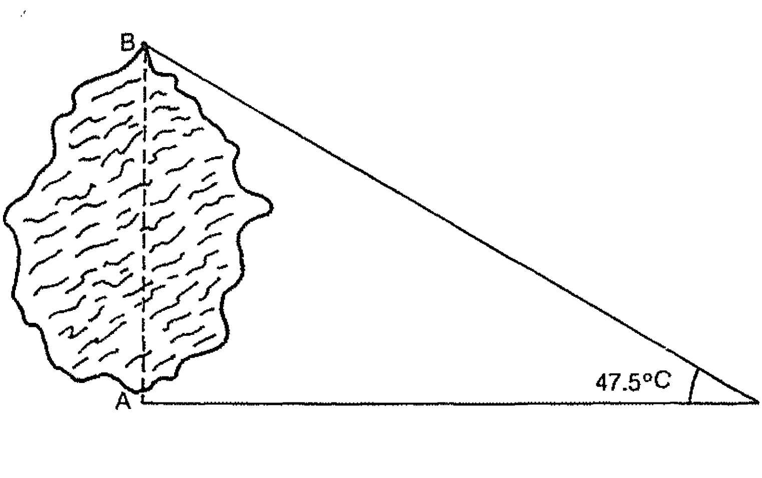


contrar la longitud del puente, un ingeniero coloca estacas en la orilla del río, en los puntos A y B. Localiza enseguida un punto C a 30 m de A, tal que el triángulo BAC sea rectángulo. Encuentra que el ángulo BCA es de 55°. ¿Qué longitud debe téner el puente para salvar el río?

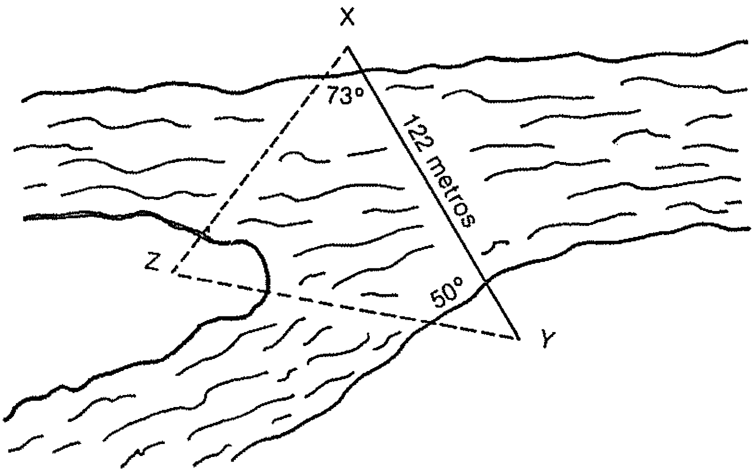
26. Encontrar el área del siguiente triángulo:



27. Un corredor de bienes raíces desea medir la longitud del lago mostrado. Para encontrar la longitud AB, localiza un punto C a 95 m de A y a 122 m de B. Encontró que la medida del ángulo ACB es de 47.5° ¿Cuál es la longitud del lago?



28. En el parque de Ríos Gemelos hay un puente peatonal desde X a Y. Los directores del parque desean agregar puentes de X a Z y de Y a Z. ¿Qué longitudes deberán tener?



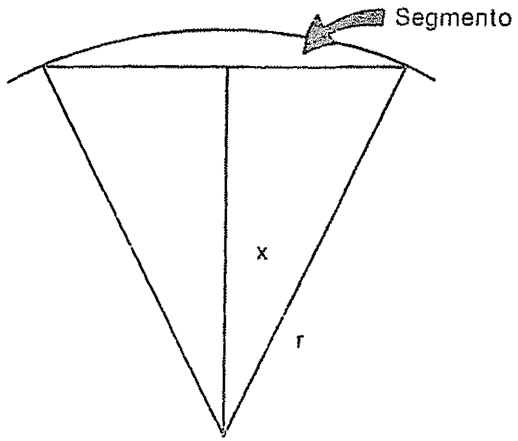
29 Calcular sen x mediante esta serie: sen x = x $- x^3 3! + x^5/5! - x^7/7! + \ldots$ donde x está en radianes.

30. Calcular cos x con esta serie: $\cos x = 1 - X^2/2! + x^4/4! - x^6/6! + \ldots$, donde x está en radianes.

31. Calcular arctan x con la serie de Taylor: $\arctan x = x - 1x^3/3 + 1x^5/5 - 1x^7/7 + \ldots$ donde $-1 < x < 1$.

32. Una función trigonométrica establece que para todos los valores de x: $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$. Correr un programa diseñado para verificar esta ecuación. (Sugerencia: en el programa, hacer $y = \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x$).

33. Calcular el área de un segmento de círculo con la fórmula Area $= \pi\ r^2/2 - [x\ \sqrt{r^2 - x^2} + r^2\ \mathrm{sen}^{-1}\ (x/r)]$, donde r es el radio del círculo y x es la distancia perpendicular del centro a la cuerda.



34. Una tripleta pitagórica es un conjunto de enteros positivos A, B y C, tales que $A^2 + B^2 = C^2$. Determinar todas las tripletas pitagóricas cuyos componentes sean menores o iguales a 50.

CAPITULO 5

PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

En años recientes, las escuelas de educación media superior han informado sobre un creciente interés en cursos de probabilidad y estadística. Cada vez es más evidente que el conocimiento de estas áreas es indispensable para proseguir con éxito los estudios de psicología, sociología, administración de empresas, economía, teoría de juegos, medicina, ciencias políticas y otras disciplinas.

En un curso de probabilidad y estadística hay muchos ejercicios que implican cálculos laboriosos. Una computadora puede auxiliar a los estudiantes en la ejecución de muchos de esos cálculos tediosos y que consumen mucho tiempo.

Los estudiantes de cualquier curso de Probabilidad y Estadística o en otro cualquiera donde se enseñen conceptos de esas disciplinas pueden usar los problemas de este capítulo.

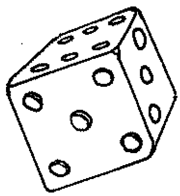
1. Simular la caída de una moneda.
2. Es un hecho bien conocido que cada vez que se arroja una moneda al aire, hay una probabi-

lidad de 50-50 de que caiga "sol". Escribir un programa para imprimir una secuencia característica de 100 tiros (es decir, sol, águila, sol, águila, etc.).

3. Hacer que la computadora simule los tiros de seis monedas 1,000 veces e imprimir la distribución que resulte.

4. Simular que se arroja una moneda cinco veces sucesivamente. Repetir la secuencia de 5 tiros 100 veces, contando el número de águilas que aparecen en cada secuencia de diez tiros. Cuando se termine, sacar el número de veces que no aparecieron águilas; cuando apareció una, dos, tres, cuatro y cinco.

5. Escribir un programa que simule arrojar un dado 60 veces. Contar e imprimir el número de veces que sale cada lado.

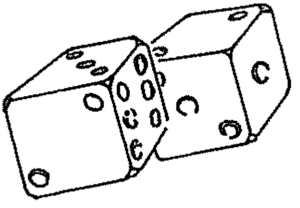


6. Simular 1,000 tiradas de un dado. No imprimir el resultado de cada tirada. Al final de la simulación, imprimir la cantidad de cuatros que saliéron.

7. Tirar un dado 1,000 veces. Contar el número de veces que sale 3.

8. Escribir un programa para simular el tiro de dos dados 1,000 veces y sacar el número de

sietes y el de onces. ¿Son los resultados razonablemente cercanos a lo que podía esperarse?



9. Determinar el porcentaje de veces que la suma de dos dados será 2, 3 ó 12.

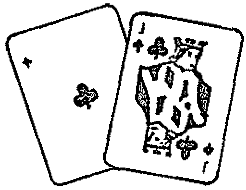
10. Se lanzan cuatro dados. Analizar los cuatro números que salen y determinar si 0, 2, 3, ó 4 de los dados muestran el mismo valor o si dos muestran uno y el otro par otro.

11. Se lanzan cinco dados. Cualquiera que muestre un 4 se retira y se vuelven a lanzar los otros. Los cuatro que salgan ahora se retiran y los restantes vuelven a lanzarse. Este proceso se continúa hasta que todos los dados muestren cuatros. En promedio ¿cuántas veces hay que lanzar los dados?

12. Simular barajar manos de cinco cartas de una baraja común de 52 cartas. Cerciórese de no barajar la misma carta dos veces.

13. Si se sacan dos cartas de una baraja común de 52 cartas ¿qué porcentaje de veces las cartas serán un as y una cara (rey, reina o caballero)?

14. Una ruleta se marca con ranuras numeradas con pares del 2 al 36; las impares van del 1 al



35 y existen muescas con 0 y 00. Simular 1,000 giros de la ruleta y determinar la proporción de veces que cae un impar.

15. El conjunto de números que aparece con frecuencia e importancia en probabilidad y análisis es N factorial (N!):

$$N! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \ldots \times (N-1) \times N$$

Generar una tabla de factoriales hasta cierto valor especificado de N.

16. Generar 100 días de estado de tiempo en el país de las Maravillas, por simulación. Por ejemplo, si hoy llueve, generar un número aleatorio X; si X = 1, lloverá nuevamente; si X = 2, hará buen tiempo, si no es así, nevará. Calcular los días de cada clase de tiempo y comparar los resultados con las probabilidades límites.

17. Determinar la probabilidad de que un número entre 2 y 100 sea primo.

18. Una clase de ciencias tiene 31 alumnos, de los cuales 18 son muchachas. Va a seleccionarse al azar un comité de cinco miembros. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los miembros sean muchachas?

19. ¿Cuál es la probabilidad de que un año que no sea bisiesto tenga 53 viernes?

20. Una compañía fabrica pernos. Se sabe que uno en 1,000 es defectuoso. Usted compra una caja con 100 pernos. ¿Cuál es la probabilidad de que adquiera uno defectuoso?

21. Se tiran dos dados hasta que aparezca un 3 o un 7. ¿Durante qué porcentaje de veces saldrá un 3 antes de aparecer un 7?

22. Sacar dos números al azar entre 1 y 20. ¿Cuál es la probabilidad de que su suma sea 12?

23. Simular el lanzamiento de tres dados y determinar la probabilidad de que por lo menos uno de los tres dados muestre un tres.

24. Seleccionar los diamantes de una baraja de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de haber barajado los 4, 5, 6, 7 y 8 en esa secuencia?

25. Encontrar la probabilidad de que más del 70% de los resultados sean soles si una moneda perfecta se lanza 200 veces.

26. Suponer que las letras C, E, M, O, P, R, T, U se seleccionan al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el orden de las letras produzca la palabra COMPUTER?

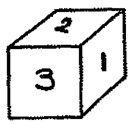
27. Los caníbales A y B son ambos excelentes tiradores, pues aciertan uno de cada dos tiros con la cerbatana. Se enfrentan en un duelo en el que alternan disparos. Si el caníbal A tira primero ¿cuál es la probabilidad de que gane él?

28. Se juega una mano de póquer. Encontrar la probabilidad de que la mano contenga al menos una pareja, suponiendo que no con-

tiene ases, dieces o cartas de cara (rey, reina, caballero).

29. Los registros médicos indican que 40% de los casos de un malestar particular es fatal. Si el Centro Médico admite 8 pacientes que padecen ese mismo malestar ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos sanen?

30. Un dado tic e el número 1 en dos caras opuestas; el s en otras dos y el tres en las dos restantes El dado se tira 500 veces. Encontrar la prob. bilidad de que la suma de los números que salen exceda a 1,020.



31. Un jugador entra al casino de Las Vegas con $1,000 y apuesta $1 al negro de la ruleta cada minuto. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga $1,000 o más al cabo de una hora?

32. Cuando gira una ruleta americana (0 y 00) ¿cuál es la probabilidad de que el resultado sea: a) 0; b) 00; c) 0 ó 00; d) par; e) en el primer 12; f) en la segunda columna y g) 4, 5, 6, 7, 8 ó 9?

33. Willie Bigstep, cátcher de los Medias Rojas de Houston, tiene una probabilidad de .3 de pegar un hit cada vez que batea. ¿Cuál es la probabilidad en 50 veces al bat de que su promedio sea menor que .250?

34. Un político en campaña arroja 10,000 panfletos sobre una ciudad que tiene 2,000 manza-

nas. Suponer que cada panfleto tiene una probabilidad igual de aterrizar en cada manzana. ¿Cuál es la probabilidad de que una cierta manzana no reciba panfletos?

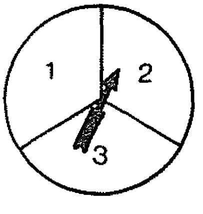
35. Los matemáticos sostienen que en un grupo formado al azar con alrededor de 23 personas, la probabilidad de que dos o más de los integrantes tengan la misma fecha de nacimiento (mes y día) es 0.5. Escribir un programa para seleccionar 23 nacimientos al azar y hacer que el programa determine si dos cualesquiera de ellos tienen la misma fecha. Correr el programa varias veces.

36. Usted se encuentra en una habitación con otras 29 personas. ¿Cuál es la probabilidad de una de ellas tenga la misma fecha de nacimiento que usted?

37. Calcular e imprimir una tabla de probabilidades teóricas de que dos personas en una habitación con N personas tengan la misma fecha de nacimiento. Variar a N de 1 a 50.

38. Doce personas están en una habitación. Utilizar una simulación en computadora para determinar aproximadamente la probabilidad de que al menos tres de ellas tengan la fecha de su nacimiento en el mismo mes.

39. Suponer que giramos una perinola dividida equitativamente en tres regiones numeradas 1, 2 y 3. En este experimento hay sólo tres po-



sibles resultados: 1, 2 y 3. La probabilidad teórica de obtener una cualquiera de ellas es 1/3. Simular el giro de la perinola 1,000 veces. ¿El resultado calculado se aproxima a la probabilidad teórica?

40. El acuñador del rey pone 500 monedas en una caja y coloca una falsa por cada caja. El rey sospecha, pero en lugar de probar todas las monedas en una caja, saca una moneda al azar de cada una de las 500 cajas. ¿Cuál es la probabilidad de que encuentre al menos una falsa?

41. Una mano de póquer es un conjunto de cinco cartas tomadas al azar de una baraja de 52 cartas. Encontrar la probabilidad de: a) una flor imperial; b) una corrida del mismo color; c) cuatro de una clase; d) una quintilla; e) una flor; f) una corrida; g) tres de una clase y h) dos de una clase.

42. Suponer que un jugador apuesta $5 en el siguiente juego: se arrojan dos dados. Si sale un impar, pierde. Si los dados dan pares, saca una carta de una baraja común. Si la carta es 1 (un as), 3, 5, 7 ó 9, el jugador gana el valor de la carta; en otras condiciones, pierde, ¿Qué ganará (o perderá) en promedio el jugador en este juego?

43. Cada 1o. de enero en una cierta ciudad del oeste el índice de contaminación del aire es 100. Los días con "smog" y los claros ocurren al azar, siendo la probabilidad de cada uno 1/2. En un día claro, el índice decrece un 10% de su valor. Simular 15 años de 365 días cada uno para evaluar la probabilidad de que el índice de contaminación sea mayor que 105 en un cierto día.

44. Si se arrojaran dos monedas perfectas, la probabilidad de obtener dos águilas sería 1/4. Si este experimento se repite 10 veces, la probabilidad de obtener dos águilas K veces es exactamente:

$$\frac{10!}{k!\ (10-k)!}\quad (1/4)^{k}\,(3/4)^{10-k}$$

Calcular una tabla de valores de esta probabilidad para K = 0, 1, . . ., 10 y determinar qué valor de k es el más probable.

45. Memo tiene cinco amigas y una tarde escribe una carta a cada una de ellas. Rotuló también cinco sobres. La hermanita de Memo siempre trata de congraciarse con él, así que puso las cartas en los sobres y las envió por correo. Si escogió el sobre para cada carta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna haya sido puesta correctamente en su sobre?

46. A dos brujas les gusta reunirse por las noches sobre un campo de té, aunque ambas tienen dos serias limitaciones. En primer lugar, cada una es desorganizada y arriba al lugar de la reunión al azar entre las 12 y la una a.m. En segundo, las dos son de muy mal carácter y se molestan al esperar 15 minutos o más a su compañera. De esta manera, convinieron en el siguiente arreglo temperamental: cuando cada bruja ha esperado 15 minutos o cuando da la una y se encuentra una aún sola, desaparece de inmediato, regresando hasta la noche siguiente. Aquí está el problema: en una noche dada ¿cuál es la probabilidad de que se reúnan las dos brujas?

47. En algunos juegos, se extraen objetos numerados o coloreados de un recipiente donde la colección original de esos objetos se sacude fuertemente. Suponer que hay cinco bolas blancas y diez negras en un saco y que se van a extraer tres de ellas sin reemplazarlas. Simular estas extracciones en una computadora y usarla para determinar aproximadamente la probabilidad de sacar exactamente una bola blanca y dos negras.

48. Una secretaria tiene dos automóviles, pero ninguno se encuentra en buenas condiciones. En un tiempo dado, la probabilidad de que uno arranque es de 7/10 para cada uno, considerado independientemente. Por fortuna, una vez que uno de ellos arranca, continúa funcionando todo el camino hacia el trabajo o de regreso a casa, según el caso. Además, la secretaria tiene un amigo que algunas veces pasa por ella para llevarla al trabajo o de regreso a casa. Si él llega, ni siquiera trata ella de arrancar sus coches, pero la probabilidad de que él venga es sólo de 1/2. Es muy posible que la secretaria se encuentre en su casa por la mañana sin transporte, ya sea porque el amigo no llegó, no logró que arrancara uno de los coches o ambos no funcionaran. En este caso, llama a su jefe. Este no es nada complaciente, por lo que llama a su amigo para que la consuele. El amigo se casa con ella y se van de luna de miel a París. Análogamente, es posible que se encuentre varada por la tarde en el trabajo, en cuyo caso se escapa a México con el contador. Si ella se encuentra en su casa con ambos coches, ¿cuánto durará en su empleo y cuál es la probabilidad de irse a París?

49. Para el mes de agosto, el servicio meteorológico tiene cifras que muestran que para un

día dado, la probabilidad de lluvia es de 0.20, sí no llovió el día anterior, y de 0.60 si llovió. Simular el patrón de lluvia para un período dado de diez días en agosto, durante 100 años. Suponer que en el primer día del período la probabilidad de lluvia es 0.20; es decir, que no llovió el día anterior. Calcular la probabilidad de que no haya más de tres días de lluvia en este período de diez días.

50. Un cierto juego de naipes consiste en tomar 10 cartas de una baraja de 52 cartas. Determinar la probabilidad de que en ese juego a) se tomen las diez cartas de la misma serie; b) cuatro en una serie, 3 en otra, 2 en otra y una en una cuarta serie y c) incluya todas las 4 cuartas de cada una de los diferentes valores de cara.

51. Hacer un programa para calcular la probabilidad de que en un cierto día en una cierta sala maternal de diez nacimientos que haya, todos sean varoncitos. Utilizar la distribución binomial.

52. Los señores X y Y van a tener un duelo, en el que cada uno dispara después del otro. X atina, en promedio, uno de cada dos disparos, Y, sólo uno en cada tres disparos. Como todo un caballero, X accede a que Y dispare primero. Simular el duelo y tratar de determinar quién tiene la más alta probabilidad de sobrevivir.

53. Simular el desarrollo de un partido de tenis. Fijar la probabilidad de que un jugador A gane un punto en P, donde P es dato. Correr diez partidos, cada uno para P variable y ver cómo depende la probabilidad de ganar el partido de la probabilidad de ganar un punto.

54. Simular el comportamiento a la alza o a la baja del mercado de acciones promedio para un período de diez días. El mercado sube con probabilidad de 0.30 si cayó el día anterior y de 0.60 si subió el día anterior. Suponer un alza en el día anterior al inicio de su simulación.

55. En una clase hay 20 estudiantes: 6 de 18 años, 10 de 19 y 4 de 20. Se escoge uno al azar ¿de qué edad será?

56. Se saca de una baraja una carta al azar. Si es roja, un jugador gana un dólar. Si es negra, pierde dos. ¿Qué valor tendrá el juego?

57. Un abogado de Phoenix nunca pone los cinco centavos en el parquímetro. Supone que hay una probabilidad de .50 de que se le infraccione. La primera infracción no cuesta nada; la segunda cuesta 50 cts. y las subsiguientes un dólar cada una. Con estas suposiciones ¿cómo resulta el costo de estacionarse 20 veces comparado con el poner dinero en el parquímetro cada vez?

58. Imprimir todas las permutaciones de N cosas tomadas N a la vez para cualquier N menor o igual que 10.

59. Calcular el número de permutaciones de N cosas tomadas R a la vez.

60. Calcular el número de combinaciones de N cosas tomadas R a la vez.

61. Enlistar todos los posibles arreglos de los tres primeros enteros.

62. ¿De cuántas maneras pueden entrar 15 personas a un salón de clases?

63. Hacer un programa que imprima todas las combinaciones de 4, 5 y 6 letras tomadas de una palabra de seis letras. No repetir ninguna letra en la misma palabra. Ensayar su programa con la palabra "número".

64. ¿Cuántos posibles órdenes de bateo hay para un equipo de beisbol de 9 jugadores?

65. Los botes son de 12 colores, 5 modelos, 7 máquinas y hay 8 opciones, tales como de vela, cremallera, caja de pez, radio de embarcación a costa, etc. ¿Cuántos botes diferentes hay disponibles?

66. ¿Cuántas palabras pueden formarse usando las letras de la palabra COMPUTADORA?

67. Un estudiante tiene cuatro libros de Algebra, tres de Inglés y dos de Historia de los EE. UU. Desea guardar todos sus libros del mismo género en su anaquel. ¿De cuántas maneras pueden arreglarse los libros?

68. Se dispone de cinco diferentes banderas para formar señales colocándolas en un astabandera. ¿Cuántas señales pueden formarse?

69. ¿Cuántas manos de cinco cartas diferentes pueden tomarse de una baraja común de 52 cartas?

70. ¿De cuántas maneras diferentes pueden colocarse doce llaves en un llavero circular?

71. Se tienen 27 libros diferentes y dos libreros, uno de los cuales contiene exactamente 13 libros y el otro 14. ¿De cuántas maneras pueden distribuirse los libros en los libreros?

72. Una familia de ocho miembros: papá, mamá, Sandra, Susana, Celia, Esteban, Laura y Mi-

guel ensaya diferentes distribuciones en una mesa para ocho personas. Determinar todos los posibles arreglos.

73. Determinar los arreglos posibles de una familia de seis miembros: papá, mamá, Tomás, Guillermo, Nancy y Ruth en una mesa para ocho personas.

74. Un sindicato de Boston recibe a cinco nuevos miembros que deben ser entrenados para cinco trabajos disponibles. ¿En cuántas diferentes combinaciones pueden colocarse los trabajadores en los diversos trabajos?

75. Lanzar 8 dados 600 veces. Contar el número de cincos que salen en cada tiro. Imprimir la distribución.

76. Un experimento consiste en lanzar una moneda hasta que salga águila. Hacer un programa para efectuar 2,000 veces el experimento y contar el número de lanzamientos requeridos en cada caso. Imprimir la distribución.

77. La *media* aritmética es la suma de todos los valores dividida entre el número de valores. La *mediana* es el valor de enmedio. La mitad de los valores es mayor que la mediana y la mitad de ellos, menor. La *moda* es el valor que ocurre con más frecuencia. Determinar la media, mediana y moda del siguiente conjunto de valores: 153, 158, 161, 157, 150, 153, 149, 153, 155, 162.

78. Encontrar la inversión promedio en el banco si la libreta registró los siguientes valores el primer dia de cada año: $1,000, $1,040, $1,081.60, $1,124.86.

79. Encontrar el promedio de 1,000 números tomados al azar.

80. La clase de Ecología tiene cinco estudiantes que obtuvieron las siguientes notas en el examen final: 75, 93, 41, 98 y 71. El profesor desea calcular el promedio de las notas. Escribir un programa para realizar el cálculo.

81. Encontrar el promedio de una lista de números diferentes de cero e imprimir enseguida las siguientes cuatro cantidades: el promedio, el número de esos números que exceda al promedio, el número de ellos que sea igual y el número que sea menor que él.

82. Se registraron las siguientes calificaciones en un examen de admisión en Matemáticas: 83, 74, 69, 100, 92, 95, 89, 75, 92, 82, 85, 97, 74, 91, 78, 83, 61, 100, 93, 54, 87, 82, 79, 68, 72, 75, 86, 92, 53, 100, 99, 67, 97, 79, 82, 81, 85, 98, 99. Determinar e imprimir la mediana de las calificaciones. Imprimir también las calificaciones en orden descendente.

83. La familia Wilson salió de vacaciones la semana pasada. Recorrió 440 km el lunes, 0 el martes, 100 el miércoles, 320 el jueves y 40 el viernes. Determinar la distancia viajada en promedio diario.

84. Encontrar la desviación normal para un conjunto de datos. Usar el siguiente conjunto de datos en el programa: 220, 180, 275, 200, 240, 215, 208, 197, 223, 189, y 218.

85. Disponer los números 93, 81, 97, 75, 69, 92 en orden descendente y calcular su media, la suma de las desviaciones al cuadrado, la varianza y la desviación normal.

86. Escribir un programa para encontrar la media y la desviación normal de una muestra dada.

87. Calcular el promedio y la varianza de consumo de combustible de un Chevrolet último modelo, que recorrió 200, 180, 155, 230, 143 y 190 millas, sucesivamente. Los galones de gasolina para cada viaje fueron 3.2, 10.8, 9.6, 12.5, 9.5, y 11.6, respectivamente. La fórmula para calcular la varianza es:

$$V = (\text{promedio} - X_i)^2 / (N - 1)$$

donde i = 1 a N y N es el número de viajes y X_1 son las millas recorridas durante el viaje i.

88. Las ventas de un comerciante en automóviles de autos nuevos se distribuyen uniformemente entre cero y nueve coches diarios. Simular las ventas en un período de 15 días.

89. Encontrar la suma de 10,000 enteros tomados al azar entre 0, 2,..., 9. Calcular el promedio de los números obtenidos. Probar el programa para ver si el promedio se halla dentro de tres desviaciones normales del valor de 4.5 esperado.

90. Se dan enseguida las calificaciones de diez estudiantes de Algebra e Inglés. Calcular para ambas materias las medias, las desviaciones normales y los coeficientes de correlación. Calificaciones de Algebra: 750, 770, 740, 700, 680, 710, 700, 750, 720, 680. Calificaciones de Inglés: 620, 680, 600, 710, 700, 690, 700, 708, 675, 710.

CAPITULO 6

MATEMATICAS INTERMEDIAS

Los problemas presentados en este capítulo pueden usarse en clases de Matemáticas avanzadas de escuelas de educación media y en los cursos del tronco común de Ingeniería. El lector encontrará una amplia selección de problemas de las disciplinas de álgebra, teoría de números, cálculo, análisis numérico, teoría de ecuaciones, matrices, trigonometria y programación lineal.

1. Hacer que la computadora convierta números en basé 10 a base 8.

2. Convertir un entero positivo en base 10 a cualquier base B.

3. Convertir un entero positivo de cualquier base a base 10.

4. Introducir un número en base 2 con 6 dígitos o menos y convertirlo a uno equivalente en base 10.

5. Escribir un programa para sumar dos números romanos dados (menores que MM). Los resultados se imprimirán en el formato siguiente:

DCCCLX + CDIV = MCCLXIV
XXVI – XIV = XII

6. Convertir números romanos a arábigos.

7. Convertir números arábigos a romanos.

8. Dadas las coordenadas de un punto en el plano cartesiano, convertirlas a coordenadas polares.

9. Introducir las coordenadas polares de un punto y determinar el punto equivalente en coordenadas cartesianas.

10. La ecuación 16/64 = 1/4 es un resultado que puede obtenerse por cancelación del 6 en el numerador y en el denominador. Encontrar todos los casos en los que AB/BC = A/C para A, B y C enteros entre 1 y 9, inclusive. No considerar casos especiales tales como 22/22, 33/33, etc.

11. Calcular la suma de las raíces cuadradas de los números impares entre 1 y 1,000.

12. Imprimir todos los números hasta 1,100 que no sean divisibles entre ningún entero menor que 10.

13. Imprimir los 25 primeros términos de la secuencia 3, 5, 6, 25, 9, 125, ...

14. Dado un año, determinar el año siguiente en que el 1o. de enero caiga en el mismo día de la semana.

15. Introducir un entero de cuatro dígitos que represente un año. Determinar si se trata de un año bisiesto.

16. Determinar cuántas veces hay viernes trece en un año especificado.

17. Introducir un año N e imprimir el calendario para ese año.

18. Aproximar las raíces cuadradas de 7, 16, 48, 163, 1275, 78.5 y 401.32. El programa no utilizará una función de biblioteca para raíces cuadradas preprogramada.

19. Preparar una tabla de los valores de e^x para $x = 0, 0.01, 0.02, \ldots, 1.99, 2$.

20. Encontrar el entero positivo máximo x para el cual su raíz cuadrada es menor que 100 y encontrar el entero positivo máximo x para el cual exp x sea menor que 100.

21. Dada una lista de 30 números, reordenarlos en orden ascendente.

22. Con las monedas siguientes: medio dólar, cuarto, diez, cinco y un centavo ¿de cuántas maneras diferentes se les puede cambiar por un dólar?

23. Determinar qué valor de N hará a 14N5N divisible entre 19.

24. Introducir tres términos consecutivos de una secuencia numérica. Determinar si la secuencia es aritmética, geométrica o ni una ni otra.

25. Leer los componentes de dos vectores bidimensionales. Determinar si los vectores son paralelos y/o perpendiculares.

26. Dados dos números imaginarios puros iA e iB, introducir A y B y calcular el producto de iA por iB.

27. Hacer un programa para imprimir la suma, diferencia, producto y cociente de dos números complejos $a + ib$ y $c + id$. Usar los siguientes números complejos como datos:

a) $2 + 3i$ y $3 + 4i$
b) $5 + 7i$ y $1 + 4i$
c) $-21 + 3i$ y $14 + 107i$

28. Escribir un programa que facilite en multiplicación y división de números complejos.

29. Encontrar el inverso multiplicativo del número complejo $2 + i3$.

30. Encontrar el cociente de dos números complejos en forma polar.

31. Generar números complejos al azar. Probar enseguida la propiedad asociativa para la suma y multiplicación.

32. Si una población de tres millones se duplica cada cinco años, ¿cuántos años necesitará para llegar a 300 millones?

33. La Srita. Jiménez, profesora de Historia en la Escuela Secundaria No. 1 usa la siguiente escala de calificaciones en sus exámenes: A = 100-93, B = 92-84, C = 83-74, D = 73-70, F =

69 – 0. Leer primeramente N, que representa el número de alumnos en una clase. Enseguida, la calificación de cada uno y contar las A, B, C, D y F en la clase.

34. Durante las siguientes tres semanas, trabajará usted en la cenaduría de José. Este le pagará un peso el primer día, dos el segundo y cuatro el tercero. Cada día entonces recibirá usted salario doble que el recibido el día anterior. ¿Cuál será su salario al término fijado?

35. Un fumador de pipa tiene dos cajas de cerillos en su bolsillo, cada una con 40 cerillos inicialmente. Siempre que requiere uno, lo saca de su caja, al azar. Simular la situación 100 veces (con números aleatorios) y determinar el número promedio de cerillos que puede sacar para que una de las cajas quede completamente vacía.

36. Un rico desea regalar una cierta suma de dinero dividiéndola equitativamente entre una determinada cantidad de familias necesitadas. (La suma no excede a $ 10,000 y calculará la división alícuota en centavos). Establece que si conserva un centavo, podrá dividirlo igualmente entre 31 familias; si conserva cinco, la división será entre 32 familias; si guarda 10, se repartirá entre 33 y si conserva 25, será entre 35. ¿Cuál será la cifra que va a donar?

37. Un hombre que vive a 40 cuadras del consultorio de su dentista tiene dolor de muelas. En los primeros diez minutos, recorre la mitad de su camino hacia el consultorio, pero como se acuerda del taladro cada vez que se aproxima más al consultorio, reduce su velocidad. En cada lapso de 10 minutos recorre la mitad de la distancia que le resta. Hacer un programa

para determinar dónde se encuentra al cabo de una hora. (Sugerencia: establecer una trayectoria cerrada con D = 1/2* D y pasar los cálculos por la trayectoria seis veces).

38. Un aeroplano, volando a una altura A, pasa directamente sobre el punto P. Si su velocidad es S, calcular su distancia al punto P, en los tiempos T = 1, 2, 3,..., 60 después de que ha pasado.

39. Se usan los cuadrados de los logaritmos naturales para la predicción de mareas. Correr un programa para calcular los cuadrados de 10 de los logaritmos naturales.

40. Un entrenador acaba de recibir un conjunto de distancias de salto, brinco y cabriola de los participantes en una competencia. En este evento, el triunfador es el atleta que tiene la distancia total combinada más grande. Correr un programa para determinar al ganador de este evento en el que participan 16 competidores.

41. Es necesario cortar una pieza de alambre de 30 cm en dos partes. Una de ellas se doblará para formar un cuadrado y la otra una circunferencia. ¿Dónde deberá cortarse el alambre de tal suerte que la suma de las dos áreas sea máxima?

42. Las compañías de Líneas Aéreas Mundiales ajustó su programa de vuelos a las necesidades del usuario. El catálogo contiene la siguiente información para cada vuelo: hora de salida y de llegada a su destino. Determinar cuántos vuelos duran una hora, dos horas, tres horas, etc.

43 Una sección de la calle de una ciudad tiene 150 m de longitud y está dividida en cajones de estacionamiento de 600 cm cada uno, de tal manera que puedan estacionarse 25 automóviles. Si la sección no estuviera delimitada así y se permitiera que los coches se estacionaran al azar, ¿cuántos podrían estacionarse aproximadamente? (Suponer que se requieren 600 cm para estacionar un coche).

44. El término medio de tres términos sucesivos en una progresión armónica se denomina el medio armońico entre dos números. Determinar el medio armónico H entre dos números M y N mediante la formula

$$H = (2 \times M \times N)/(M + N)$$

45. Un hombre puede remar a razón de 5 km/h y caminar a 7 km/h. Si se encuentra a 100 m de la costa y desea alcanzar un punto que está 300 m tierra adentro y 500 m a lo largo de la costa, ¿cuál es la menor cantidad de tiempo que necesita para llegar a su destino?

46. Disponer en orden ascendente cualquier cantidad de números de tres dígitos (hasta 999). Puede suponer que no hay dos números iguales.

47. Este juego prueba su habilidad en la conversión binario-decimal y decimal-binario. Se le darán 20 ensayos de conversión. Los números se darán al azar y se imprimirá su calificación al final. La respuesta a cualquier conversión equivocada se imprimirá; si se presenta la siguiente conversión, usted puede suponer que contestó correctamente la anterior.

Escribir un programa para desarrollar este juego.

48. Supóngase que va a doblar una hoja de papel varias veces. Cada doblez producirá una hoja con el doble de espesor que la anterior. Si el espesor de la hoja original es de 0.3 pulg, determinar el espesor que tendrá después de 35 dobleces. El programa convertirá pulgadas a pies cada vez que se excedan 12 pulgadas y pies a millas cada vez que se excedan 5,280 pies.

49. Un comerciante en refacciones de automóvil conserva existencias de un cierto articulo en su almacén. Sabe que el costo de proceder asi es de $.01x + 10/x$ dólar por mes, donde x es el número de artículos que ordena cada vez que su existencia es baja. Parte del costo se incrementa cuando x crece, porque tiene que destinar más espacio después de que recibe suministros más grandes. Por otro lado, parte de su costo decrece cuando x crece, pues es menos costoso para él colocar órdenes menores. ¿Cuál es la orden más económica que puede formar?

50. Encontrar la suma y el último término de una progresión aritmética. Utilizar las fórmulas:

$$l = a + d\,(n - 1)$$
$$s = \tfrac{1}{2}\,n\,(a + 1)$$

donde a representa el primer término, d la diferencia común, n representa el número de términos, l el último término y s la suma de los términos. Ejemplo: en la progresión 1, 3, 5, 7 y 9, l = 9 y s = 25.

51. Introducir A, el primer término; D, la diferencia común y N, un número positivo en una progresión aritmética. Determinar el número enésimo de la secuencia.

52. Encontrar la suma y el último término de cualquier progresión geométrica. Usar las fórmulas:

$$l = ar^{(n-1)}$$
$$S = a - rl/(l - r)$$

donde l representa el último término, a el primero, n el número de términos, r la razón común y s la suma de los términos. Ejemplo: en la progresión 2, 6, 18 y 54, $l = 54$; $s = 80$.

53. Introducir A, primer término; R, razón común y N, un entero positivo de una progresión geométrica. Determinar el término enésimo de la suma de los N primeros términos de la secuencia.

54. Encontrar la suma de la serie $n(n + 1)/2$ para $n = 1, 2, 3, ..., 20$.

55. Una secuencia de números está definida como sigue: los dos primeros números son 1 y 2. De dos números consecutivos cualesquiera, a y b, el siguiente se obtiene como .5 (a + b). La secuencia principia con 1, 2, 1.5, 1.75, 1.625,... Imprimir quince números de esta secuencia.

56. Imprimir los primeros 30 números de la secuencia, 1, 1/2, 1, 1/4, 1, 1/8, ...

57. Imprimir la suma $1 + 1/2^2 + 1/3^2 + 1/4^2 + \ldots + 1/N^2$ para N = 2, 3, ..., 1, 000.

58. Una secuencia de números está definida como sigue: los primeros tres números son 1, 1 y 1. De tres números consecutivos cualesquiera a, b y c, el siguiente se obtiene de c + 2b + 3a. La secuencia se inicia con 1, 1, 1, 6, 11, 26, 66, ... Imprimir 20 números de esta secuencia.

59. En una cierta secuencia geométrica, el primer término es 6 y la razón común es 1/2. Imprimir las primeras 20 parejas de la secuencia.

60. Generar e imprimir 200 números aleatorios entre 1 y 12 y determinar la frecuencia con que aparece cada número.

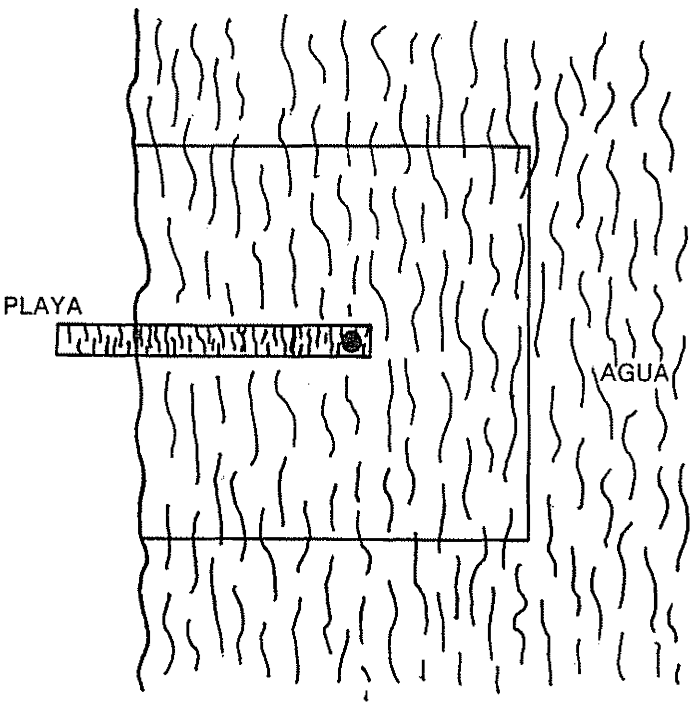
61. Escribir un programa para generar 1,000 enteros aleatorios entre 0 y 100. Determinar cuántos de ellos son pares y cuántos impares.

62. Ordenar los dígitos del 1 al 9 en orden creciente. Insertar entre ellos cualquiera de los tres símbolos siguientes: + (adición), −(sustracción) y ninguno. Ejemplo 1 + 23 − 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 100. Determinar todos los arreglos posibles que produzcan un resultado de 100.

63. Para cada una de las siguientes parejas de números, encontrar dos números tales que su suma sea el primer número en la pareja dada y su producto el segundo: 7, 12; 9, 18; 17, 60; − 2, − 8; − 10, 21; 59, 168; 147, 572; 219, 1,484.

64. Después de haber bebido, Lucas, el borracho del pueblo, tiene manera extraña de caminar. Sus pasos son siempre de un metro de alcance y se mueve sólo en una de las cuatro direcciones: norte, sur, este u oeste. Después de

dar un paso, la dirección del siguiente la toma completamente al azar, pero siempre en una de las cuatro direcciones. Hay una arbotante colocado en un pilar a 7 m del agua en cada uno de los tres lados y a 9 m desde la costa. Si parte del arbotante, ¿cuáles son sus probabilidades de regresar a la playa sin caer al agua? Correr un programa para simular la caminata aleatoria de Lucas. Supóngase que la caminata termina cuando cae al agua o cuando alcanza la playa. En 50 caminatas, encontrar el número de las que tengan éxito y el número de fracasos.



65. Encontrar dos números naturales consecutivos cuyo producto sea igual al producto de tres números naturales consecutivos.

66. El número irracional π es uno de los más interesantes de todos los números.

$$\pi = 3.14159265358979323 8...$$

Es asombroso que varias sumas se aproximen a este valor cuando se incrementa el número de sus términos. Por ejemplo, $\pi = 4(1-1/3 + 1/5-1/7 + 1/9...)$. Obtener una aproximación de π con esta serie.

67. En 1773, un naturalista francés llamado Buffon propuso un experimento para encontrar una aproximación de π. Arrojó una aguja de longitud L a una hoja grande de papel plana, reglada con líneas paralelas separadas entre sí 2L unidades. Pudo demostrar que la probabilidad de que la aguja cayera cruzando una de las líneas era $1/\pi$. Generar una aproximación a π contando el número de los cruces en un número grande de ensayos.

68. Determinar un valor aproximado de π usando números aleatorios.

69. Determinar qué valor es mayor: e^{π} o π^{e}. El valor de π es 3.14159 y el de e es 2.71828.

70. En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Así, en un triángulo con los lados de 3, 4 y 5 unidades, se cumple $5^2 = 3^2 + 4^2$. Encontrar e imprimir los lados de triángulos de ese tipo, si cada uno de los catetos es entero, menor que 100 y cada hipotenusa es un número primo.

71. Generar e imprimir el triángulo de Pascal.

72. Van a dividirse 70 pesos entre 50 hombres, mujeres y niños, de tal manera que cada hombre recibe 6 pesos, cada mujer 3 y cada niño uno. ¿Es posible hacerlo? Si lo es, ¿cuántos hombres, mujeres y niños hay? (Sugerencia: usar las ecuaciones de Diofante para resolver el problema).

73. Un granjero compra un guajolote por \$5, un pato en \$7 y un pollo en \$3. Desea comprar 30 pájaros por \$100. ¿Cuántos animales de cada especie puede comprar? (Sugerencia: usar ecuaciones de Diofante para resolver el problema).

74. Calcular el producto AB (módulo M).

75. Hacer que la computadora imprima la tabla de sumar y la de multiplicar para mod. 5.

76. Hacer que la computadora haga la sustracción mod. 8.

77. Construir una tabla de multiplicación mod. M. Imprimir tablas para:

$$M = 2, 3, 4, 5, ..., 10.$$

78. Imprimir las primeras 20 filas de una tabla de acuerdo a las siguientes reglas:

    1a. La tabla tendrá cuatro columnas rotuladas con N, X, Y y Z.

    2a. Los valores en la primera fila de la tabla serán 1, 2, 3 y 4.

3a. Los valores de N y Y serán dos unidades más grandes que sus valores en la primera fila:

4a. Los valores de X y Z serán cuatro unidades más grandes que sus valores en la primera fila.

79. *Introducir 50 enteros en un arreglo; encontrar* los valores de los enteros mayor y menor en el arreglo e imprimir estos dos números y los cincuenta del arreglo.

80. Intercambiar las dos diagonales principales del arreglo cuadrado de números:

1 0 0 2
0 1 2 0
0 2 1 0
2 0 0 1

81. Nuestros amigos de la Compañía Occidental de Servicios de Computación acaban de perder su capacidad de multiplicación matricial, en virtud de un error lamentable en uno de sus programas de sistemas. El sistema de computación aún opera, pero no funciona la sección de multiplicación matricial. Correr un programa que multiplique una matriz 4 x 5 por una 5 x 6, dando usted mismo los datos.

82. Intercambiar las columnas 2 y 4 de la siguiente distribución numérica:

3 6 9 2 5
4 3 9 6 4
5 4 8 4 9
0 1 2 1 8
4 0 3 0 2

83. Determinar si la matriz siguiente tiene una inversa. Si la tiene, el programa imprimirá la matriz y su inversa. Si no la tiene, hacer que la computadora imprima el mensaje: LA INVERSA NO EXISTE.

$$\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

84. Encontrar una raíz de la función $y = \operatorname{sen} x - x + x^3/6$ para el intervalo de $x = 0$ a $x = 2$.

85. Encontrar una raíz de la función $y = \operatorname{sen} x - \cos x$ en el intervalo de $x = 0$ a $x = 1$.

86. Calcular los ceros de un polinomio mediante el método de Newton.

87. Charles Babbage, el abuelo de la computadora digital actual, diseñó una máquina de diferencias para evaluar polinomios de segundo orden de la forma $y = x^2 + 4x + 2$. Suponiendo que $x = 13$, escribir un programa que calcule esta ecuación e imprimir el valor resultante de y.

88. Encontrar todas las raíces de una ecuación cúbica $AX^3 + BX^2 + CX + D = 0$, donde A,B,C y D son datos.

89. Encontrar la longitud de la curva que pertenece a la gráfica de $y = x^2$, entre $x = 0$ y $x = 1$.

90. La serie de Taylor $\cos(x) = 1 - x^2/2! + x^4/4! - x^6/6! + \ldots$ converge para todo valor de

x. Calcular los primeros diez términos de esta serie.

91. Redactar un programa para practicar la adición y la sustracción de polinomios.

92. Considérese el sistema de ecuaciones:

$$Ax + By + C = 0$$
$$Dx + Ey + F = 0$$

Determinar si las líneas tienen la misma pendiente y de ser así, decidir si son paralelas o coinciden. Si las líneas son independientes, determinar el punto de intersección.

93. Evaluar si el polinomio de sexto grado $y = x^6 - 3x^5 - 93x^4 + 87x^3 + 1596x^2 - 1380x - 2800$ para todos los valores enteros de x entre -12 y $+16$. El programa debe imprimir los valores iniciales de x cuando se anule el polinomio y los de x cuando y sea cero.

94. Encontrar las coordenadas de los puntos sobre la recta $x + 4y = 4$ cuando x tome los valores 2, 2.5, 3, 3.5, 4, y evaluar $3x + 4y$ en cada uno de esos puntos.

95. Encontrar un máximo relativo de la función sen x en el intervalo de $x = 0$ a $x = 2$.

96. Dibujar la gráfica de la curva definida por la ecuación $x^5 + y^5 + 5xy = 0$. La gráfica deberá incluir los valores de x desde -2 hasta $+2$ en pasos de 0.01.

97. Redactar un programa para aproximar el área de la región delimitada por el eje x, la línea $x = 0$, la línea $x = 3$ y la gráfica de la función: $f(x) = 3x^2/(1 + x^5)$. Hacerlo dividiendo el intervalo [0,3] en N subintervalos, mediante rectángulos cuyas bases sean los subintervalos y cuyas alturas sean los valores funcionales de los puntos medios de los subintervalos. Sumar enseguida estos rectángulos. Leer los valores para N y realizar la aproximación para N = 6, 12, 15, 24, 30, 60 y 300.

98. Encontrar el área bajo la curva $y = x^2$ entre $x = 0$ y $x = 1$.

99. Calcular el área bajo la curva $y = x^3$ desde $x = 2$ hasta $x = 10$.

100. Calcular el área bajo la curva $y = x^3$ entre los límites $x = 1$ y $x = 4$.

101. Encontrar el área bajo la curva $y = 2x + 4$ desde $x = 1$ hasta $x = 5$.

102. Encontrar el área bajo la curva que representa la función $y = (x + 1)/(x + 2)$ y el eje x, desde $x = 1$ hasta $x = 2$.

103. Encontrar el área bajo la curva que representa la función $y = 1/x$ desde $x = 1$ hasta $x = 10$.

104 .El desarrollo de la serie de Taylor de sen x es $\operatorname{sen} x = x - x^3/3! + x^5/5! - x^7/7! + x^9/9 - \ldots$ El error cometido al limitar el desarrollo en el término k-ésimo es igual o menor que el valor absoluto de ese término. Redactar un programa para calcular el seno de un argumento dado. El programa deberá introducir el error permisible. Comparar el resultado con las tablas en uso.

105. Si N es un entero positivo grande, un valor aproximado de N! lo da la aproximación de Stirling: $N! = \sqrt{2\pi N} \times N^N \times e^{-N}$. Con esta fórmula, calcular un valor para 13! Comparar el valor calculado con el real.

106. Encontrar el área bajo la curva de una función mediante la regla de Simpson.

107. Correr un programa que integre por la regla del trapecio.

108. Encontrar los puntos de intersección de la circunferencia $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ y el segmento de línea que une los puntos (a, b) y (c, d).

109. Encontrar los puntos de intersección de la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ y la sección cónica con ecuación $ax^2 + by^2 = C$. El programa introducirá valores para r, a, b y c.

110. Resolver cualquier par de ecuaciones simultáneas de dos variables:

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

111. Calcular la distancia entre los puntos A y B en un sistema coordenado tridimensional

112. Sea dado el siguiente conjunto de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} 3x + 6y + 7z &= 6 \\ 4x + 27 - 3z &= 7 \\ 6y - 2z &= 2 \end{aligned}$$

Introducir la matriz de los coeficientes y calcular e imprimir sus matrices transpuesta e inversa.

113. La raiz cuadrada de un número positivo puede calcularse con el método de ensaye y error de Newton-Raphson: $X_n = 1/2(X_o + A/X_o)$, donde A es el número y Xo es el primer ensayo. Introducir valores para A y X y calcular la raíz cuadrada de A.

114. Calcular las soluciones de un polinomio cúbico de la forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. (Será conveniente consultar un texto sobre Teoría de las Ecuaciones antes de intentar resolver este problema).

115. Con frecuencia resulta útil encontrar la ecuación de una curva que se ajuste óptimamente a un conjunto dado de puntos. Enseguida se da un método para encontrar una curva así. En la figura, P y Q son dos puntos de un conjunto dado y $y = f(x)$ es una posible curva de ajuste óptimo. P' y Q' son puntos sobre la curva que tienen las mismas abscisas que los P y Q. La f(x) se escoge de tal suerte que la suma de los cuadrados de todas las longitudes PP' y QQ' sea un mínimo.

a) *Caso lineal.* Las ecuaciones para ajustar una línea recta $y = ax + b$ a un conjunto dado de puntos (X, Y) son:

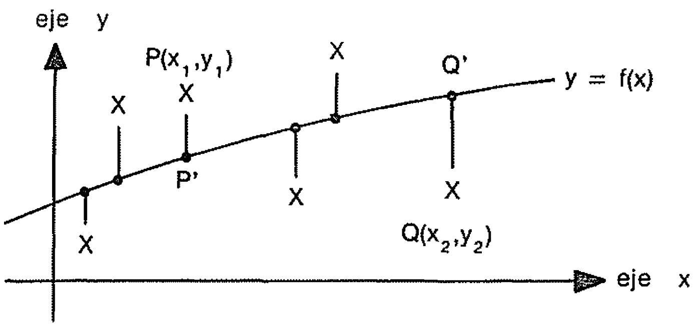
$$a \Sigma X^2 + b \Sigma X = \Sigma XY$$
$$a \Sigma X + bN = \Sigma Y$$

donde N es el número de puntos.

b) *Caso cuadrático.* Las ecuaciones correspondientes para ajustar una curva cuadrática

$y = ax^2 + bx + c$ a un conjunto de puntos (X, Y) son:

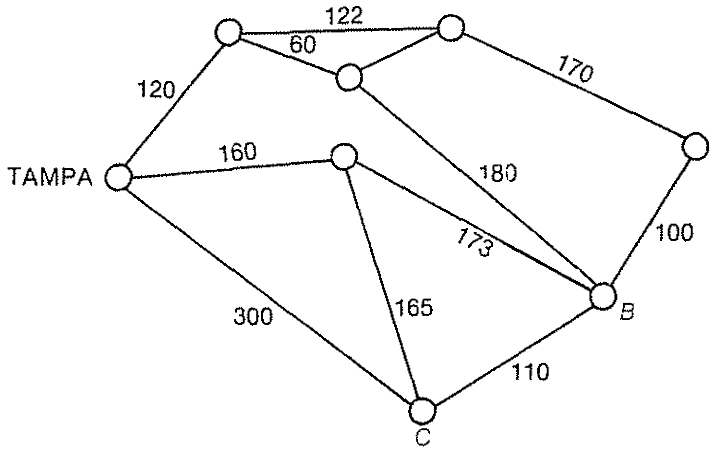
$$a\ \Sigma X^4 + b\ \Sigma X^3 + c\ \Sigma X^2 = \Sigma X^2Y$$
$$a\ \Sigma X^3 + b\ \Sigma X^2 + c\ \Sigma X = \Sigma XY$$
$$a\ \Sigma X^2 + b\ \Sigma X + cn = \Sigma Y$$



116. Redactar un programa que encuentre el mínimo común denominador (MCD) de tres numeros.

117. Un granjero tiene 20 pollos y 60 patos. Desea comprar cuando menos 100 animales más (pollos y patos), disponiendo de espacio en su granja para 140 patos como máximo. Quiere tener al menos igual número de patos que de pollos. Puede comprar los pollos a un costo de \$0.15 y los patos a \$0.20, por animal. ¿Cuántos pollos y cuántos patos deberá adquirir el granjero, a efecto de minimizar su costo?

118. Determinar el costo mínimo para suministrar envases desde uno de los almacenes a la ciudad de Tampa.



La figura muestra un mapa de ubicación que da distancias en km entre los depósitos A, B y C y la ciudad de Tampa. Los costos de transportación y el de los envases son los siguientes:

	A	B	C
Costo de envase	$0.50	0.47	0.51
Costo de transportación por envase	0.005	0.006	0.004

CAPITULO 7

TEORIA DE LOS NUMEROS

La teoria de números es una rama de las Matemáticas que trata con los *números naturales* 1, 2, 3, 4, . . ., llamados a menudo *enteros positivos*. La arqueología y la historia nos enseñan que el hombre comenzó a contar tempranamente. Aprendió a contar números y mucho tiempo después a multiplicarlos y restarlos. La división por números fue necesaria para partir igualmente un montón de peras o una cantidad de peces. Estas operaciones con los números se denominan cálculos. La palabra cálculo proviene del latín *calculus*, que significa piedrecilla. Los romanos acostumbraban usar guijarros para designar números en sus mesas de cálculo.

Tan pronto como el hombre aprendió a calcular un poco, para muchos con mente especulativa resultó un pasatiempo agradable. Esas experiencias con números se acumularon por siglos con interés diverso, hasta que, por decirlo así, se dispuso de una estructura imponente en Matemáticas, llamada teoria de los números. Algunas de sus partes consisten aún de meros juegos con números, pero otras pertenecen a los más dificiles y complicados capítulos de las Matemáticas.

Si es usted un entusiasta de los acertijos, recuerda probablemente algunos que su interés radica en las propiedades de los números; si ha resuelto algunos, usted está ya iniciado en algunos de los elementos de la teoría de números. Una gran cantidad de los problemas no resueltos en Matemáticas modernas pertenecen al campo de la teoría de los números. Los problemas de este capítulo pretenden introducir al estudiante a ese mundo fascinante y dar un marco de referencia para resolver algunos problemas que no sean triviales.

1. Un número primo es cualquier número que no puede dividirse exactamente entre otro, excepto entre sí mismo y la unidad. Por ejemplo 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 son números primos. Encontrar todos los primos entre 2 y 400.

2. Introducir un número y determinar si se trata de un primo.

3. Introducir un número N y enlistar enseguida todos los números primos menores o iguales a él.

4. Imprimir los números primos del 1,000 al 1, 500. El programa no deberá probar los números pares.

5. El año 1973 lo recordarán muchos aficionados a la Matemática, pues se trata de un número primo. Generar todos los números primos en el período 1972-2000.

6. Calcular e imprimir todos los números primos consecutivos (tales como 11 y 13, 21 y 23) menores que 1,000.

7. Calcular e imprimir una tabla que dé el número y el porcentaje de números primos en los intervalos 2—100, 101—200, 201—300, 301—400, ..., 901 — 1,000.

8. Enlistar todos los números compuestos entre 4 y 100. Un número compuesto es cualquier entero diferente del 1 que no sea primo.

9. Introducir dos números A y B y determinar si son primos relativamente. Dos números son primos relativamente si su máximo común divisor es 1. Por ejemplo, 4 y 15 son primos relativamente.

10. Introducir los tres enteros A, B y C y determinar si son primos relativamente.

11. Determinar si un conjunto de N enteros positivos son primos relativamente.

12. Usar la fórmula $3N^2 - 3N + 23$ para construir una tabla de números primos. Variar a N de 0 a 22.

13. Imprimir una tabla de números primos. Usar la fórmula $P = N^2 - N + 41$ por $N = 1, 2, 3, \ldots, 40$.

14. La fórmula $Y_N = N^2 - 79N + 1601$ puede usarse para generar primos dentro de un rango limitado. Determinar para cada valor $N = 1, 2, 3, \ldots, 100$ si Y_N es un número primo o no lo es.

15. Un número primo palindrómico es uno que también es primo cuando se invierten sus dígitos. 17, 31, 37 y 113 son ejemplos de tales números. Encontrar todos los primos palindrómicos menores que 400.

16. Generar números primos con el polinomio $x^2 + x + 41$ cuando x varía de 0 a 40.

17. Es posible encontrar progresiones aritméticas de números primos no consecutivos. Por ejemplo, una progresión aritmética de tres

números primos no consecutivos es 11, 17, 23 (diferencia constante igual a 6). Examinar todos los primos menores que 1,000 e imprimir cualquier progresión aritmética de tres o cuatro primos.

18. Los números primos de Mersenne son de la forma $2^p - 1$, donde p es primo. Para cada primo de Mersenne, existe un número perfecto correspondiente $2^{p-1}(2^p - 1)$. Encontrar varios primos de Mersenne y los números perfectos correspondientes.

19. Fermat, probablemente el más grande matemático francés del siglo XVII, propuso que todos los números de la forma $2^{2^n} + 1$, donde $n = 0, 1, 2, ...,$ son primos. Demostrar que esto es cierto para $n = 1, 2, 3, 4$, pero no para $n = 5$.

20. Se ha conjeturado que existe una gran cantidad de números primos de la forma $n^n + 1$. Por ejemplo, $1 + 1 = 2$ (un primo) y $2^2 + 1 = 5$ (un primo). Determinar para cada valor $n = 1, 2,..., 7$ si $n^n + 1$ es o no primo.

21. Si p es un primo y $p^2 + 2$ también lo es, encontrar un caso en que $p^2 + 4$ lo sea también.

22. Algunos números primos pueden expresarse en la forma $n! + 1$. De hecho, se ha conjeturado que existe un número infinito de primos de esa forma. Determinar qué números primos (menores que 2,000) pueden expresarse como $n! + 1$.

23. En el siglo XIII, Leonardo Fibonacci, un mercader próspero de Italia, a quien le fascinaban los números, descubrió lo que se conoce ahora como serie numérica de Fibonacci. Cada número de esta serie es la suma de los dos

números que lo preceden inmediatamente. Los primeros pocos números de esa secuencia son:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,...

Encontrar los primeros treinta números en esta secuencia.

24. Supóngase que se juntan dos conejos, macho y hembra, para cruzarse. Supóngase que una pareja de conejos procrea otra cada mes, comenzando dos meses después de su propio nacimiento y que cada pareja producida así consiste de un macho y una hembra. ¿Cuántos conejos habrá al cabo de 24 meses?

25. Encontrar el primer término de la serie de Fibonacci mayor que 10,000. Sólo este término se imprimirá con el programa.

26. Imprimir los primeros cincuenta números de Lucas. Los números de Lucas son similares a los de Fibonacci, aunque la secuencia principia diferentemente: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76,...

27. Un número perfecto es un entero tal que la suma de sus divisores propios es igual a él mismo. Por ejemplo, 6 es un número perfecto, pues $1 + 2 + 3 = 6$. Ver cuántos números perfectos pueden encontrarse.

28. Determinar si un número dado es perfecto, abundante o deficiente. Un número es perfecto cuando la suma de sus divisores es igual a él; es abundante cuando esa suma lo excede y es deficiente cuando es menor que él.

29. Algunas parejas de números pares se llaman "números amigables" si la suma de los factores de uno de ellos es igual al otro. Por ejemplo, 220 y 284 son números amigables, pues la suma de los factores de 220 es 284 y la de los factores de 284 es 220. Los factores de 220 son: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110. (Suma = 284). Factores de 284: 1, 2, 4, 71, 142. (Suma = 220). Encontrar todas las parejas de números amigables menores que 10,000.

30. Un número con N dígitos es un número de Armstrong si la suma de las potencias N-ésimas de los dígitos que lo forman es igual al propio número. Por ejemplo, 407 es un número de Armstrong, pues tiene tres dígitos tales que $4^3 + 0^3 + 7^3 = 407$. Determinar todos los números de Armstrong con tres dígitos.

31. El antiguo matemático griego Diofante se considera uno de los genios precursores de la teoría de los números. Sin embargo, las soluciones de Diofante a ecuaciones algebraicas involucraron sólo números racionales positivos y, de hecho, el uso moderno limita las ecuaciones diofantinas a enteros positivos. Una ecuación real, encontrada en los escritos de Diofante, establece: "Encontrar tres números tales que su suma sea un cuadrado y que la suma de dos cualesquiera de ellos también lo sea". Determinar tres números así.

32. Generar e imprimir las primeras quince filas del triángulo de Pascal. Imprimir los resultados en la distribución tabular siguiente:

```
1
1   1
1   2   1
1   3   3   1
```

33. Sea la tabla:

1	1	1						
1	2	3	2	1				
1	3	6	7	6	3	1		
1	4	10	16	19	16	10	4	1

¿Cuál es la regla general después de la primera fila? Utilizar esta regla para calcular las siguientes diez líneas de la tabla.

34. Un cuadrado latino es una distribución tabular de N x N números, de tal manera que cada número aparezca en cada fila y en cada columna. Imprimir todos los cuadrados latinos de orden N para N = 2, 3,..., 9.

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
3	4	5	1	2
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4

35. Existen tres enteros menores que 10,000 que son iguales a la suma de sus dígitos elevados a la cuarta potencia. Un ejemplo es el número 1634: $1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$. Encontrar los otros dos enteros.

36. Encontrar el máximo común divisor (MCD) de tres números. El MCD es el número más grande que divide a los tres números. Por ejemplo, el MCD de 3,12 y 30 es 3.

37. Utilizar el algoritmo de Euclides para determinar el MCD de dos enteros positivos.

38. Determinar los MCD de los siguientes conjuntos de números: 2059 y 4189; 18103 y 5473; 53053 y 689.

39. De las N^2 posibles parejas de enteros entre 1 y N, contar el número de parejas cuyo MCD sea 1.

40. Encontrar el mínimo común múltiplo de tres números.

41. Encontrar el mínimo común múltiplo de cinco números.

42. Determinar el MCD y el mcm de los siguientes conjuntos de números: 324, 610; 200, 316; 84, 1003.

43. Determinar todas las diferentes parejas de factores del siguiente conjunto de enteros:

$$1009, \ -654, 453, \ -991, 771, 991.$$

44. Introducir el número N y enlistar sus factores primos. Por ejemplo, los factores primos de 12 son 2, 2 y 3.

45. Determinar el número menor que 2,000 que tenga el mayor número de factores.

46. Determinar el entero menor que tenga exactamente 32 factores.

47. Encontrar la suma y número de factores de 1134, 1135, 1136, ..., 1174.

48. Dividir 1,000 en dos partes, de tal manera que una sea múltiplo de 19 y la otra de 47.

49. Redactar un programa para un juego en que cada uno de los jugadores deba imprimir un

número de 7 dígitos. Ganará el jugador cuyo número tenga el factor primo mayor.

50. Encontrar todos los valores posibles de N (menor que 100) cuya suma sea:

$$1 + 2 + 3 + 4 + ... + N = N^2.$$

51. La suma de los primeros cinco enteros es igual a 15: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. ¿Cuáles enteros, principiando con $1 + 2 + 3 + 4 + ...$ tendrían que agregarse para alcanzar una suma de 820?

52. Determinar el valor de X de tal manera que X30X8 sea divisible entre 23.

53. Platón, un maestro ateniense y discípulo de Sócrates, una vez recomendó que una ciudad se dividiera en lotes, de tal suerte que el número de lotes tuviera tantos divisores propios como fuera posible. Sugirió 5040, pues este número posee 59 divisores propios. No obstante, las computadoras han determinado que existen dos números menores que 10,000 que tienen 63 divisores propios. Uno de los números es 9,240. ¿Cuál es el otro?

54. Dada la secuencia 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14,. . . donde falta cada tercer entero, imprimir la suma y sus primeros cien términos.

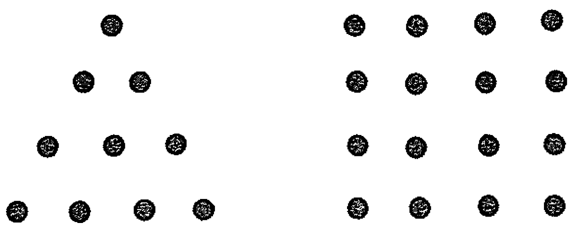
55. Los números 12 y 13 tienen la siguiente característica: $12 \times 12 = 144$, $21 \times 12 = 441$; y $13 \times 13 = 169$, $31 \times 13 = 961$. Encontrar un número de tres dígitos (si existe) para el cual sea también válido este tipo de relación.

56. Aquí se tiene una curiosidad matemática en base 10: 98765432 x 9 = 888888888. Encontrar curiosidades semejantes en bases menores que 10.

57. ¿Qué entero multiplicado por 52631578947368421 dará sólo nueves?

58. Encontrar un número de cinco dígitos que al multiplicarse por 4 se le inviertan sus digitos. En otras palabras, encontrar un número ABCDE tal que 4 x ABCDE = EDCBA.

59. A los números que puedan representar un patrón triangular de puntos se les llama números triangulares:



$(n(n+1))/2$ (n^2)

A los que puedan representar un patrón cuadrado de puntos se les denomina números cuadrados.

Encontrar si existen números que sean a la vez triangulares y cuadrados.

60. Encontrar enteros positivos distintos mutuamente W, X, Y y Z, cada uno menor que 15, tales que $W^3 + X^3 = Y^3 + Z^3$.

61. Dado un número de tres digitos, restarle el número de tres dígitos "invertido" e imprimir el resultado. Por ejemplo, 632 daría el resultado $632 - 236 = 396$.

62. Encontrar aquellos enteros C, de 1 a 50, que puedan escribirse en la forma $C^2 = A^2 + B^2$, con enteros positivos A y B.

63. El cuadrado de 5 es 25 y 5 es el último dígito de 25. El cuadrado de 90,625 es 8,212,890,625 y 90,625 son los cinco últimos dígitos de 8,212,890,625. Encontrar más números, menores que 1000, que sean el último dígito o los últimos dígitos de su cuadrado.

64. La suma de los primeros dos dígitos del entero 3025 y los dos últimos dígitos es 55. Si se eleva al cuadrado 55 se obtiene el número original: $30 + 25 = 55$, $55^2 = 3{,}025$. Determinar todos los números menores que 10,000 con esta propiedad.

65. Los tres números consecutivos 72, 73 y 74 son únicos, pues cada uno es igual a la suma de dos cuadrados: $72 = 6^2 + 6^2$, $73 = 3^2 + 8^2$, $74 = 5^2 + 7^2$. Determinar todos los conjuntos similares de números menores que 1,000.

66. El número 20 puede escribirse como la suma de dos cuadrados: $20 = 2^2 + 4^2$. Determinar todos los números menores que 100 que puedan escribirse como la suma de dos cuadrados.

67. Encontrar todos los enteros de dos dígitos iguales a la suma de los cuadrados de sus dígitos.

68. Cuatro y nueve se llaman números cuadrados, pues $2^2 = 4$ y $3^2 = 9$. Ciertas parejas de números, cuando se suman o se restan dan un número cuadrado. Por ejemplo, 12 y 37: $12 + 37 = 49$ y $37 - 12 = 25$. Determinar todas las parejas de números menores que 80, que den un número cuadrado cuando se sumen y resten.

69. El difunto G. H. Hardy, un matemático sobresaliente moderno abordó en una ocasión un taxi para visitar a su amigo el matemático hindú Srinivasa Ramanujan. El número del taxi era $\boxed{¿?}$ y observó "que el número le parecía más bien insulso y confió que no fuera de mal agüero. No, replicó Hardy, 'se trata de un número muy interesante; es el número más pequeño expresable como la suma de dos cubos en dos diferentes maneras' " $\boxed{¿?} = A^3 + B^3$ y $X^3 + Y^3$. Determinar el número del taxi.

70. Para cada una de las siguientes parejas de números, encontrar dos, tales que su suma sea el primero de ellos y su producto el segundo:

42, 392; 75, 756; 94, 840; 296, 17679.

71. Con los enteros del uno al nueve, tomando de tres a la vez ¿de cuántas formas puede obtenerse una suma de 15?

72. Demostrar que la suma de los cuadrados de cinco enteros consecutivos es siempre divisible entre 5.

73. Introducir un entero N y determinar si se trata de un cuadrado perfecto.

74. La suma de los cuadrados de los N primeros números está dada por la fórmula: $N(N + 1)(2N + 1)/6$. Con esta fórmula, calcular la suma de los cuadrados de los primeros 150 enteros.

75. Encontrar todos los números naturales pares, entre 100 y 150, que sean la mitad de la suma de sus divisores propios.

76. Encontrar los tres números impares menores que sea cada uno la suma de los cuadrados de los enteros positivos en dos formas diferentes.

77. Encontrar los números A, B y C, cuya suma sea 43 y la suma de sus cubos 17,299.

78. Encontrar los enteros positivos, cuya suma sea 20 y cuyo producto sea máximo.

79. Paradójicamente, pueden reducirse ciertas fracciones eliminando un entero común en el numerador y en el denominador. Por ejemplo: $16/64 = 1/4$, $154/253 = 14/13$. Encontrar todas las fracciones con esta propiedad hasta 998/999.

80. Para cada entero del 1 al 40, encontrar el cuadrado mínimo que principie con los dígitos de uno de esos enteros.

81. Un entero X, al dividirse entre los números del 2 al 12 deja siempre un residuo de 1. X es también divisible entre 13. Determinar el entero menor que se ajuste a esta descripción.

82. Un cierto número, menos la suma de sus dígitos, es igual a 36. Además, la suma de sus dígitos más el producto de ellos es igual al número menos 8. Determinar ese número.

83. Encontrar una secuencia de siete enteros consecutivos, en la que ninguno de los cuales sea primo.

84. Encontrar los cuadrados de todos los enteros hasta el 100, cuyos dígitos de las decenas sean impares.

85. Determinar la suma de todos los enteros entre 100 y 1,000 que sean divisibles entre 14.

86. Imprimir todos los números hasta el 1,000, que no sean divisibles entre cualquier entero menor que 10.

CAPITULO 8

CIENCIAS, QUIMICA, FISICA Y BIOLOGIA

En este capítulo se encuentran problemas relacionados con ciencias, química, física, biología e ingeniería.

1. Convertir un ángulo en grados, minutos y segundos a grados en fracción decimal.

2. Encontrar la distancia que recorre la luz en x años.

3. La luz puede viajar 300,000 km por segundo. Calcular la distancia que puede recorrer la luz en un minuto.

4. Leer la distancia desde la que cae un objeto y determinar el tiempo que tardará en caer.

5. Redactar un programa que imprima gramos/mole y átomos/mole a partir de pesos atómicos y fórmulas moleculares.

6. La temperatura es una medida de la concentración o intensidad de energía calorífica

en un cuerpo. Existen cuatro escalas para medir la temperatura: Fahrenheit (F), Celsius (C), Kelvin (A) y Rankine (R). Muchos experimentos de laboratorio requieren la conversión de una escala a otra. Un ejemplo podría ser convertir lecturas Fahrenheit a Celsius, Kelvin a Rankine. Para convertir temperaturas Fahrenheit a Celsius, restar 32 grados de la lectura Fahrenheit y multiplicar la diferencia por 5/9. El resultado será el equivalente Celsius. Para convertir temperatura Celsius a Kelvin, sumar 273 grados a la lectura Celsius. Para convertir temperaturas Fahrenheit a Rankine, agregar 460 grados a la lectura Fahrenheit. Escribir un programa para convertir treinta valores Fahrenheit a sus equivalentes Celsius, Kelvin y Rankine.

7. Convertir temperaturas Celsius a Fahrenheit.

8. Convertir temperaturas Kelvin a Fahrenheit y Celsius.

9. Un comerciante chino en Chicago desea poner el termostato de su habitación del hotel en 26 grados Celsius, pero el termostato está graduado en escala Fahrenheit. Hacer un programa pàra hacer la conversión.

10. Generar dos tablas de conversión de temperaturas e imprimirlas. Una tabla dará los equivalentes Celsius para temperaturas Fahrenheit desde 50 a 100 grados, de cinco en cinco; es decir, los valores Fahrenheit serán 50°, 55°, ..., 100°. La otra tabla dará los equivalentes Fahrenheit para temperaturas Celsius de 0 a 20 grados, de dos en dos; es decir, los valores Celsius, serán 0°, 2°,..., 20°.

11. María Pérez y Juan Jiménez deciden producir sus propios termómetros. María fija en 40 gra-

dos de su escala el punto de congelación del agua y Juan, el suyo, en 25 grados. María establece el punto de ebullición en los 280 grados de su escala y Juan en 125. Convertir doce valores del termómetro de Juan a sus equivalentes en el de María.

12. Introducir la potencia en bujías de una fuente luminosa P y su distancia D desde un punto. Determinar la iluminación sobre un objeto colocado en ese punto.

13. Las fuerzas de arrastre y elevación de un cohete pueden darse aproximadamente por las ecuaciones: Arrastre $= DdAV^2$ y elevación $= LdAV^2$, donde D y L son los coeficientes de arrastre y elevación, respectivamente determinados en forma experimental; d es la densidad del aire; A es el área de la sección transversal del cohete y V su velocidad. Introducir diferentes valores de D, L, d, A y V e imprimir los valores de las fuerzas de arrastre y elevación.

14. Dado el peso atómico de un elemento, usar la ecuación $E = mc^2$ para encontrar la cantidad de energía producida cuando el elemento se convierte en energía.

15. Dada la altura, la distancia, la distancia imagen y la distancia focal de un objeto, encontrar la distancia de la imagen.

16. Introducir el ángulo de refracción de un rayo luminoso y encontrar el ángulo de incidencia para cualquier índice de refracción dado.

17. El número de chirridos que hace un grillo por minuto es una función de la temperatura. En consecuencia, es posible decir cuánto calor hace usando a un grillo como termómetro.

Una fórmula es $t = (n + 40)/4$. Aquí, t representa la temperatura en grados Fahrenheit y n el número de chirridos que emite el grillo por minuto. Determinar e imprimir valores de t para n igual a 40, 50, 60, 70, ..., 140, 150.

18. La distancia de frenado en Celsius (C) de un carro experimental se calcula como 1.8 veces el cuadrado de su velocidad S^2: es decir, $C = 1.8\ s^2$. Calcular e imprimir la distancia de frenado para velocidades de 40 km/h a 60 km/h.

19. La atracción gravitacional entre dos cuerpos cualesquiera en el universo está dada por la fórmula $F = (G \times M \times N)/R^2$, donde M y N son las masas de los cuerpos en kg; R es la distancia entre ellos en m y G es la constante de gravitación. Establecer valores para M, N, R y G y calcular e imprimir F.

20. El tiempo que requiere un objeto para recorrer una cierta distancia cuando viaja a velocidad constante está dado por la fórmula $t = d/r$, donde d es la distancia y r es la rapidez. Calcular t cuando r = 40 km/seg y d varía de 10 a 200 m en incrementos de 10 m.

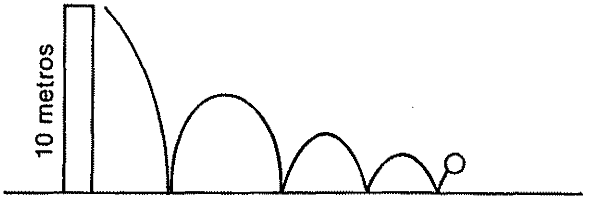
21. La velocidad promedio de una molécula de gas a una temperatura T está dada por la fórmula $V = \sqrt{3KT/M}$, donde T es la temperatura en grados Kelvin y K es la constante de Boltzmann. Establecer los valores de entrada y calcular V.

22. Supuestamente en el siglo XVII Galileo Galilei arrojó un par de piedras desde la punta de la Torre, en Pisa, con la intención de demostrar que las piedras pesadas y las ligeras caen con la misma rapidez. Considerando que g = 32 y t = 3 seg, utilizar la ecuación $d = 1/2\ gt^2$ para hacer un programa y determinar la posi-

ción de las piedras al cabo de los primeros 3 segundos.

23. Una mujer arroja su libro de bolsillo desde lo alto de la torre de Sears (con 1451 pies de altura). Escribir un programa para determinar la velocidad de impacto al nivel del piso. Usar la fórmula $V = \sqrt{2\ gh}$, donde la h es la altura de la torre y g = 32 pies / seg^2 es la constante gravitacional de la Tierra.

24. Una pelota cae desde una altura de 10 m. Rebota cada vez hasta dos tercios de la altura del último salto. Escribir un programa para determinar aproximadamente hasta dónde avanzará la pelota cuando golpea la superficie en el salto vigésimo.



25. Una pelota cae desde una altura de 70 m y rebota hasta una altura igual a 5/8 de la altura original. Calcular e imprimir la altura de rebote para cada una de las 30 primeras veces que la pelota golpea la superficie.

26. Una pelota cae verticalmente desde una torre de 86 m de altura y rebota cada vez hasta 32 por ciento de su altura previa. Determinar la distancia vertical que recorre la pelota antes de quedar en reposo.

27. Si una pelota rebota 0.8 de la distancia de la que se arroja ¿cuántos rebotes dará antes de alcanzar 1 pie? Se supone que se arrojó desde una altura de 6 pies.

28. Si un cuerpo cae bajo la sola acción de la gravedad (sin considerar la resistencia del aire) la distancia recorrida está dada por la fórmula $S = 16t^2$, donde S es la distancia en pies y t es el tiempo en segundos. ¿A qué altura ha caído un cuerpo al cabo de seis segundos?

29. La ecuación para determinar la corriente que fluye por un circuito alterno es:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi FL - \frac{1}{2\pi FC}\right)^2}}$$

donde

I = corriente, en amperes

E = voltaje, en volts

R = resistencia en ohms

L = inductancia en henrys

C = capacitancia en farads

F = frecuencia, en ciclos/seg.

Calcular la corriente para un cierto número de valores de capacitancia espaciados igualmente y para voltajes de 1, 2 y 3 volts. Como entrada al programa se darán los valores de R, F y L. Los valores inicial y final de la capacitancia, así como el incremento, serán también entradas de programa.

30. La fórmula para calcular distancia es d = rt, donde d es distancia, r la rapidez y t el tiempo. Calcular la distancia para los siguientes valo-

res de r y t: r = 45 km/h y t = 6 h; r = 60 km/h, t = 2.8 h; r = 125 km/h y t = 1.5 h.

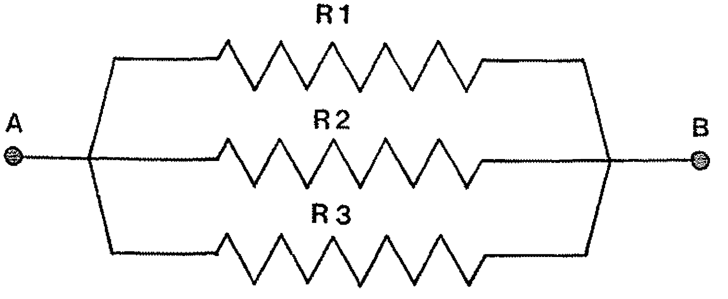
31. Determinar la resultante de dos fuerzas que actúan simultáneamente sobre un punto de un cuerpo, dadas las magnitudes y ángulos de dirección de ambas fuerzas.

32. Encontrar aproximadamente la cantidad de trabajo requerido para elevar un cuerpo de 90 kg hasta una altura de 100 km desde la superficie terrestre. Tomar la fuerza proporcional a $1/x^2$, donde x es la distancia desde el centro de la Tierra; considerar que la superficie terrestre se encuentra a 7,400 km del centro de la Tierra.

33. Una bola se arroja en el aire con una velocidad inicial V, formando un ángulo A con la horizontal, a partir de una altura D sobre el piso. Trazar la trayectoria de la bola, usando intervalos de n segundos hasta que toque el piso.

34. Un rayo de luz viaja por el aire a una velocidad de 344,472 km/seg y penetra al agua formando un ángulo de incidencia de 45°, siendo el de refracción de 30 °. ¿Cuál es la velocidad del rayo en el agua?

35. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos A y B del circuito siguiente:



36. El aumento poblacional de un cultivo bacteriano con el transcurso del tiempo es directamente proporcional a la dimensión de la población: es decir, mientras mayor sea la población, más rápidamente crecerá el cultivo. Matemáticamente, puede expresarse la población en cualquier tiempo mediante $P = R(1 + ct + ct^2/2 + ct^3/6 + ct^4/24 + \ldots + ct^n/n!)$, donde P es la población bacteriana en el tiempo t; R la población en el tiempo de referencia; t el tiempo en horas a partir del tiempo de referencia y $c = 0.0289$. Calcular la multiplicación de la muestra (P/R) en 2, 5, 10, 20 y 50 horas después del tiempo de referencia. Usar sólo los diez primeros términos de la serie.

37. Una ciudad pequeña del oeste de Kansas ideó un índice de contaminación tal que 37 es "aceptable"; de 37 a 55, "desagradable" y arriba de 55, "peligroso". Correr un programa que acepte un índice de contaminación como dato e imprimir la descripción apropiada del aire.

38. Hay diez animales elementales en un cultivo de laboratorio y comida suficiente para 1,000 animales al tiempo cero (el tiempo presente). La población se duplica cada hora y se añade al cultivo comida suficiente para alimentar 4,000 animales más de los que existían la hora anterior. ¿Cuándo sobrepasará la población al suministro de comida, si llegara a presentarse esta eventualidad?

CAPITULO 9

ADMINISTRACION

El propósito de este capítulo es presentar algunos problemas de administración que sean a la vez introductorios y elementales. Se encontrarán problemas relacionados con nóminas, intereses, depreciación, control de inventarios, clasificación, cálculo de impuestos, inversiones, hipotecas y bonos para los empleados.

1. Sara Méndez vende biblias a razón de $3.00 cada una, más $0.65 por estampillas postales y manejo. Calcular sus ingresos de dos semanas en las que vendió 16[illegible]blias.

2. Una casa editora suministra textos escolares. Ofrece descuentos en órdenes de 30 o más volúmenes del mismo título. Un cierto texto tiene los siguientes precios:

   abajo de 30 copias: $6.95 por libro
   treinta o más copias: $6.00 por copia.

   Calcular el costo por escuela que haya ordenado los siguientes pedidos:

Escuela A: 35 copias	Escuela C: 70 copias
Escuela B: 12 copias	Escuela D: 20 copias

3. Una cierta compañía de fletes tiene las siguientes tarifas entre Boston y los Angeles: \$75 por ton para las primeras 10 tons; \$35 por ton para cada ton arriba de 10. ¿Cuánto costará el envío de los siguientes cargamentos de 12, 36, 8, 100 y 1260 tons?

4. La población estudiantil en la Escuela Técnica de Atlanta se incrementa a razón de 8% anual. Si la población estudiantil actual es de 2 400 alumnos ¿cuántos tendrá dentro de diez años?

5. Un cliente ordena cuatro libros, que al menudeo cuestan \$8.95, con un descuento del 20%; tres discos en \$3.50 con un descuento del 15% y un tocadiscos de \$59.95, que no tiene descuento. Hay además un descuento del 2% sobre el pedido total si se paga pronto. Calcular el importe de la orden.

6. ¿De cuántas maneras se pueden combinar cuatros, dimes, quintos y centavos para dar 50 cts.?

7. Escribir un programa que contabilice su cuenta de cheques (o la de su papá). Debe sumar depósitos, restar cheques girados, sustraer los cargos bancarios e imprimir balances mensuales.

8. Juanita López trabaja en cuatro ocupaciones que le pagan un sueldo diferente por hora. De-

terminar su ingreso en una semana si trabajó las horas siguientes, con las razones indicadas: trabajo A, 12 h, con \$3.20 por h; B, 10 h a \$4.10 la h; C, 8 h, a \$3.80 la h y D, 13 h a \$2.95 la h.

9. Calcular el ingreso global por semana de una persona, dados su tasa por h, sueldo por hora de tiempo extraordinario, número de horas trabajadas normales y extraordinarias.

10. Suponer que la retención de impuestos de un salario semanal se calcula de la manera siguiente: 15% de la diferencia entre el salario total de un empleado y \$10 multiplicado por el número de personas que él sostiene. Introducir los valores del sueldo total de un empleado y el número de personas que de él dependen; imprimir el impuesto que se retiene por empleado.

11. Un trabajo x dura 30 días y se paga por él \$10 diarios y otro dura también 30 días, pero se paga como sigue: \$1 el primer día, 2 el segundo, 3 el tercero y así sucesivamente. ¿Cuál trabajo está mejor pagado?

12. Crear un archivo de empleados para una cierta compañía. El archivo contendrá números de identificación y fecha de nacimiento del empleado. La edad de jubilación obligatoria será de 65 años. Imprimir los números de identificación de aquellos empleados que deban retirarse el próximo año.

13. Redactar un programa donde se pueda introducir un código de empleado (un número de identificación de 7 dígitos), su pago por hora, y el número de horas que trabaja semanariamente. El programa debe imprimir cada código de empleado, el salario devengado y la

palabra Extraordinario, si el empleado laboró más de 40 h.

14. Rogelio Bátiz gana $4.50 por h hasta 40 horas y $6.75 por cada hora después de 40 horas semanarias. Trabajó 53 h la última semana. Calcular sus ingresos.

15. Una compañía maderera paga un bono al empleado que haga más casas de perro por año. El valor del bono se calcula multiplicando por 10 la diferencia entre el total de casas hechas por el obrero más diligente y el de las realizadas por el menos eficiente.

Bono = 10x (número mayor de casas − número menor de casas). La compañía tiene siete obreros. Correr un programa para leer la producción anual de cada obrero; calcular el bono e imprimir el número de identificación del operario que recibirá el bono.

Cifras de producción anual

Obrero	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1	101	93	107	63	121	77	102	72	79	76	80	53
2	99	80	82	60	65	80	91	95	63	75	92	61
3	79	100	122	76	67	80	80	90	100	60	91	69
4	40	89	100	90	92	95	96	89	79	72	90	72
5	121	101	98	97	103	104	89	99	107	90	76	49
6	99	89	60	99	98	88	95	96	89	90	91	60
7	79	89	90	70	90	88	82	63	70	75	80	70

16. Un comprador dispone de $3,400 y desea adquirir un lote que tenga cuando menos 9000 metros cuadrados. Conocidos los datos de 20 lotes, escribir un programa que introduzca las condiciones del comprador y determinar si al-

guno de los lotes lo satisfacen. Cualquier lote o lotes que reúnan los requisitos exigidos se imprimirán con el siguiente formato:

IDENT.	LONG.	ANCHO	VALOR
102	100	110	2950

17. Una fórmula para calcular el impuesto para compra-venta de bienes raíces es T = (A/100)R, donde T = impuesto, A = valor convenido y R = tasa de interés por $100. Calcular el impuesto sobre una casa vendida en $33,000, con una tasa de interés de $4.25 por $100.

18. Una compañía juguetera reduce el precio de sus coches y camiones metálicos en un 12%. Calcular la reducción promedio en precio de los coches y camiones que originalmente costaban $8.95, $12.50, $5.50, $14.25, $9.50, $7.50, $10.00, y $3.20.

19. Los cálculos de interés simple involucran progresiones aritméticas. Si P es el capital colocado a una tasa i de interés durante n años, la cantidad A al término de esos años puede encontrarse con la fórmula A = P (1 + n). Por ejemplo, si P = 2,000, i = 7 y n = 10, entonces,

$$\begin{aligned} A &= 2000\,(1 + \ (10 \times .07)) \\ &= 2000\,(1 + .7) \\ &= 2000\,(1.7) = \$\ 3400 \end{aligned}$$

Introducir los siguientes valores: P = 5,000, i = 6, n = 15. El programa calculará la cantidad A al término de cada período de 1 a 15 años, imprimiendo el período y la cantidad.

20. Se depositaron \$1,000 en un banco que paga 5 3/4% de interés compuesto trimestralmente. Este depósito se hizo en enero 1o. de 1970. Al año se hizo un depósito de \$500, continuándose así hasta enero 1o. de 1979. *a*) ¿Cuál es el saldo en enero de 1980? *b*) ¿Qué parte de esta cantidad son intereses?

21. Anita Sánchez necesita comprar una falda que le cuesta \$15. Pero hay un pequeño problema: no tiene los quince dólares. Consigue un crédito en la tienda con las siguientes condiciones: debe pagar \$1.25 al recibir la falda y el saldo deberá pagarlo a razón de \$1.25 semanales durante quince semanas. Calcular la tasa de interés anual simple.

22. La isla de Manhattan se compró en 1626 en \$24. Si aquellos inversionistas antiguos hubieran decidido invertir la misma suma al 7% de interés compuesto trimestralmente ¿a cuánto ascendería su inversión en la actualidad?

23. Se paga un interés simple sobre \$300 al r% durante n años. Correr un programa que imprima una tabla de interés para valores de r desde 0.05% hasta 6.5% y para valores enteros de n entre 1 y 25.

24. La fórmula del interés compuesto es $A = P(1 + I/100)^N$ donde P es el principal (la cantidad depositada o invertida originalmente), I es la tasa anual de interés, N es el número de años y A es la cantidad (principal más intereses). Con un depósito inicial de \$2,000 invertido al 5% durante 5 a 20 años, calcular una tabla que muestre el interés para cada año.

25. ¿Cuánto dinero tendría usted en el banco si depositara $10 al inicio de cada mes durante 20 años, en una cuenta de ahorros que pagara 5 1/2% de interés compuesto mensualmente?

26. Un padre desea depositar el dinero suficiente en una cuenta de ahorros escolar que paga 6% de interés compuesto diariamente, de tal suerte que su hijo, que acaba de nacer, tenga $12,000 cuando llegue a los 19 años. Determinar la cantidad que debe depositar en la cuenta.

27. Supóngase que le prestan $2,000 al 9% de interés por año durante 5 años. ¿Qué interés debe pagar?

28. Usted tiene $100. Si los invierte al 6% de interés compuesto trimestralmente ¿cuántos años transcurrirán hasta que tenga $50,000?

29. Supóngase que desea ser millonario al llegar a los 50 años de edad. ¿Cuánto dinero tendrá que depositar en una cuenta de ahorros que paga 6% de interés trimestralmente?

30. Comparar $150 compuestos mensualmente al 5 1/2%, trimestralmente al 5 1/4% y diariamente al 5%.

31. Se va a pagar una hipoteca de $23 000 a razón de $260 mensuales, con un interés del 6% por año, calculado mensualmente. El programa se diseña para generar una tabla de cuatro columnas que muestre el número de abono, el balance, el interés mensual y la cantidad abonada al principal cada mes. El nuevo balance para cada mes se obtiene restando la cantidad abonada al principal del balance anterior.

32. Un dentista desea resolver un problema contable sencillo. Una máquina de rayos X, con

valor de $12,000, se va a depreciar en 20 años por el uso de un sistema de saldo decreciente. Indicar la depreciación y el valor en libros de la máquina para el período de 20 años.

32. Si usted hubiera heredado $1,200,000 (en sueños quizás) y los invirtiera con un retorno promedio del 6.2% anual ¿cuál sería su ingreso?

34. Acaba de invertir usted $100 en un banco y su gerente le garantiza que cada dos años se le duplicará su inversión. Calcular e imprimir una tabla que muestre su inversión para 30 años. El programa imprimirá una tabla semejante a la siguiente:

    2 AÑOS — $ 200
    4 AÑOS — $ 400
    6 AÑOS — $ 800

35. Una casa de préstamos facilita dinero al 12.5% de interés. Sin embargo, si el préstamo es de $1,000 o más, reduce la tasa al 1%. Encontrar el interés cargado por un año a las siguientes cantidades: $500, $2,200, $3,000, $250, $10,000, $3,750.

36. El padre de Tomás invirtió $2,000 en un fondo de fideicomiso, el día en que nació. El fondo gana 7% de interés compuesto semanariamente. Escribir un programa que determine al valor del fondo cuando Tomás llegue a los 30, 40, 55, 65, 85 y 91 años de edad.

37. Un matrimonio planea ahorrar para adquirir un inmueble. Pretende depositar $100 mensualmente en una cuenta de ahorros que paga

intereses mensuales del 1/2 al 1%. ¿En cuántos meses tendrán los $5,000?

38. Supóngase que se invierten $150 al principio de cada año durante 15 años y que el dinero gana un interés del 9% anual, pagable al término de cada año. Si se reinvierten los intereses ¿cuánto dinero se acumulará al término de los quince años?

39. Escribir un programa que calcule el interés total ganado, si se dan el total invertido, la tasa de interés, el número de años de la inversión y el número de veces por año que se paga interés.

40. Un agricultor desea invertir su herencia de $18,000 de tal manera que se le duplique su dinero cada 7 años. Generar un programa que determine la tasa de interés compuesto que debe lograr para alcanzar su propósito, ciertamente ambicioso.

41. El padre de María invirtió $1,000 en un fondo de fideicomiso para ella el día que nació. El fondo gana 10% de interés compuesto anualmente. María se olvidó del fideicomiso hasta que llegó a los 56 años de edad. ¿A cuánto asciende su fondo?

42. Celia dispone de $300 para depositar en un banco durante un año. Uno le paga 6% de interés compuesto anualmente; otro el mismo interés, pero trimestralmente; un tercero el mismo interés pero semanariamente y un último diariamente. ¿Cuánto dinero recibirá de más Celia por invertir en el último banco y no el primero? Encontrar en qué se convertirán los $ 300 al depositarlos en cada uno de los cuatro bancos durante un año.

43. Memo Torres va a solicitar un préstamo de $150 y desea comparar varios planes de préstamos. Supóngase que una casa le ofrece el dinero en interés compuesto al 1% mensual y otra al 1 1/8% de interés simple mensual. Comparar lo que tiene que pagar Memo en cada plan después de 12, 24, 36 y 48 meses.

44. Emma Pére pretende depositar $1,000 en una cuenta ahorros y dejarlos durante 10 años, acumu ıdo intereses. El banco A compone el intei en sus cuentas de ahorros anualmente; e, B semestralmente; el C trimestralmente y el D mensualmente. Los bancos A y B pagan tasas de interés del 6.25%; el C, 6% y el D, 5.75%. ¿Dónde le convendrá a Emma depositar su dinero?

45. Un albañil pide prestados $1,000 y acuerda pagar $90 mensuales durante 12 meses. Regresará entonces $1 080, lo que parece representar un interés de sólo el 8% del préstamo original. Mediante cálculos con algunas pocas tasas diferentes, compuestas mensualmente, determinar la tasa de interés anual verdadera con un margen del .1%.

46. Un banco paga intereses con tasa anual del 5% sobre cuentas menores que $200; 6% para $200 a $1,000 y 7% para más de $1,000. Calcular el interés de una cuenta cuyo balance se otorga como dato.

47. Formar una tabla con cantidades de tal suerte que haya $100 al final de 10, 15 y 20 y 25 años a los 5%, 5½%, 6%, 6½%, y 7% de interés por año compuesto mensualmente. Imprimir los años como encabezado y las tasas en la primera columna de cada fila.

48. Va a amortizar una hipoteca de $35,000 a razón de $310 por mes. Va a cargarse un interés

del 8% anual, calculado mensualmente. Escribir un programa que calcule una tabla de cuatro columnas para mostrar el número de pago, el balance, el interés para cada mes y la cantidad abonada al principal para cada mes.

49. Va a amortizar una hipoteca de $30 000 en abonos mensuales iguales durante un cierto periodo de años. El interés se calcula como porcentaje del saldo insoluto. Imprimir una tabla de cargos por pagos mensuales para periodos de 1 a 25 años, con tasas de interés del 3 a 10%. Puede demostrarse que el pago mensual sobre un préstamo de $P durante un periodo de n años está dado por $[P\, y^{12n} (l - y)]/(l - y^{12n})$, donde y es la tasa de crecimiento por mes. Por ejemplo, si el interés es del 7% entonces, $y = (1 + 7/1200)$.

50. Muchos bancos calculan intereses trimestralmente. Mostrar la diferencia entre invertir $200 al 6% compuesto trimestralmente e invertirlos al 6.25% compuestos anualmente, por un periodo de 25 años.

51. La familia Nares va a comprar una casa con un crédito hipotecario de un banco. El préstamo original fue de $45,000 al 8% de interés anual. El Sr. Nares hace pagos mensuales de $375, que incluyen intereses y abonos al préstamo. El interés se calcula cada mes sobre saldos insolutos. El primer mes el interés es $i = (45\,000) \times (.08) \times ½ = 300$. Por lo tanto, se abona al préstamo $375 - 300 = 75$. El saldo insoluto es entonces $45\,000 - 75 = 44\,925$. El interés para el segundo mes se calcula sobre este nuevo balance. Imprimir una tabla de pagos para los primeros 72 meses.

52. María compra su despensa semanaria en el supermercado. Sean X el valor total de su

compra y Y es el dinero que entrega a la cajera. Calcular el número de billetes y de monedas que recibe como cambio (la diferencia entre X y Y).

53. Santiago Figueroa dispone de $7,600 y desea adquirir un lote con un área de al menos 12,000 pies cuadrados. Recabar datos de 30 lotes y escribir un programa para introducir las condiciones del Sr. Figueroa y determinar si alguno (s) responde (n) a los deseos del comprador. Imprimir las identificaciones, dimensiones y precios de todos los lotes que se ajusten a los requerimientos del señor Figueroa.

54. Escribir un programa para encontrar ingresos o rentas marginales, costo marginal y ganancia total, dada la renta total y el costo total en cada nivel de salida.

55. Introducir la siguiente tabla; ordenar las entradas por tecla e imprimir una tabla de valores en orden de teclas.

Tecla	Valor
2	14
6	301
32	1632
4	171
11	6321
1	148
15	7
9	23
25	666
17	31

56. Generar un programa que imprima letras de cambio mensuales para una compañía de tar-

jetas de crédito. Debe agregar pagos hechos en el mes anterior; restar el costo de compras realizadas y sustraer un cargo financiero mensual del 1.5% sobre balance no pagado.

57. Hacer un programa que facilite al estudiante la solución de problemas de porcentajes.

58. Una casa fabricante de vestidos de señora usa 3 yardas de tela para confeccionar cada uno de tres tipos (A, B y C) de vestidos. La tabla siguiente indica porcentajes de dacrón, algodón y lana en las tres categorías:

	Vestido A	Vestido B	Vestido C
Dacrón	40	45	25
Algodón	10	30	15
Lana	50	25	60

Encontrar el numero de yardas de tela (dacrón, algodón y lana) necesarios para hacer 100, 200 y 300 vestidos, si las razones de A a B a C son siempre 1: 3: 6.

59. Un almacén tiene un articulo de vestir en bodega, clasificado como pequeño, mediano y grande, en colores rojo, blanco y amarillo. La existencia a mano (por tamaño y color) se da en la tabla A, donde las filas representan tamaño y las columnas color. El precio por unidad se da también en el mismo esquema de clasificación en la tabla B. ¿Qué inventario por tamaño y color debe tener el comerciante a mano en dólares?

Tabla A

	R	B	A
P	6	14	2
M	12	22	8
G	7	3	4

Tabla B

	R	B	A
P	3.95	3.95	4.25
M	4.95	4.95	5.25
G	5.45	5.95	6.50

60. Al Sr. López se le ofrece un empleo en una planta manufacturera y se le da oportunidad de seleccionar dos formas de recibir su salario. Puede recibir su sueldo mensual de $500 y un aumento de $5 mensual o bien, un salario mensual de $500 con un aumento anual de $80. Redactar un programa para determinar los salarios mensuales para los 10 años próximos en cada caso. El programa determinará los salarios acumulativos después de cada mes y, de esa información decidirá cuál método de pago es mejor.

61. Un comerciante en pipas puede vender a un dólar 1,000 pipas que le costaron 50 cts. Por cada centavo que él reduzca al precio, puede aumentar el número vendido en 50. ¿Qué precio maximizará las ganancias? Sugerencia: Ganancia = ventas − costos. Obviamente, el precio correcto queda entre .50 y 1. Calcular las ganancias en cada uno de los precios en este rango y escoger el que dé la ganancia máxima.

62. Un banco requiere un informe mensual que contenga la siguiente información:

—el número de cuentas sobregiradas.

—una lista de cuentas sobregiradas.

—el número de cuentas con balances arriba de $100 pero abajo de $1,000.

—una lista de aquellas cuentas cuyo saldo mensual exceda $1,000.

—el número de tales cuentas.

—la cantidad de saldo en efectivo del depositante mayor y

—el balance en efectivo del depositante menor.

Generar un programa de balances de cuentas y enlistar la información anterior.

63. Escribir un programa para producir un facsímil de un cheque. El programa introducirá al beneficiario, la fecha, el girador, el nombre del banco, la dirección del banco, los números de tránsito, el número de cheque y el importe.

64. Una compañia decide dar a cada uno de sus empleados un bono de un octavo de su salario anual. Encontrar las bonificaciones pagadas por esta compañía, si los salarios anuales de sus empleados son: $12,000, $14,000, $9,000, $6,500, $7,800, $10,400, $8,200.

CAPITULO 10

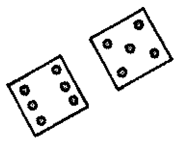
DIVERSION CON LA COMPUTADORA

Hasta que se inventó la computadora, jugar estuvo restringido primordialmente a los humanos o con ciertas máquinas de propósitos lúdricos. En la actualidad, las personas de todo el mundo emplean una parte considerable de su tiempo para programar computadoras para divertirse. ¿Por qué? Una razón es que los programas de juegos dan excelentes oportunidades para aprender a resolver problemas con computadora. El aprendiz del manejo de la computadora puede entender el problema que se programa en un tiempo mínimo; por consiguiente, puede dedicar más tiempo a conocer la propia computadora, a entender el desarrollo de algoritmos, lenguajes de programación y técnicas de solución de problemas con computadora.

Otra razón por la cual los seres humanos están empleando computadoras para divertirse, es que los juegos son a menudo buenas analogías respecto a situaciones reales que afectan a las personas y a su medio. El juego se está aplicando al análisis gerencial, experimentos científicos y estrategias militares. Los ejecutivos de la industria y el comercio desarrollan juegos con computadoras digitales, que simulan la operación de sus empresas. Los juegos de este tipo permiten al ejecutivo desarrollar un estudio activo de sus empleados, conocer más sus compañías y simular las actividades de sus negociaciones.

En este capitulo se encontrarán juegos, rompecabezas y entretenimientos matemáticos que pueden programarse para jugar con una computadora.

1. Escribir un programa que simule el lanzamiento de dos dados.



2. Sacar al azar cinco cartas de una baraja de 52 e imprimir la colección y color de cada carta.

3. Distribuir y analizar una mano de póquer.

4. Escribir un programa que distribuya manos de "bridge".

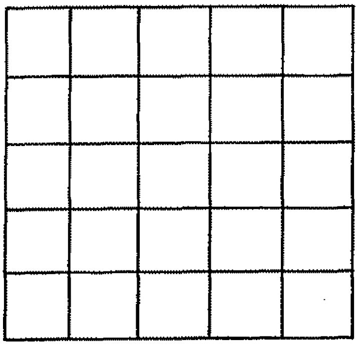
5. Programar la computadora para que "dibuje" un cuadro en la terminal.

6. La computadora trata de adivinar un número que tiene usted en mente. Primero, ella da un número y usted le dice si es demasiado alto, demasiado bajo o correcto. En base a la información que se le proporcione, la computadora ensaya de nuevo. El proceso continúa hasta que la computadora acierta el número. Ge-

nerar un programa que desarrolle este juego de tanteos.

7. Correr un programa que pida a dos jugadores que adivinen un número que la computadora saque al azar entre 1 y 75. El programa dará 15 puntos al jugador que dé la respuesta más próxima.

8. Colocar cinco monedas en cinco cuadros, de tal suerte que no haya ningún par en la misma fila, columna o a lo largo de una diagonal.



9. Simular 100 veces un juego entre Tomás y Laura, teniendo ambos 20 cts. Se lanza una moneda. Si cae águila, Tomás gana una moneda de Laura; si cae sol, Laura gana una moneda de Tomás. En promedio ¿cuántas veces habrá que arrojar la moneda antes de que Tomás (o Laura) pierda todas sus monedas?

10. Introducir el número de paradas que Juan López hace con cada balón en cada marco y calcular su registro de juego.

11. Resolver el problema siguiente: sustituir los números por las letras

$$\begin{array}{rr} & \text{MEDIO} \\ + & \text{MEDIO} \\ \hline & \text{TOTAL} \end{array}$$

12. Santiago va a la feria con su mascota que es una zorra, un costal de maíz y un ganso de engorda. Llega a un puente peatonal que permite sólo que pase con una de sus pertenencias a la vez. Si dejara solo al ganso con el maíz, el animal se lo comería; si dejara sola a la zorra con el ganso, se lo comería. ¿Cómo debe proceder para pasarlos sin problemas al otro lado del río?

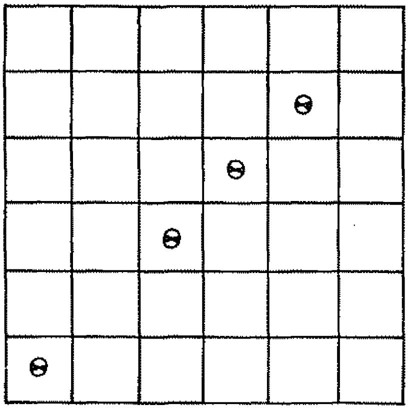
13. ¿Cree usted que pueda usarse una computadora para resolver un problema de lógica recreativa como el que sigue? Si así lo considera, escriba el programa correspondiente.

    Al hacer un censo, mientras el censador interrogaba a un manco dueño de una cabaña ruinosa; señaló a otro manco que estaba dormido. ¿Quién es él? preguntó el censador y el manco respondió: "no tengo hermanas ni hermanos, pero el padre de ese hombre es el hijo de mi padre". El objeto de este acertijo es determinar quién era el hombre dormido.

14. Tres marineros, náufragos en una isla desierta con un mono, reunieron en un día un montón de cocos para repartirlos al día siguiente. En la noche, en un momento dado, se levantó un marinero y divide el montón en tres partes iguales y ve que sobra un coco que se lo da al mono, escondiendo enseguida su parte. Un poco después, otro marinero hace lo mismo y después el último repite la operación fraudulenta. Por la mañana, se levantan los marinos, parten la pila restante y encuentran que sobra

un coco que se lo dan al mono. Calcular cuántos cocos había en la pila original. Como hay más de una respuesta correcta, el programa considerará pilas de cocos sólo en el rango de 1 a 1,000. Una de las respuestas es 79 y puede usarse para verificar el programa.

15. ¿Cuántas reinas de ajedrez se requieren para cubrir un tablero? (Se dice que un tablero está cubierto cuando cada cuadrado se encuentra ocupado o amenazado). Está demostrado que cuatro reinas cubren un tablero de 6 x 6. Determinar mediante una búsqueda exhaustiva si tres reinas lo cubren o no.



16. Se desarrolla un juego tirando un dado. Si sale un número par (2, 4, 6) el jugador recibe una cantidad igual al número que salió. Si el número es impar, pierde una cantidad igual al número que salió. Simular este juego en una computadora.

17. Generar un programa que distribuya una mano de "bridge"; hacer enseguida una apuesta de apertura.

18. Pueden distribuirse diez manos de póquer de cinco cartas, cada una tomadas de una baraja de 52 cartas. Simular este proceso algunas centenas de veces; encontrar enseguida y sacar el mínimo de manos de póquer que aparecen con cuatro de una clase, casa llena, una tercia, dos pares y un solo par.

19. Simular 10 manos de un juego de dos personas, llamado "cinco cartas tapadas". El juego se realiza con una baraja común de 52 cartas con cuatro colecciones de doses (2) hasta ases. En el juego los grupos carecen de importancia y los ases son altos y los doses (2) bajos. Las combinaciones de triunfo son pares, tercias y cuatro de una clase. Si ningún jugador tiene un par o algo mejor, gana la carta más alta. Si ninguno tiene una carta más alta, hay empate y se les regresa su apuesta. También, si ambos tienen el mismo par (o algo mejor) se declara empatado el juego y se regresan las apuestas. Cada jugador pone $5 de apuesta. El que reparte entrega 5 cartas a cada jugador y los jugadores reúnen sus cartas para declarar un triunfo o un empate. El programa entregará 5 cartas a cada jugador; comparará las manos distribuidas y tabulará lo ganado o lo perdido por cada jugador.

20. El juego de los dados de póquer utiliza cinco dados, cada uno marcado, del as al nueve. El objeto del juego es tirar los dados y hacer la mejor mano de póquer, en una, dos o tres tiradas. Cualquier número de jugadores puede participar. El primer jugador arroja los cinco dados. Puede aceptar la tirada o separar cualquiera de los dados, agregándolo a los separados previamente, para lanzar enseguida el dado (o los dados) una tercera vez. Se registra la mano del primer jugador y el siguiente procede de una manera similar. Como apuestas, los

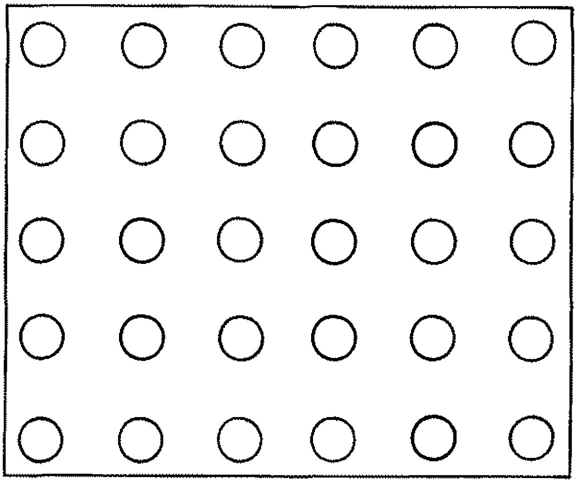
jugadores depositan casi siempre trocitos de madera en un recipiente común, antes de tirar los dados. El jugador con la mano más alta gana el recipiente. Simular este juego en una computadora.

21. El juego "Arriba y abajo del 7" se encuentra más bien en pequeñas loterías que en casinos pretenciosos. En este juego, se utilizan dos dados y los jugadores apuestan que el total quede arriba, abajo o sea igual al siete. Un jugador coloca su apuesta en el tapete y después de lanzar los dados se paga 3 a 1 por igual o pierde su apuesta. Una apuesta al sobre 7 gana cuando el lanzamiento de los dados produce una suma de 8, 9, 10, 11 ó 12. Una apuesta bajo siete dará un ganador si el total de dados da 2, 3, 4, 5, ó 6. Las dos apuestas: sobre 7 y bajo 7 se pagan por igual. Si el jugador coloca una apuesta en el centro del tapete y los dados dan 7, se le pagará 3 a 1 desigualmente. Simular este juego en la computadora.

BAJO		SOBRE
7	7	7

22. El Dara es un juego de mesa que practica el pueblo dakarkari de Nigeria. El juego consiste en 30 depresiones hechas en una mesa. Cada jugador tiene doce piedras, que coloca en hoyos en turnos alternos de participación. El juego continúa hasta que ambos jugadores

tienen todas sus piedras en la mesa. Los jugadores mueven enseguida alternativamente una piedra a lo largo de una diagonal, hacia el hoyo siguiente. El objeto del juego es colocar tres piedras en línea en hoyos consecutivos. Observar que no cuentan tres piedras dispuestas diagonalmente. Siempre que un jugador logra tener tres piedras en una fila o columna, puede quitar una de las piedras de su oponente. El juego termina cuando uno de los jugadores ya no puede obtener una línea de tres piedras.



23. "Golpear al corredor" es un juego de bolsa que se juega con un par de dados. El juego principia cuando el banquero arroja los dados de un cubilete. El valor de las tiradas del banquero se registra en un tapete o pizarra con una ficha de póquer. Es ahora el turno del jugador de arrojar los dados. El jugador puede ganar el juego sólo si lanza un valor más alto que el marcado en la pizarra. El banquero gana si hay empate.

24. El juego del "cuadrado marcado" se juega en una mesa con 9 filas y 9 columnas. Los jugadores se alternan en marcar un cuadrado por vez, cada uno usando su marca distintiva. Siempre que un jugador marca el último cuadro en una línea horizontal, vertical o diagonal, se le acreditan todos los cuadrados de esa línea. A cada cuadrado se le da el valor de un punto. El jugador con la cuenta más alta gana el juego. Simular este juego en la computadora.

25. El poder de movimiento del rey en el ajedrez está muy limitado. Sólo puede desplazarse un cuadro por vez. Puede penetrar a cualquiera de los cuadros: frontal, posterior o lateral, pero adyacentes al que se encuentre. Para completar una gira del rey, debe moverse sucesivamente sobre cada celda del tablero. Un aspecto interesante del recorrido mostrado es que los números que indican la trayectoria forman un "cuadrado mágico". Escribir un programa para generar una gira del rey.

61	62	63	64	1	2	3	4
60	11	58	57	8	7	54	5
12	59	10	9	56	55	6	53
13	14	15	16	49	50	51	52
20	19	18	17	48	47	46	45
21	38	23	24	41	42	27	44
37	22	39	40	25	26	43	28
36	35	34	33	32	31	30	29

26. En un juego de Bingo, se numeran 75 medallas, del 1 al 75, inclusive y se colocan en un

recipiente que puede girarse o sacudirse para mezclarlas. El gritón en el juego saca una medalla por vez y dice su número. Si el número queda entre 1 y 15 inclusive, grita "abajo del B" y registra el número. Similarmente, los números entre 16 y 30 están bajo I; 31 y 45 están bajo N; entre 46 y 60, bajo G y entre 61 y 75 bajo O. Una carta del Bingo se divide en 25 cuadrados. El cuadrado central contiene un juego libre. Los restantes 24 en la carta contienen números en el rango de 1 a 75. El objeto del juego es conseguir 5 números en una fila, columna o diagonal. Generar un programa para desarrollar el juego de Bingo.

27. La rueda de la fortuna es un volante gigantesco con un diámetro de 5 pies aproximadamente. El aro del volante se divide en 60 secciones. En 58 de ellas hay billetes con deno-

minaciones de 1, 2, 5, 10 y 20 dólares. Las dos secciones restantes tienen un comodín y una bandera. El tapete del volante de la fortuna, formado por siete números y símbolos correspondientes, se usa para que los jugadores depositen sus apuestas. El volante gira y los jugadores apuestan a que se detendrá con la flecha en una denominación de dinero especificada. Un jugador gana $1 si apostó a $1 y la flecha se detiene en el billete de $1. Ganará $2 si para en el de $2. Si la flecha indica el billete de $5, el jugador recogerá $5 si apostó al valor $5. Si se queda en $10 ganará $10 si apostó a esa denominación. Si el volante se posa en $20, el jugador ganará $20 si apostó a ese valor. El comodín y la bandera pagan 40 a 1 desigualmente y un jugador que haya apostado a ese valor ganará $40 si el volante se detiene en cualquiera de los dos. En la mayoría de los volantes, hay 22 billetes de $1, 14 de $2, 7 de $5, 3 de $10, 2 de $20, un comodín y una bandera. Generar un programa que simule jugar en el volante de la fortuna.

28. "Chuck-a-Luck" es un juego que se desarrolla a menudo en los casinos. Un jugador puede apostar a cualquiera de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6. Se lanzan tres dados. Si el número del jugador aparece en uno de los dados, en dos o en los tres, recibe respectivamente una, dos o tres veces su apuesta original, regresándosele además su dinero; si no es así, pierdê su apuesta. Simular este juego en una computadora.

29. Este problema es para estudiantes que gusten de jugar apuestas con sus computadoras. La máquina de escribir de la computadora (o sea, el dispositivo teclado/pantalla CRT) se usa como máquina tragamonedas; la tecla RETURN como manija y en vez de cifras que

se vean atrás de las "ventanas", la máquina de escribir saca tres palabras que representan a las cifras. Hay 6 cifras y los pagos varían aproximadamente como sucede en las máquinas tragamonedas de Las Vegas. La dimensión de la moneda de la máquina tragamonedas simulada es de 25 cts. Las cifras se escogen en un orden aleatorio. Redactar un programa para simular la operación de esta máquina tragamonedas e imprimir el dinero ganado o perdido por el apostador después de cada tiro simulado de la manija.

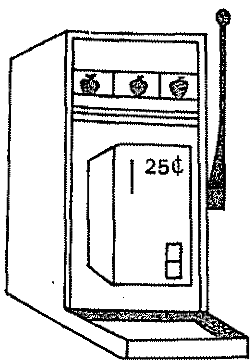


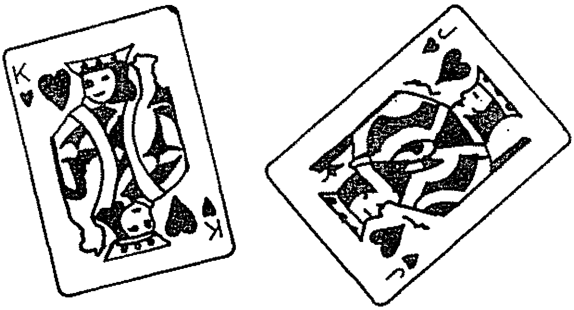
TABLA DE PAGOS

Combinaciones especiales			Pago
Cereza	—	—	2
Cereza	Cereza	—	5
Limón	Limón	Limón	8
Lima	Lima	—	5
Lima	Lima	Lima	10
Naranja	Naranja	—	5
Naranja	Naranja	Naranja	10
Barra	Barra	Barra	8
Estrella	Estrella	Estrella	100

9 5 6

30. El juego de "craps" (siete u once), jugado con dos dados, es uno de los juegos de apuesta más populares. Sólo cuentan totales para los dos dados. El jugador lanza los dados y gana de inmediato si el total para el primer lanzamiento es 7 y 11, y pierde si es 2, 3 ó 12. Cualquier otro tiro se llama su "punto". Si el primer lanzamiento da un punto, el jugador repite la tirada hasta que gane por sacar su punto otra vez o pierde por sacar 7. Simular el juego de "craps" en la computadora.

31. Programar la computadora para jugar "black-jack" (o 21) contra jugadores humanos, siendo la computadora el distribuidor.



32. En Las Vegas, un hombre con $25 necesita $50, pero encuentra muy penoso telegrafiar a su esposa por dinero. Decide invertir en la ruleta y está considerando dos estrategias: apostar los $25 al "rojo" de una sola vez y retirarse si gana o pierde, o bien, apostar al "rojo" un dólar por vez para que gane o pierda los $25. Comparar los méritos de las estrategias.

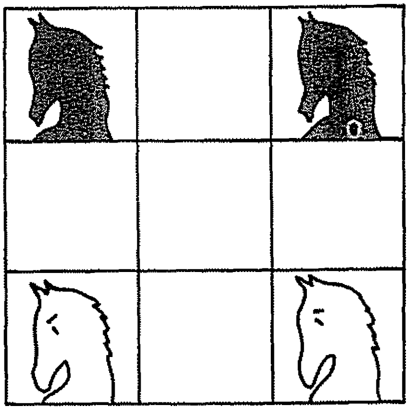
33. El juego de NIM principia con tres pilas de fichas. Los jugadores, uno de los cuales puede ser una computadora, toman turnos eliminando fichas y el jugador que quite la última ficha pierde. Puede sacarse cualquier número de fichas en cada turno, mientras al menos una se saque y se escojan todas de la misma pila. Redactar un programa para jugar NIM.

34. El juego de los marcadores principia con 15 marcadores en una línea. Hay dos jugadores que toman turnos alternos. En cada turno, un jugador puede quitar 1, 2 ó 3 marcadores. El que tome el último marcador gana. Generar

un programa que permita a una persona jugar a los marcadores contra una computadora.

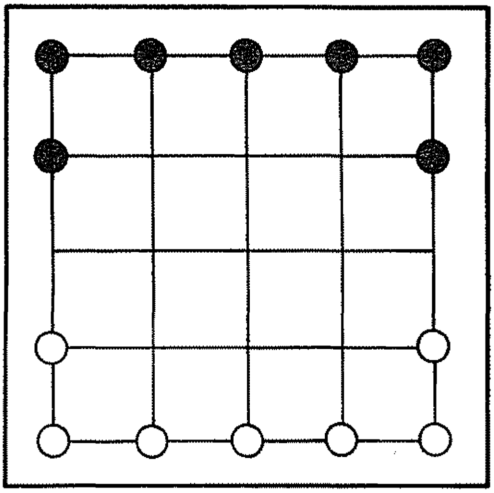
35. Escribir un programa para simular a un ratón que trata de encontrar su camino en un laberinto hacia cierto queso. El laberinto será una reja de 20 x 20. El ratón partirá de la esquina noreste de la reja y el queso estará en el suroeste. El ratón puede moverse un cuadro a la vez hacia el norte, sur, este u oeste, pero sin salirse de la reja o hacia un cuadro donde ya haya estado antes. Sus movimientos serán determinados al azar, generando enteros aleatorios en el rango 1 a 4. El programa imprimirá las posiciones del ratón mientras se mueva a través del laberinto.

36. Determinar el número mínimo de movidas necesarias para hacer que los caballos blancos y negros cambien lugares en el tablero mostrado. Un caballo cambia de cuadro diagonalmente en cualquier dirección; enseguida pasa a un cuadro en cualquier lado de la dirección de la diagonal. El caballo puede saltar cualquier pieza en el tablero. (Nota: Este intercambio puede realizarse con 16 movidas individuales).



37. En el juego conocido como Yaj-tsi se lanzan cinco dados a la vez. El juego consiste en que los dados caigan todos con el mismo número. Simular este juego e imprimir YAJ-TSI cada vez que los dados caigan iguales.

38. Un juego denominado Cinco Kono de campo se juega con la distribución siguiente: Un ju-



gador tiene 7 piedras negras y el otro siete blancas. El que tiene las piedras negras siempre hace el primer movimiento. El jugador mueve una pieza a la vez en jugadas alternas hacia atrás, adelante o diagonalmente, a través de los cuadros. El objeto del juego es colocar las piezas al otro lado, en los lugares de las del otro jugador. Escribir un programa para efectuar este juego.

39. Los cuadrados mágicos son una de las más antiguas y fascinantes de todas las curiosidades matemáticas. Un cuadrado mágico es un

arreglo de números en forma de cuadrado, de tal manera que la suma en cada columna, en cada fila y a lo largo de las diagonales principales sea idéntica. No puede repetirse ningún número al construir el arreglo. Escribir un programa para generar un cuadrado mágico de orden 5, formado, entonces, con 25 números.

Siempre enmedio

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

40. Determinar si el siguiente arreglo representa un cuadrado mágico:

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

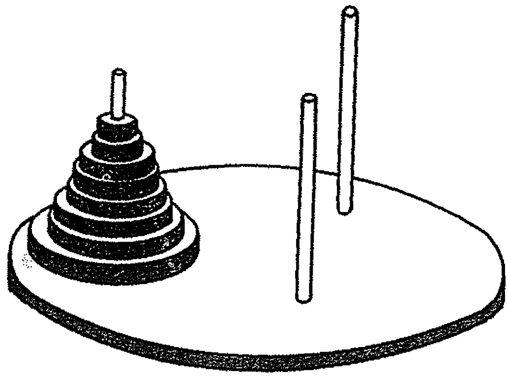
41. Tac Tic, un juego para dos, que es una variación del NIM, fue inventado por Piet Hein de Dinamarca. Es interesante presentarlo porque no ha sido aún completamente analizado. Disponer 16 monedas como en la figura adjunta. Se han numerado por comodidad.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Los jugadores se alternan para quitar cualquier número de piezas de una sola fila o columna. Sin embargo, como una limitación adicional, sólo pueden eliminarse monedas adyacentes. Por ejemplo, si el jugador A quita las monedas 14 y 15 en su primera movida, el B no puede tomar 13 y 16 en una movida. El jugador obligado a sacar la última moneda es el perdedor.

42. En el juego de la Torre de Hanoi, se debe transferir un conjunto de discos de una estaca a otra, con la condición de que un disco más grande no debe quedar sobre uno más chico. Puede demostrarse que el número de movimientos requeridos es igual a $(2^n - 1)$, donde n es el número de discos en uso. Una "cruzadora" es sentenciada a permanecer en la cárcel hasta que logra transferir los discos en una Torre de Hanoi de una estaca a la otra,

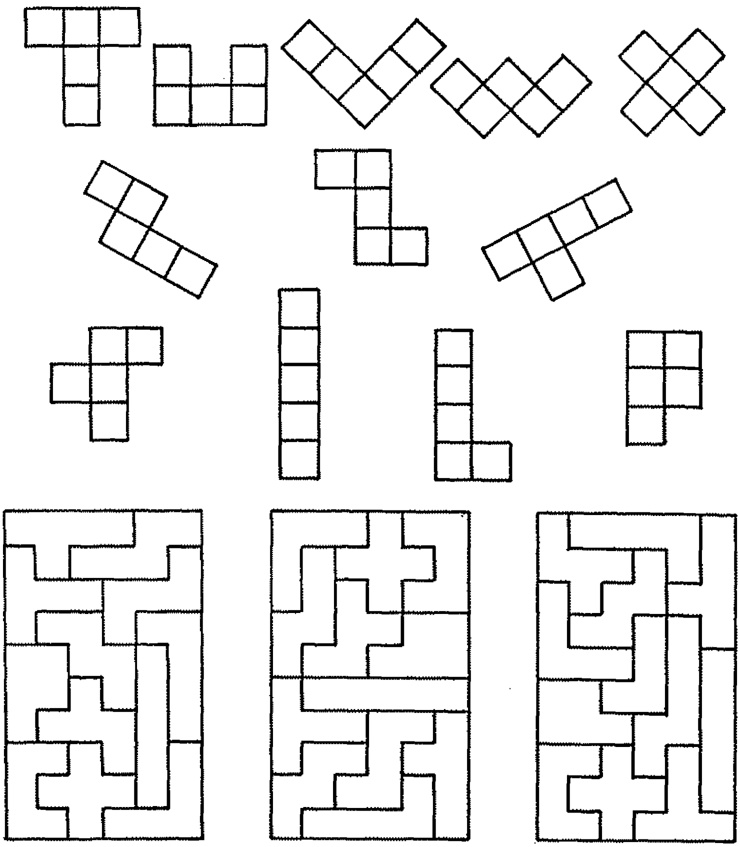
de acuerdo con las reglas del juego. Correr un programa para determinar cuántas movidas separadas tendrá que hacer si hay 20 discos y tres estacas.



43. Escribir un programa para jugar el "tic-tac-toe". Este juego se desarrolla con dos jugadores (uno es una computadora) seleccionando alternadamente cuadros de un arreglo de orden 3. Cuando un jugador obtiene 3 horizontales, 3 hacia abajo o 3 diagonalmente, imprimir el ganador. Imprimir también un mensaje apropiado si el juego termina en empate.

44. Un pentomino es una figura plana formada por cinco cuadros iguales contiguos. Hay doce posibles maneras de arreglar cinco cuadrados de esa manera, por lo que habrá doce pentominos diferentes. El pentomino se juega disponiendo los doce pentominos en una caja rectangular de 6 x 10. Generar un programa para arreglar varios patrones de pentominos. (Existen más de 2,000 patrones diferentes).

Los doce pentominos



45. Un rompecabezas popular, llamado "Locura Instantánea", consiste de 4 bloques cuyas caras tienen diferentes colores: rojo, azul, blanco y verde. Ninguno de los bloques tiene la misma distribución en cuanto a caras coloreadas. El objeto es colocar las caras en una forma tal que ninguna pareja de ellas en el frente, arriba, atrás o abajo sean del mismo color.

CAPITULO 11

MISCELANEA DE PROBLEMAS

Este capítulo presenta problemas que cubren áreas tales como dibujo por computadora, reconocimiento de patrones, matemáticas, conversiones de sistemas numéricos, generación de palabras y oraciones y estadística.

1. La computadora puede servir como una herramienta para trazar figuras de Snoopy, Charlie Brown y otras figuras sencillas. Redactar un programa para dibujar un árbol de Navidad:

```
    *
   ***
  *****
 *******
*********
   ***
   ***
```

2. Generar una figura imprimiendo X's en la página de salida. Deben observarse algunas

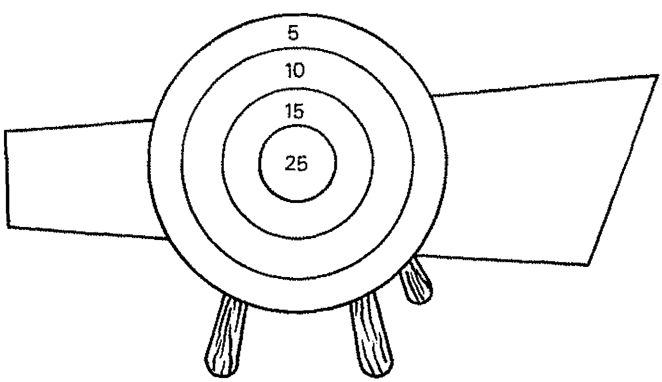
reglas respecto a la manera en que se imprimirán las X's si la figura va a tener alguna forma.

3. Trazar la carátula de un reloj, incluyendo los doce números y las manecillas. Como entrada, el programa deberá tener dos números. Estos números representarán la hora. Así, los números 7 y 30 significarían las 7:30.

4. Redactar un programa que trace una figura de la bandera de los EE.UU. Usar un asterisco para denotar cada estrella. Repetir cada barra por varias líneas de R's o W's repetidas, dependiendo del color de la barra.

5. Redactar un programa que trace un cuadro de Snoopy, Charlie Brown o alguna otra figura de los "comics". Trazarla usando X's.

6. Trazar todos los registros posibles con cuatro dardos.



7. Escribir un programa que genere poesía aleatoria.

8. De un archivo de datos de adjetivos y nombres, generar símiles aleatorios de la forma (adjetivo) COMO UN (nombre). Por ejemplo, RAPIDO COMO UN CONEJO, RICO COMO UN MILLONARIO.

9. Hacer un programa que genere oraciones de cuatro palabras.

10. Generar un programa para generar música aleatoria.

11. Correr un programa que facilite la obtención del mínimo común denominador (mcd) de dos números.

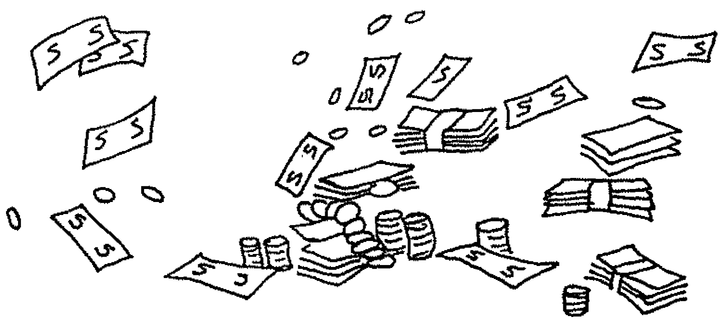
12. Calcular los horarios de una niñera para un cierto tiempo de entrada y salida. Su sueldo es de 50 cts/h hasta las 11 P.M. y de 75 cts/h a partir de esa hora.

13. Preparar un programa para convertir unidades de cocina. Tres cucharadas de té hacen una sopera; cuatro soperas forman un cuarto de taza y dos tazas dan una pinta. Con los números de código 1 (cucharita de té), 2 (sopera), 3 (taza) y 4 (pinta), introducir la cantidad, unidades usadas y las nuevas unidades que se requieren. Por ejemplo, 1, 4, 3, requieren la conversión de una pinta a tazas.

14. Generar un programa que proporcione la correlación entre calificaciones escolares y promedios de puntos por grado para un grupo de estudiantes.

15. La ciudad de Futura tenía 21,609 residentes en el año 2011. Cada año nace un nuevo niño por cada 210 residentes y hay un deceso por cada 263 residentes. Cada año llegan a Futura 61 nuevos residentes y la abandonan 84. Determinar la población en el año 2045.

16. Escribir un programa para convertir cualquier número del 1 al 3 000 a su equivalente romano. Los siete símbolos romanos son: M (1 000); D (500); C (100); L (50); X (10); V (5); I (1). Las reglas de formación de los números romanos son: a) si un símbolo precede a uno de valor menor, se agrega su valor; b) si un símbolo precede a uno de valor mayor, su valor se resta y enseguida la diferencia se agrega al resto del número; c) los números se escriben lo más sencillamente posible, usando sólo C, X e I como sustraendos. Algunos ejemplos son: MCMLXIV (1964) y DXLIX (549). El programa aceptará como entrada el número decimal y sacará el romano. Convertir los siguientes números en su programa: 1, 14, 400, 549, 999, 1964, 1984, 2500, 2994, 3000.



17. El sistema monetario de los EE.UU. incluye billetes de las denominaciones siguientes: \$1, \$2, \$5, \$10, \$20, \$50, \$100, \$500, \$1,000, \$5,000 y monedas de 1, 5, 10, 25, 50 y 100 cts (dólar de plata). No se incluirán el billete de \$2 y la moneda de 100 cts (dólar de plata) por su poco uso. Correr un programa para producir una salida impresa basada en un cierto valor de entrada. Por ejemplo, una entrada de

5367 ($53.67) generaría: un billete de 50 dólares, tres de un dólar, una moneda de 50 cts. una de diez, una de cinco y dos centavos.

18. Calcular el promedio de bateo de los siguientes cinco jugadores e imprimir una tabla de información en el orden de promedios decrecientes. Los datos necesarios se dan en la tabla siguiente.

Número de jugador	Veces al bat	Hits
1	107	31
2	98	40
3	114	26
4	101	42
5	118	37

19. Los jugadores de un equipo de "criquet" tienen cifras de bateo para una temporada como se muestra en la tabla siguiente.

Número de jugador	Carreras	Número de entradas	Veces que juega	Promedio
1	536	17	0	
2	642	14	2	
3	559	14	3	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
16	43	3	3	

Introducir las cifras dadas; calcular los promedios de bateo e imprimir la tabla completa en orden descendente de promedios.

20. Enseñar a una computadora a leer desarrollando un conjunto normal de caracteres parecido al que se muestra abajo y redactando un programa para que la computadora pueda reconocer patrones de ese tipo.

X				X
	X		X	
		X		
	X		X	
X				X

X

X	X	X		
X			X	
X				X
X			X	
X	X	X		

D

21. Calcular el número promedio de veces que aparece la letra "a" en todas las palabras de una página de cualquier libro.

22. Se ha especulado acerca de que si se diera a un grupo de changos máquinas de escribir y se les permitiera teclear al azar durante un período, escribirían finalmente cada libro que ya haya sido escrito, incluyendo éste. Correr un programa que simule un chango escribiendo. Suponer que los eventos del chango que teclea son independientes. El procesamiento se detendrá cuando un mono escriba la palabra APE.

23. Generar un programa que dé habilidad a un estudiante para ejecutar operaciones aritméticas simples de suma, resta, multiplicación y división.

24. Una muchacha del cuarto grado requiere habilidad para sumar fracciones. Diseñar o programar para proporcionarle habilidad, para registrar sus avances y hacerle progresar hasta problemas más complicados, en la medida que muestre indicios de dominar el material que se le da.

25. Escribir un programa que le facilite a un estudiante la suma de números racionales.

26. Generar un programa para examinar a un estudiante, haciendo que el programa formule una pregunta. Si el estudiante da la respuesta correcta, pasar a la siguiente cuestión; si falla, repetirla. Si falla dos o tres veces pasar a la cuestión siguiente, después de darle la respuesta correcta.

27. Una escuela técnica ofrece cursos regulares y extraordinarios, usando las letras A, B, C, D, E y F para especificar el aprovechamiento del estudiante. Para determinar un promedio de puntuación por grado del estudiante se usa la siguiente ponderación:

	Valor de puntuación	
Grados de letras	Extraordinarios	Regulares
A	5	4
B	4	3
C	3	2
D	1	1
F	0	0

Escribir un programa que acepte como entrada el número de grados de letras en *REGULAR* y *EXTRAORDINARIO* recibidos y que indique como salida el promedio de puntuación por grado del estudiante.

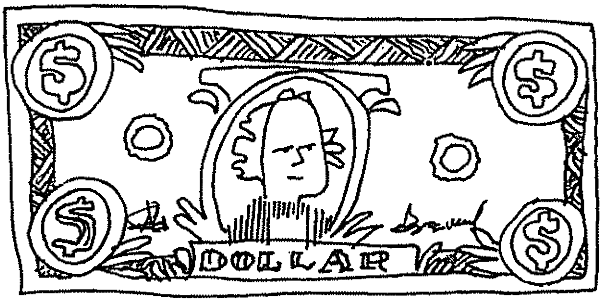
28. Hungría, una pequeña ciudad del medio oeste, tiene 1 000 habitantes y con respecto a la agricultura es autosuficiente (es decir, produce bastante comida para sí misma). De hecho, produce suficiente comida para 100 000 personas. Sin embargo, cada 10 años se duplica la población y en este tiempo puede producirse suficiente comida para alimentar a 4 000 personas más que en los anteriores 10 años. Sacar una tabla de datos en el formato siguiente:

Años después	Población	Suministro de alimento para
0	1 000	100 000
10	2 000	104 000
20	4 000	108 000
30	8 000	112 000

Su programa debe detenerse cuando la población exceda al suministro de alimentos.

29. Cualquiera que haya volado recientemente en un jet está acostumbrado a escuchar frases como "el aparato vuela a 35 000 pies" o "estamos a 60 000 pies". Aunque la información es ciertamente útil, uno desearía conocer la altura en millas. La conversión puede realizarse dividiendo la altura entre 5 280, el número de pies en una milla. Calcular una tabla de valores convertidos de 0 a 400 000 pies, en intervalos de 20 000.

30. Con monedas en uso en EE.UU. ¿de cuántas maneras se puede dar un cambio de 1.00?



31. A un repartidor se le paga $1 el primer día de trabajo; 2 el segundo, 4 el tercero y así sucesivamente, duplicando su percepción cada día durante 30 días. Calcular su ingreso al trigésimo día y su total por los 30 días.

32. En un curso de ecología en una escuela secundaria se practicaron cinco exámenes. Los grados finales para el curso se basan exclusivamente en la puntuación de los exámenes, aunque los exámenes individuales se ponderan diferentemente en el cálculo. En la siguiente tabla se muestran las puntuaciones recibidas por seis estudiantes; la tabla incluye la ponderación de cada examen, puesta en paréntesis después de su número.

Estudiante	Examen y ponderación				
	1 (.10)	2 (.15)	3(.25)	4 (.15)	5 (.35)
1	63	68	72	89	93
2	99	100	76	83	94
3	53	68	63	75	78
4	93	97	100	89	91
5	75	72	81	78	84
6	78	81	69	75	79

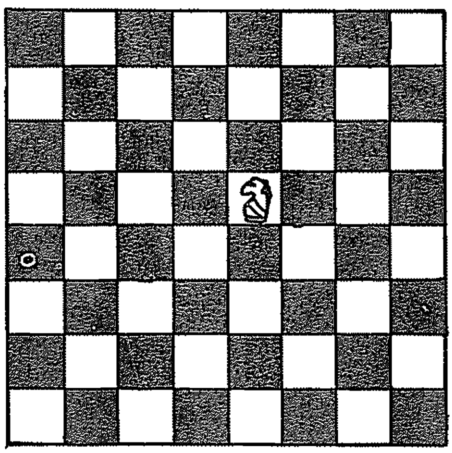
Calcular la calificación final para cada estudiante.

33. Se dan enseguida las temperaturas promedio durante seis meses en una cierta ciudad.

Junio	78	Diciembre	41
Julio	89	Enero	36
Agosto	93	Febrero	27

Calcular las temperaturas promedio de verano e invierno.

34. Dado un caballo colocado en la columna 5, fila 4, imprimir las ocho posibilidades a donde se le permite desplazarse, de acuerdo a las reglas del ajedrez.



35. Los grupos sanguíneos A, B, O humanos se determinan por un sistema de tres alelos A, B y C. Los genotipos AA y AO forman el grupo

A; BB y BO el B; AB es el grupo AB y OO es el grupo O. Generar un programa para determinar si las siguientes proporciones son consistentes con la hipótesis de un apareamiento aleatorio. Datos: A, 33.6%; B, 20.8%; AB, 8.4% y O, 29.3%.

36. En una escuela secundaria se realizó una encuesta para conocer al jugador de futbol más popular. Se usaron los números 1, 2, 3 y 4 para determinar los votos de los estudiantes:

1- voto por J. Sánchez, "halfback"

2- voto por S. Bermúdez, "tackle"

3-voto por P. Solís, "quarterback"

4-voto por B. Hernández, extremo.

Participaron 52 personas en la encuesta y arrojaron los votos siguientes: 4, 1, 1, 2, 4, 1, 2, 3, 4, 4, 4, 1, 3, 3, 2, 4, 1, 2, 1, 4, 3, 3, 4, 1, 2, 4, 3, 2, 4, 4, 3, 1, 2, 4, 4, 3, 1, 1, 3, 4, 4, 4, 2, 1, 2, 4, 2, 4, 2, 1, 3, 4. Encontrar el triunfador.

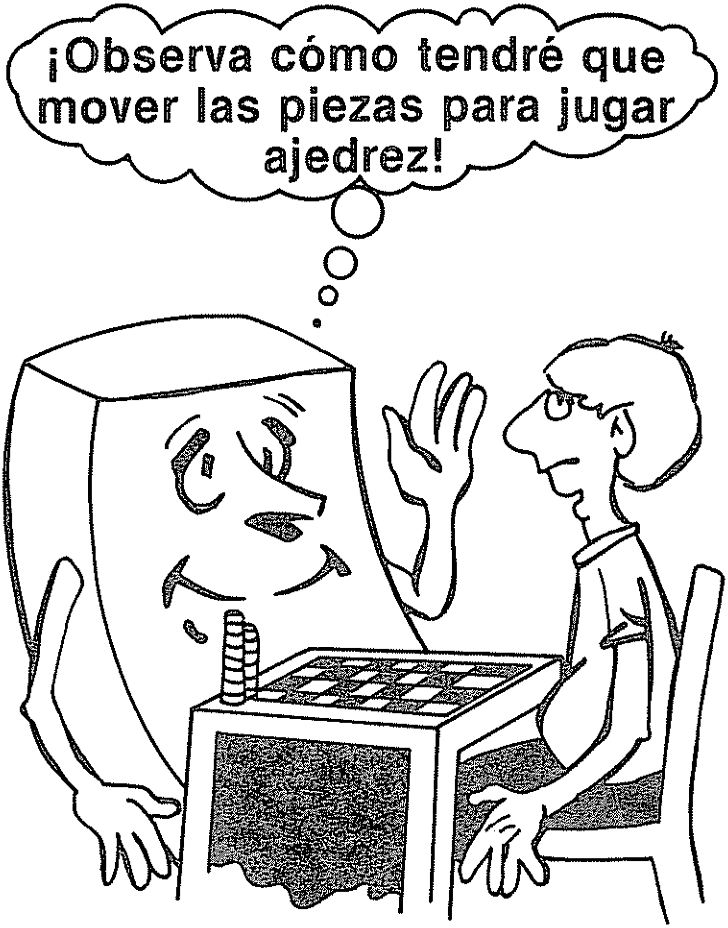
37. Una familia trata de determinar la posición nocturna del termostato que resulte más económica. La compañia de servicios calcula el costo en centavos por cada noche en $(m - t)^2/10 + (72 - t)^2/100$, donde m es la temperatura nocturna y t es la posición del termostato, ambas en grados Fahrenheit. La temperatura nocturna media m varia uniformemente entre 20 y 70 grados F durante el año. Simular los valores de m durante un año y calcular el costo de utilidad para un valor dado de t. Usar el programa con varios valores de t para encontrar la posición más económica.

38. Tres grupos de ratas corren en una caja de Skinner en la que al presionar una barra obtienen alimento, bajo tres niveles de choque. Redactar un programa para determinar si existe un efecto considerable por nivel de choque sobre la respuesta de las ratas.

39. 1729 es el primer año que puede expresarse en dos diferentes maneras como la suma de dos cubos. Correr un programa que encuentre dos valores para X y Y tales que

$$X^3 + Y^3 = 1729$$

40. Un pato y un pichón se encuentran entre las aves que vuelan al sur para tomar vacaciones invernales. El pato se encuentra a 100 km adelante del pichón y vuela a 95 km/h. El pichón vuela por la misma ruta a 105 km/h. ¿Cuánto tardará el pichón en alcanzar al pato y a qué distancia lo hará?


¡Observa cómo tendré que mover las piezas para jugar ajedrez!

—oOo—

ESTA OBRA SE TERMINO DE IMPRIMIR EL DIA 25 DE MARZO DE 1985
EN LOS TALLERES DE IMPRESIONES EDITORIALES, S. A.
DR. UGARTE 155, COL. DOCTORES MEXICO, D. F.

LA EDICION CONSTA DE 3,000 EJEMPLARES
Y SOBRANTES PARA REPOSICION

KE – 519 – 100

Obra complementaria:

Introducción al Procesamiento de Datos

MARTIN L. HARRIS

Aunque tal vez no se dé cuenta, las informaciones y datos personales que usted mismo proporciona pasan a menudo por computadoras que los interpretan, procesan y producen algún otro dato deseado. Esto sucede al votar, inscribirse en una escuela o universidad, sacar la licencia de automovilista, o simplemente cuando se llama por teléfono. Todos tenemos mucho que ver con las computadoras y con el procesamiento de datos.

Este es un libro programado que introduce al lector en el mundo del procesamiento de datos y en él se aprenden los principios básicos del mismo. Se explica en qué consiste el procesamiento de datos y lo que son sus ciclos; también se estudian los medios y lenguajes utilizados para comunicarse con las computadoras, incluyendo una introducción a la aritmética binaria. Además, se describen diferentes clases de computadoras y diversas partes de las mismas. Pero lo más importante de todo es que el lector aprende cuáles son las etapas más importantes de la programación, así como los elementos de un lenguaje de computadora —el BASIC— y la forma en que se diseña un sistema completo de procesamiento de datos.

Los estudiantes de habla hispana fracasan casi siempre en la búsqueda de libros que traten temas específicos. Simplemente, a veces es imposible encontrar un libro que reúna las características deseables. El problema es aún mayor para los estudiantes de carreras técnicas.

Como una pequeña ayuda a la solución de tan grave problema, la presente obra ofrece una colección de problemas para resolver mediante el uso de la computadora. El autor sabe que la programación no se aprende por la simple lectura de los métodos para realizarla, sino que más bien es necesario experimentar.

Los problemas se presentan agrupados por temas: álgebra, geometría, trigonometría, teoría de los números, probabilidad y estadística, química, física, administración y uno más para divertirse con la computadora.

El libro es un apoyo básico para los estudiantes y profesores de todas las ramas de ingeniería, ciencias, administración y, principalmente, para los interesados en la computación. Además, en la época actual en la que las computadoras digitales están al alcance de casi cualquier persona, esta obra es una buena oportunidad para el autodidacta que estudia en casa.

ISBN 968-18-1813-X